

INSTITUCIÓN EDUCATIVA PRIVADA

Agua Viva

¡Preparando para triunfar!

TRUJILLO

$$a^2 + b^2 = c^2$$

π

INSTITUCIÓN EDUCATIVA PRIVADA
AGUA VIVA

MATEMÁTICA

II BIMESTRE

5^o
DE
SECUNDARIA

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\sqrt{x}$$

$$2x + 3 = 11$$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$



ALUMNO(A):

REGLA DE TANTO POR CIENTO

Sabías que...

LA MATEMÁTICA ES INHERENTE AL HOMBRE

Desde la aparición del hombre, mucho antes de que aprendiera a pensar de si mismo, a razonar o a tener siquiera el primer concepto, todo lo que le rodeaba le hablaba ya de matemáticas. El número de plantas, la distancia de su cueva al río, el tamaño de la presa



que debía atrapar, el grupo formado por un conjunto de mamuts, la altura para coger los frutos, la comparación de la rapidez entre los animales que debía atrapar, el lapso entre la noche y el amanecer, el transcurrir de los días, el crecimiento de su tribu, todo lo que le rodeaba no hacia sino conducirlo por un camino incipiente e inevitable de la matemática: el de comparar, agrupar y contar, la escena de un escarabajo que amasa pelotitas de estiércol quizá le sugirió que la forma esférica en la más adecuada para hacer rodar y transportar cuerpos. De la araña que teje su tela para capturar sus presas posiblemente aprendió a tejer fibras, construyendo redes adecuadas para capturar sus alimentos, etc.

Así vació la matemática junto con el hombre, no porque el hombre lo inventará, sino por sus necesidades propias y porque el lenguaje de la naturaleza esta dado en conceptos de relaciones y funciones matemáticas.

Por eso debemos tener en cuenta, que las matemáticas tienen su aplicación en la vida diaria.

CONCEPTO

Es una o más partes bañadas de las 100 partes en que se ha dividido un número.

$$4 \times 100 = 4 \text{ por ciento} = 4\% = \frac{4}{100}$$

$$7 \times 100 = 7 \text{ por ciento} = 7\% = \frac{7}{100}$$

En general:

$$A\% \text{ de } N = \left[\frac{a}{100} \right] \times N$$

Nomenclatura:

$$a\% \text{ de } N = R$$

P = porcentaje

N = número

R = resultado

Casos Básicos

I. $P\% N = ?$

Hallar el 15% de 200

Sol:

II. $P\% ? = R$

El 20% de que número es 60.

Sol:

III. $?\% N = R$

¿Qué porcentaje de 300 es 20?

Operaciones con porcentajes

I. Suma y/o restas

$$a\% \text{ de } N \pm b\% \text{ de } N = (a \pm b)\% \text{ de } N$$

Ejem:

$$23\% A + 17\% A =$$

II. Producto

$$a\% \times b\% = \frac{a}{100} \times \frac{b}{100} = \left(\frac{ab}{100}\right)\%$$

Aplicaciones:

I. Variaciones porcentuales

- Se trabaja solo con variables las constantes se eliminan.

Ejm:

El radio de una circunferencia disminuye en 10% ¿en qué porcentaje varía el área?

Sol:

II. Aumentos y Descuentos sucesivos

Ejm:

¿A qué único descuento equivale dos de 20% y 20%?

Sol.



EJERCICIOS
DE
APLICACIÓN

1. a) ¿Qué porcentaje del 0,5% de 200 es el 20% del 0,2% de 800?

Rpta. _____

- b) ¿3, que porcentaje es de 10% del 30% de 2000?

- a) 3% b) 5% c) 8%
d) 6% e) 4%

2. a) ¿Cuál es el número cuyo 30% del 80% del 70% de los 4/5 de su 20% equivale a 40% de la quinta parte del 140% de las 6/10 de 5?

Rpta. _____

- b) ¿Cuál es el número cuyo, 10% de los 2/3 de su 21% equivale al 20% de los 3/10 de 7?

- a) 10 b) 20 c) 30
d) 40 e) 60

3. a) Si gastará el 30% del dinero que tengo y ganará el 28% de lo que me quedaría, perdería S/. 1560. ¿Cuánto tengo?

Rpta. _____

b) Si gastará el 20% del dinero que tengo y ganará el 10% de lo que me quedaría, perdería S/. 840. ¿Cuánto dinero tengo?

- a) S/. 6000 b) 6500 c) 7000
d) 7500 e) 8000

4. a) Si "P" aumenta en 60% se iguala a "Q". ¿Qué porcentaje de "Q" es lo que aumenta "P"?

Rpta. _____

b) Si "A" es 150% de "B", ¿Qué porcentaje es B de "A + B"?

- a) 25% b) 30% c) 40%
d) 20% e) 40%

5. a) El 40% del 50% de "x" es el 30% de y. ¿Qué porcentaje de $(2x + 7y)$ es $(x + y)$?

Rpta. _____

b) Si el 84% N es igual al 105% de $(N - 120)$. ¿Qué porcentaje de "N" representa 192?

- a) 24 b) 36 c) 48
d) 16 e) 32

6. a) Se tiene un triángulo cuya base disminuye el 10% y su altura el 20%. ¿En cuánto disminuye su arco?

Rpta. _____

b) En un triángulo la base se reduce en 10% mientras que la altura se aumenta en 10% entonces el área:

- a) Se reduce a $99/200$

- b) No varía
c) Se reduce en 1%
d) Aumenta en 10%
e) Depende de las medidas

7. a) Si los lados de un cuadrado se triplican. ¿En qué porcentaje aumentará su arco?

Rpta. _____

b) ¿En qué porcentaje aumenta el área de un cuadrado, cuando su lado aumenta en 20%?

- a) 20% b) 21% c) 44%
d) 55% e) 80%

8. a) Se tiene un círculo. Si el radio se reduce a $1/3$. ¿En qué porcentaje se reduce el área (aproximadamente)?

Rpta. _____

b) ¿En qué porcentaje varía el área de un círculo cuando su radio se reduce en 30%?

- a) 49% b) 51% c) 30%
d) 20% e) N.A.

9. a) En la expresión $a \cdot b^2 \cdot c$ Si a, b y c disminuyen en 20% entonces el valor de la expresión disminuye en:

Rpta. _____

b) Si "A" aumenta en 10% y "B" aumenta en 20% entonces $\frac{(3A^3)(2B)}{5}$, se incrementa aproximadamente en:

- a) 140% b) 145% c)
150%
d) 152% e) 60%

¿Cuánto pagará un cliente por una casaca cuyo precio de lista es de \$ 100?

- a) \$ 56 b) 44 c) 35
d) 72 e) N.A.

10. a) ¿A qué único descuento equivale dos descuentos de 10% y 20%?

Rpta. _____

b) ¿A qué único descuento equivale dos aumentos sucesivos del 5% y 10%?

- a) 14,5% b) 20,5% c) 30,5%
d) 18,5% e) N.A.

11. a) Dos descuentos sucesivos del 20% y 10% y un aumento del 10% equivalen a un único descuento de:

Rpta. _____

b) Dos aumentos de 30% y 40% seguido de un descuento del 50% equivalen a:

- a) Descuento de 9%
b) Aumento de 9%
c) Descuento de 11%
d) Aumento de 11%
e) N.A.

12. a) En una tienda de un centro comercial se exhibe el siguiente cartel; 40% de descuento + 10% por esta semana + 5% con tarjeta ahorrin. Si en dicha semana una persona se acerca a comprar con la tarjeta ahorrin una camisa de precio S/. 120. ¿Cuánto pagará finalmente?

Rpta. _____

b) Metro anuncia su rebaja increíble 20% + 30% de descuento por su aniversario.

13. a) En una compañía trabajan 60 personas donde el 20% son mujeres. ¿Cuántas mujeres deben controlarse para que el 25% del personal sea de mujeres?

Rpta. _____

b) En una reunión el 60% del número de hombres es igual al 20% del número de mujeres. ¿Qué porcentaje del total son hombres?

- a) 40% b) 25% c) 30%
d) 15% e) 75%

14. a) En un salón de clases el 40% de los alumnos son hombres. Si falta el 25% de las mujeres solo asisten 27 mujeres. ¿Cuál es el total de alumnos del salón?

Rpta. _____

b) En una compañía trabajan 160 personas donde el 25% son mujeres. ¿Cuántas mujeres deben controlarse para que el 40% del personal sea de mujeres?

- a) 60 b) 80 c) 25
d) 30 e) 40

15. a) De los animales de una granja el 30% del total son patos, el 20% son gallinas y el 50% pavos. Si el número de pavos fuera el doble. ¿Qué porcentaje del total serían patos?

Rpta. _____

b) En una granja de aves, el 40% es de gallinas. Si se ha vendido el 20% de gallinas. ¿En qué porcentaje ha disminuido el número de aves?

- a) 10% b) 6% c) 8%
d) 12% e) 7%

TAREA DOMICILIARIA

1. Hallar el 40% del 20% de 200.

- a) 16 b) 32 c) 26
d) 24 e) N.A.

2. Tres descuentos sucesivos del 20%, 50% y 10% equivale a un único descuento de:

- a) 80% b) 50% c) 62%
d) 64% e) 72%

3. En una granja el 25% del total de animales son pollos, el 30% son conejos y los restantes cuyes. Si el número de pollos fuera el doble. ¿Qué porcentaje del total serán los cuyes?

- a) 24% b) 36% c) 40%
d) 48% e) 54%

4. ¿En qué porcentaje varía el área de un cuadrado si su lado varía en un 100%?

- a) 400% b) 200% c) 300%
d) 280% e) 350%

5. ¿En qué porcentaje varía el área de un rectángulo cuando su largo aumenta en un 20% y su ancho se disminuye en un 50%?

- a) 80% b) 40% c) 50%
d) 69% e) 95%

6. Calcular el 20% del 30% del 80% de $\frac{5}{8}$ de 8000

- a) 200 b) 240 c) 320
d) 400 e) 250

7. El 30% del 20% de los $\frac{2}{5}$ de un número equivale al 24% del 0,01% de 1000. Hallar dicho número.

- a) 100 b) 0,2 c) 1
d) 120 e) N.A.

8. Dos descuentos sucesivos del 20% y 40%. ¿A qué único descuento equivale?

- a) 48% b) 52% c) 44%
d) 36% e) N.A.

9. Si Juan pierde el 40% del dinero que tiene y luego gana el 50% de lo que le queda estaría perdiendo S/. 57 800. ¿Cuánto tenía Juan?

- a) S/. 578 000 d) 520 000
b) 600 000 e) N.A.
c) 480 000

10. Una piedra pomez es introducida en agua, al sacarle se notó que su peso aumenta en 36%. Si se saca la mitad del agua. ¿En qué

porcentaje disminuirá el peso de la piedra pomez?

- a) 30% b) $13\frac{4}{17}$ c) $15\frac{2}{17}$
d) 25 e) 18

11. Si la longitud de una circunferencia aumenta en 40%. ¿Qué ocurre con el área del círculo?

- a) Aumenta 40% d)
Aumenta 44%
b) Aumenta 69% e)
Aumenta 32%
c) Aumenta 96%

12. En un triángulo si la base aumenta en 25%. ¿En cuánto debo disminuir la altura para que el área no varíe?

- a) 37,5% b) 12,5% c) 25%
d) 50% e) 20%

13. El 15% de un número es el 12% de otro. Entonces el 305 de la suma de los números es:

- a) 36% del mayor
b) 35% del mayor
c) 45% del mayor
d) 54% del menor
e) 54% del mayor

14. El 10% del 20% de a es igual al 30% del 40% de b. ¿Qué porcentaje de $(3a + 2b)$ es $(2a - 3b)$?

- a) 30% b) 45% c) 80%
d) 75% e) 25%

15. En un partido de fútbol de 90 minutos de juego se pierde el 10% con retención de pelota, el 10% del tiempo restante en fouls, el 10% del tiempo que ahora resta en amonestaciones. ¿Cuántos minutos de juego efectivo se realizará en el partido de fútbol?

- a) 35 b) 40 c) 63
d) 65,61 e) 72

REGLA DE INTERES

Es la ganancia o pérdida de un determinado bien en un lapso de tiempo, de acuerdo a una tasa de imposición.

$$I = C \times r \% T$$

I : Interés ganado
 C : Capital
 r% : Tasa
 T : Tiempo

Ejemplo:

Hallar el interés producido por S/. 2500 impuesto a 5 años al 20%

Solución:

Observación:

Quando el interés no me indique en que unidades de tiempo se esta tomando. Se asume que es en años. Si el tiempo me lo dan en meses se divide toda la expresión entre 12 y si es en días entre 360.

$$I = C \times \frac{r}{100} \cdot \frac{T}{12}$$

$$I = C \times \frac{r}{100} \cdot \frac{T}{360}$$

Monto:

Es el saldo total, se obtiene sumando el capital, más los intereses.

$$M = C + I$$

$$M = C(1 + rt)$$

Observación:

- ◆ Quincenal : 15 días
- ◆ Mensual : 1 mes
- ◆ Bimestral : 2 meses
- ◆ Trimestral : 3 meses
- ◆ Semestral : 6 meses
- ◆ Anual : 12 meses
- ◆ Bi Anual : 24 meses

Equivalencias:

- 5 % mensual : 60% anual
- 2% bimestral : 12 anual
- 15% semestral : 30% anual, etc.

Ejemplo:

Hallar el monto producido por S/. 5000, al 30% durante 3 años.

Solución:



EJERCICIOS
DE
APLICACIÓN

1. Calcular el interés producido por S/. 3000 impuestos durante 3 años, al 30%
- a) S/. 2000 b) 2500 c) 2700
d) 2800 e) 2900
2. Determinar el interés generado al depositar S/. 3600 al 5% trimestral durante 7 meses.
- a) S/. 100 b) 300 c) 340
d) 420 e) 500
3. ¿Cuál es el capital que se coloca al 25% durante 3 años, para obtener un interés de S/. 1620?
- a) S/. 1620 b) 1920
c) 200
d) 2006 e) 2160
4. ¿A qué tasa de interés la suma de S/. 20000 llegaría a un monto de S/. 28000 colocada a un interés simple en 1 año 4 meses?
- a) 10% b) 20 c) 30
d) 35 e) 40
5. ¿Cuál es el monto producido por un capital de S/. 7200 colocados al 4% anual durante 3 años y 4 meses?
- a) S/. 7500 b) 8000 c) 8160
d) 9000 e) 9160
6. ¿Cuál es el capital que colocado al 6% quincenal genera en 2 meses un monto de S/. 7200?
- a) S/. 30000 b) 40000 c) 50000
d) 55000 e) 60000
7. Se tiene un capital prestado a una determinada tasa de interés de tal manera que en 5 meses produce un monto de S/. 33750 y en 7 meses el monto producido es de S/. 35250. ¿Cuál sería el monto al terminado del año?
- a) S/. 30000 b) 39000 c) 40000
d) 49000 e) 50000
8. Cuando un capital se presta durante 4 años el monto que se obtendría sería S/. 12000 pero si se prestará por 5 años sería S/. 13500. Hallar el valor de la tasa de interés.
- a) 10% b) 15 c) 18
d) 20 e) 25
9. La cuarta parte de un capital se preste al 20% y el resto al 16%. Si en 8 meses se obtuvo un monto total de S/. 16700. ¿Cuánto es el capital?
- a) S/. 15000 b) 14000 c) 13000
d) 12000 e) N.A.
10. Si un capital se impone a ganar interés de la siguiente manera: el 20% al 40% anual, el resto al 25% semestral. Al cabo de cuánto tiempo se habrá cuadruplicado el capital?
- a) 5 años d) 6 años y 2 meses
b) 5 años y 7 meses e) 6 años y 3 meses
c) 6 años
11. Los $\frac{2}{5}$ de un capital han sido impuestos al 30%, $\frac{1}{3}$ al 35% y el resto al 40% si el interés total fue 41200 soles anuales. Calcular el capital.
- a) 135000 b) 380000 c) 120000
d) 68000 e) N.A.
12. Los $\frac{3}{5}$ de un capital se prestan al a% anual y el resto al b% anual. Si al cabo de

4 años producen montos iguales. Hallar a.b. sabiendo $3a+2b = 175$.

- a) 1000 b) 1250 c) 1350
d) 1500 e) 2000

13. Los $\frac{2}{7}$ de un capital se impone al 20% y al resto al 40%. Si luego de 9 meses el monto es S/. 7040. ¿Cuál fue el capital?

- a) S/. 4000 b) 4500 c) 4600
d) 5600 e) N.A.

14. Martín impone los $\frac{4}{7}$ de su capital al 4% y el resto al 5% y resulta un interés anual de S/. 3100. ¿Qué cantidad fue impuesto al 4%?

- a) S/. 42500 b) 58000 c) 28000
d) 40000 e) 30000

15. Un capital impuesto a interés simple durante 7 meses produjo un monto de S/. 41040. Si el mismo capital se hubiera impuesto a la misma en 10 meses el monto resultaría S/. 43200. Hallar la tasa anual.

- a) 10% b) 20 c) 22
d) 24 e) N.A.



TAREA DOMICILIARIA

1. Calcular el interés producido por S/. 3000 impuestos al 15% durante 3 años.
 - a) S/. 500 b) 600 c) 800
 - d) 1000 e) N.A.

2. Determinar el interés generado al depositar S/. 3600 al 9% trimestral durante 8 meses.
 - a) S/. 500 b) 624 c) 700
 - d) 764 e) 864

3. ¿Cuál es el capital que se coloca al 30% durante 5 años, para obtener un interés de S/. 3000?
 - a) S/. 1000 b) 1200
 - c) 1500
 - d) 2000 e) 3500

4. ¿A qué tasa de interés la suma de 20000 llegará a un monto de 30000 colocado a un interés simple en un año y 6 meses?
 - a) 10% b) 20 c) 30
 - d) 40 e) N.A.

5. ¿Cuál es el monto producido por un capital de S/. 8000 colocados al 9% anual durante 4 años y 7 meses?
 - a) S/. 8000 b) 53000 c) 6000
 - d) 11000 e) 11300

6. ¿Cuál es el capital que colocado al 9% quincenal genera en 2 meses un monto de S/. 7000?
 - a) S/. 10000 b) 15000 c) 18000
 - d) 20000 e) 30000

7. Calcular el interés producido por S/. 3680 que se han impuesto al 30% durante 5 años.
 - a) S/. 3680 b) 4000 c) 4680
 - d) 5000 e) 5520

8. Determine las tasas equivalentes.
 - I. 5% mensual
 - II. 10% bimestral
 - III. 25 % quincenal
 - IV. 30% semestral
 - a) I, II b) II, IV c) III y I
 - d) I, II y III e) Todas

9. Se deposito S/. 720 a una tasa del 30% anual, produciendo un interés de S/. 36. ¿Cuánto tiempo estuvo el capital depositado?
 - a) 1 mes b) 2 meses c) 3 meses
 - d) 4 meses e) 5 meses

10. Si a un capital se le suma los intereses producidos en 26 meses, se obtiene una cantidad, que es al capital prestado como 63 y 50. ¿A qué tasa fue colocada?
 - a) 10% b) 11 c) 11,5
 - d) 12 e) 12,5

11. Después de cuánto tiempo un capital colocado al 20% de interés simple se triplica.
 - a) 1 año b) 2 años c) 3 años
 - d) 5 años e) 10 años

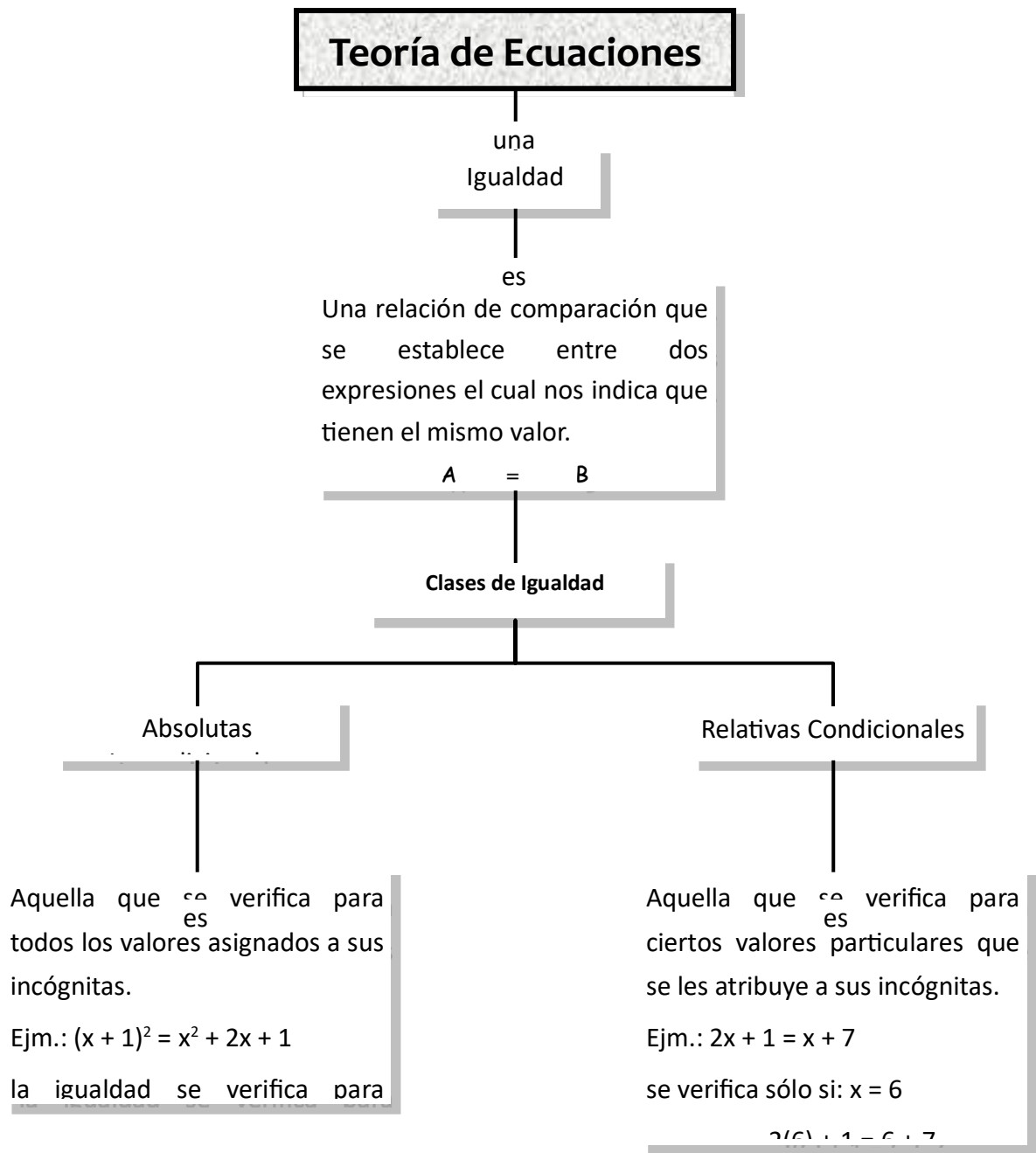
12. ¿En cuánto se convertirá S/. 84000 al 1,5% mensual durante 18 días?
 - a) S/. 84156 b) 84256 c) 84356
 - d) 84756 e) 84956

13. ¿A qué tasa de interés trimestral se ha impuesto un capital, que en 6 años y 3 meses produce un interés que es el 60% del monto?
 - a) 6% b) 8 c) 10
 - d) 7 e) 9

14. Si el interés de un capital a los 4 meses y medio es S/. 360 ¿cuál será dicho capital, si al año y 3 meses genera un monto de 2750?
 - a) S/. 1250 b) 1750
 - c) 1450
 - d) 1000 e) 1550

15. Hallar la tasa de interés anual a la que se debe imponer un capital para que en dos años genere un monto que sea el 140% del capital.
 - a) 16% b) 18 c) 20
 - d) 22 e) 24

TEORIA DE ECUACIONES



Ecuaciones

es

Una igualdad condicional que queda satisfecha sólo para algunos valores asignados a sus variables.

Así: $5x - 3 = \frac{x}{3} + 25$, queda satisfecha sólo cuando: $x = 6$.

Conceptos Fundamentales

Solución o Raíz

so

Aquellos valores que asumen las incógnitas las cuales verifican o satisfacen una determinada ecuación.

así

Dada la ecuación:

$$x^3 - 5x^2 = x^2 - 11x + 6$$

Para: $x = 1 \rightarrow$
 $-4 = -4$

Para: $x = 2 \rightarrow$
 $-12 = -12$

Para: $x = 3 \rightarrow$
 $-18 = -18$

Conjunto Solución

es el

Conjunto formado por todas las soluciones.

así

Como las soluciones de la ecuación:

$$x^3 - 5x^2 = x^2 - 11x + 6$$

Son: $x = 1; x = 2; x = 3$

Entonces el conjunto solución (C.S.) es:

$$C.S. = \{1; 2; 3\}$$

Resolución de una Ecuación

es

Efectuar en ellas todas las operaciones necesarias para obtener sus soluciones.

para

Conseguirlo se le transforma sucesivamente en

hast

Conseguirlo que ella sea sencilla y permita hallar el valor de la

Ecuaciones Equivalentes

do

Ecuaciones son equivalentes si todas las soluciones de la primera ecuación son también soluciones de la segunda ecuación e inversamente.

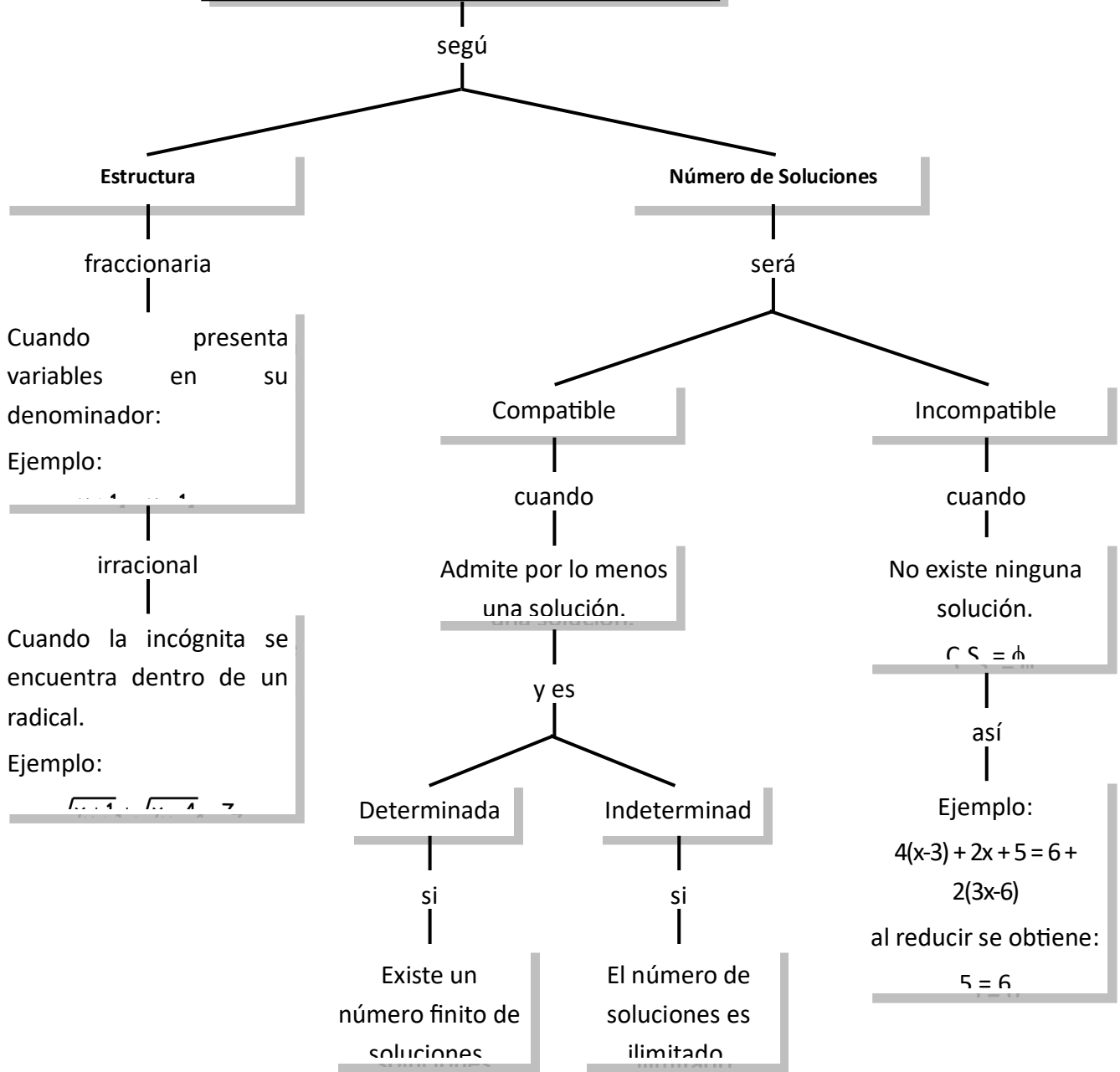
así

Las ecuaciones:

$$\frac{x}{2} + \frac{2x}{3} = 14; 5x - 36 = 2x$$

son equivalentes puesto que ambas ecuaciones se verifican solamente para:

Clasificación de las Ecuaciones



Ecuación de Primer Grado

Forma General

$$ax + b = 0$$

Análisis de sus Raíces

Forma General

$$a \neq 0 \wedge b \in \mathbb{R} \rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

solución única
(compatible determinada)

si

$$a = 0 \wedge b = 0 \rightarrow 0x = 0$$

"x" admite cualquier
solución

si

$$a = 0 \wedge b \neq 0 \rightarrow 0x = -b$$

No existe ningún valor "x"
que multiplicado por cero
da como resultado -b.
(Incompatible o absurdo)

Teoremas

Forma General

Transposición

si

$$* a + b = c \rightarrow a = c - b$$

$$* ab = c \rightarrow a = \frac{c}{b}$$

$$* \frac{a}{b} = c \rightarrow a = bc$$

Cancelación

si

$$* a + c = b + c \rightarrow a = b, \text{ si: } c \in \mathbb{R}$$

$$* ac = bc \rightarrow a = b, \text{ si: } c \in \mathbb{0}$$

$$* \frac{a}{c} = \frac{b}{c} \rightarrow a = b, \text{ si: } c \in \mathbb{0}$$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Resolver: $7(x - 18) = 3(x - 14)$

a) 20 b) 21 c) 22
d) 23 e) 24
2. Resolver: $7(x - 3) = 9(x + 1) - 38$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 12
3. Resolver: $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 11$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 6
4. Resolver: $\frac{5x-5}{x+1} = 3$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 8
5. Resolver: $\frac{7x}{8} - 5 = \frac{9x}{10} - 8$

a) 110 b) 100 c) 120
d) 160 e) 162
6. Resolver: $\frac{x}{2} + \frac{x+1}{7} = x - 2$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 6
7. Resolver: $4(x - 3) - 7(x - 4) = 6 - x$

a) 5 b) 4 c) 3
d) 2 e) 1
8. Resolver: $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} = x - 17$

a) 60 b) 61 c) -60
d) -61 e) 62
9. Resolver: $\frac{10x+3}{3} - \frac{3x-1}{5} = x - 2$

a) $-\frac{23}{11}$ b) $\frac{24}{13}$ c) $-\frac{24}{13}$
- d) $\frac{26}{13}$ e) $\frac{21}{13}$
10. Resolver: $\frac{x-2}{3} - \frac{12-x}{2} = \frac{5x-36}{4} - 1$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 6 e) 8
11. Resolver: $\frac{5x-2}{3} - \frac{x-8}{4} = \frac{x+14}{2} - 2$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 6
12. Resolver: $\frac{2x-5}{3} - \frac{5x-3}{4} + 2 + \frac{2}{3} = 0$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 6
13. Se han vendido $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{6}$ de una pieza de paño, de la cual quedan todavía 15 metros. Búsquese la longitud de la pieza.

a) 40 m b) 60 c) 80
d) 120 e) 160
14. Repartirse 100 soles entre 3 personas, de manera que la primera reciba 5 soles más que la segunda, y que ésta reciba 10 soles más que la tercera. ¿Cuánto recibe la tercera persona?

a) S/. 20 b) 22 c) 24
d) 25 e) 50
15. Resolver: $\frac{a}{b}\left(1 - \frac{a}{x}\right) + \frac{b}{a}\left(1 - \frac{b}{x}\right) = 1$

a) $a - b$ b) $a + b$ c)
 $a^2 - ab + b^2$
d) $a^2 + b^2$ e) $a^2 - b^2$

Ejercicios Adicionales

1. Resolver: $\frac{x+a}{a} - \frac{x+b}{b} = 1$

- a) $\frac{ab}{a+b}$ b) $\frac{ab}{a-b}$ c) $\frac{ab}{b-a}$
 d) $\frac{b}{a}$ e) $\frac{a}{b}$

2. Dada la ecuación absurda:

$$\frac{n^2x+5n}{12} = 3x + \frac{15}{6}$$

Indique los posibles valores de "n"

Rpta.: _____

3. Resolver, si:

$$\frac{x(a+b)^2 + (a+b) - (a+b)(x+1) + x + 1}{a+b+1}$$

es igual a: $a^2 + b^2 - a - b + 1 + 2ab$

- a) $a - b$ b) $a + b$ c) $a^2 - b^2$
 d) $a + ab + 1$ e) $a + 1$

4. Resolver:

$$\frac{x}{ab} + \frac{x}{bc} + \frac{x}{ac} - 1 = abc - x(a+b+c)$$

- a) $\frac{a+b+c}{abc}$ b) $\frac{abc}{a+b+c}$ c) $\frac{ab}{c}$
 d) $\frac{a-b}{c}$ e) $a + b + c$

5. Resolver: $\frac{\sqrt{x+k} - \sqrt{x-k}}{\sqrt{x+k} + \sqrt{x-k}} = k^{-1}$

Rpta.: _____

6. Si: $x \neq 0$. Resolver:

$$\frac{p}{px+q} + \frac{q}{qx+p} = \frac{p^2+q^2}{pq+(p^2+q^2)x}$$

Rpta.: _____

TAREA DOMICILIARIA

1. Resolver: $5x + 50 = 4x + 56$

- a) 1 b) 2 c) 4
 d) 5 e) 6

2. Resolver: $16x - 11 = 7x + 70$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 9

3. Resolver: $36 - \frac{4x}{9} = 8$

- a) 1 b) 60 c) 62
 d) 63 e) 68

4. Resolver: $\frac{3x-16}{x} = \frac{5}{3}$

- a) 11 b) 12 c) 13

- d) 14 e) 16

5. Resolver: $\frac{x}{2} + \frac{3x}{4} - \frac{5x}{6} = 15$

- a) 1 b) 12 c) 18
 d) 36 e) 40

6. Resolver: $2x - \frac{19-2x}{2} = \frac{2x-11}{2}$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 6

7. Resolver: $x + \frac{3x-9}{5} = 4 - \frac{5x-12}{3}$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 6

8. Resolver: $\frac{5x-7}{2} - \frac{2x+7}{3} = 3x-14$

$(x-1)(x-2) + (x-1)(x-3) = 2(x-2)(x-3)$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 6 e) 7

- a) 1 b) 6/7 c) 7/3
d) 3/7 e) 11/3

9. Resolver: $\frac{x+4}{3} - \frac{x-4}{5} = 2 + \frac{3x-1}{15}$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

10. Dividir el número 46 en 2 partes tales, que 1/7 de una, más 1/3 de la otra sumen 10. Hallar o indicar la mayor de las partes.

- a) 12 b) 18 c) 22
d) 24 e) 28

11. ¿Cuál es el número cuyos 3/4 menos 8, y la mitad más 5, dan 122?

- a) 60 b) 80 c) 100
d) 140 e) 200

12. Repartirse 90 dólares entre 3 personas, de manera que la tercera reciba 5 dólares menos que la segunda y ésta 10 dólares más que la primera. ¿Cuánto recibe la segunda?

- a) \$35 b) 30 c) 20
d) 10 e) 60

13. Resolver: $\frac{5}{6}\left[x - \frac{1}{3}\right] + \frac{7}{6}\left[\frac{x}{5} - \frac{1}{7}\right] = 4\frac{8}{9}$

- a) 4 b) 5 c) 6
d) 10 e) 12

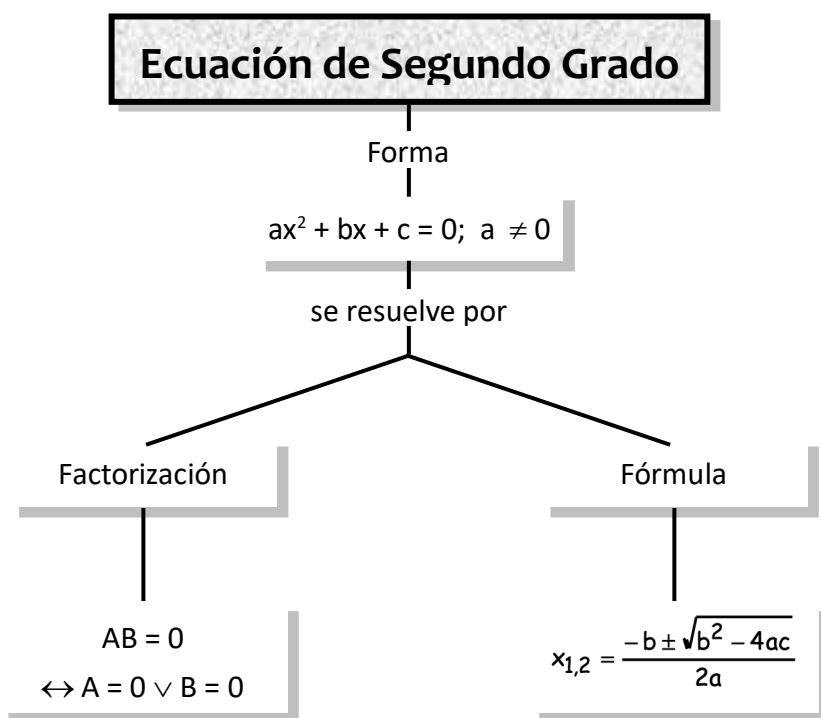
14. Resolver:

$\frac{5x}{3} + 2x + 6\left[x - \frac{x}{3} - \frac{4x}{9}\right] = 450\ 000$

- a) 90 000 b) 80 000 c) 950 000
d) 9 500 e) 45 000

15. Resolver:

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO



Nota: $b^2 - 4ac$; se le llama discriminante y es denotado por Δ .

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Sea la ecuación de 2º Grado.

$$2x^2 - 7x - 15 = 0$$

Donde:

	Término	Coefficiente
$2x^2$	Cuadrático	2
$-7x$	Lineal	
-15	Independiente	

En general una ecuación de segundo grado presenta la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

Donde:

	Término	Coefficiente
ax^2		

Ejemplo 1: Completa el siguiente cuadro.

Fórmula General $ax^2 + bx + c = 0$	Ecuación de 2º	a	b	c
	$2x^2 - 7x - 15 = 0$		-7	
	$5x^2 + 8x + 9 = 0$			
	$9x^2 - 11x - 8 = 0$			
		4	-3	5
		-2	3	7

Ecuaciones Incompletas

Si en la forma general $ax^2 + bx + c = 0$; $b = 0$, entonces se genera la siguiente ecuación:

$$\boxed{}$$

Tiene raíces que son números reales (o simplemente **raíces reales**) sólo si a y c son de signo opuestos.

Ejemplo: Resolver $6x^2 + 12x = 0$

Factor común x en el 1º miembro:

$$x(6x + 12) = 0$$

Igualemos cada factor a CERO: $x = 0$

$$6x + 12 = 0 \quad x = \frac{-12}{6} \quad x = -2$$

entonces: C.S. = $\{0; -2\}$

Métodos de Solución

1ER. MÉTODO: ASPA SIMPLE

Ejemplo 1:

Hallar las raíces de $6x^2 - 5x - 21 = 0$

Solución:

Factorizando: $6x^2 - 5x - 21 = 0$

$$\begin{array}{cc} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{array}$$

$(2x + 3) () = 0$ entonces

$$2x + 3 = 0 \rightarrow x_1 = -3/2$$

$$ = 0 \rightarrow x_2 = $$

¡Ahora inténtalo!

Calcula las raíces de cada una de las siguientes ecuaciones de 2do. grado:

Si en la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, se factoriza _____ y luego cada factor obtenido se iguala a _____ obtenemos las dos raíces de la ecuación.

Ejercicios

Resolver las siguientes ecuaciones por el método de factorización:

1. $x^2 + 3x + 2 = 0$

2. $3x^2 + x - 4 = 0$

3. $x^2 - 8x - 9 = 0$

4. $2x^2 - 5x + 2 = 0$

◆ 2DO. MÉTODO: FÓRMULA GENERAL

Fórmula General:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Donde la expresión subradical $b^2 - 4ac$ recibe el nombre de DISCRIMINANTE (Δ), de modo que también podemos escribir que:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Ejemplo:

Resolver: $x^2 - 5x + 4 = 0$

Identificamos: $a = 1$; $b = -5$; $c = 4$

Calculamos DISCRIMINANTE (Δ):

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4(1)(4) \quad \Delta = 9$$

Reemplazamos datos en la fórmula general:

$$x = \frac{5 \pm 3}{2} \begin{cases} x_1 = \frac{5+3}{2} = 4 \\ x_2 = \frac{5-3}{2} = 1 \end{cases}$$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Siendo $ax^2 + bx + c = 0$; la expresión general de una ecuación de 2º, marca con un aspa (x) en la (V) si es verdadera o en la (F) si es falsa.

- A. "c" es el término lineal. (V) (F)
 B. "a" debe ser diferente de cero. (V) (F)
 C. "ax²" es el término independiente. (V) (F)
 D. "bx" es el término de 1er grado. (V) (F)

2. Dada la siguiente expresión:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \text{ responde (V) o (F)}$$

según corresponda:

- a. " $b^2 - 4ac$ " es el discriminante. (...)
 b. "c" es el coeficiente del término lineal. (...)
 c. "a" es el coeficiente del término de 2º. (...)

3. Resolver las siguientes ecuaciones:

1. $x^2 - x = 0$
2. $x^2 - 16 = 0$
3. $x^2 = 16$
4. $x^2 - 5x = 0$
5. $2x^2 - 1 = x^2 + 24$

4. Resolver: $3x^2 + 5x - 12 = 0$ indicar una de las soluciones:

- a) 1/3 b) 2/3 c) 5/3
 d) 43 e) N.A.
5. Resolver: $4x^2 - 13x + 3 = 0$ indicar la mayor solución:

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 1/4

6. Hallar las raíces de las ecuaciones usando la fórmula general.

1. $x^2 + 5x + 2 = 0$
2. $x^2 + 7x + 5 = 0$
3. $x^2 + 4x - 1 = 0$
4. $x^2 - 3x + 1 = 0$
5. $2x^2 + 7x + 2 = 0$

7. Resuelva las siguientes ecuaciones y señale cuál de ellas posee la mayor raíz.

- a) $x^2 = 4x$
 b) $(x + 1)(x - 3) = 12$
 c) $12x^2 - 25x + 12 = 0$
 d) $(x + 2)(x + 4) = 6x^2$
 e) $(2x - 3)(x + 5) = (3x - 5)(x - 3)$

8. En la siguiente ecuación, hallar la suma de raíces:

$$x(x + 2) + 5 = 3(2 - x) + x - 4$$

- a) -2 b) -3 c) -4
 d) -5 e) 4

9. Resolver la ecuación: $x^2 - 7x + 12$
y dar como respuesta el producto de las raíces dividido entre la suma de las raíces.

- a) $\frac{7}{12}$ b) $\frac{12}{7}$ c) $-\frac{7}{12}$
d) $-\frac{12}{7}$ e) 1

10. En la ecuación: $x^2 + 6x - m = 0$
Hallar "m", si una raíz es -2.

- a) -2 b) -6 c) -8
d) -4 e) 4

11. Resolver las ecuaciones:

- a) $\frac{4x^2 - 3x + 5}{x^2 - 2x + 13} = 2$
b) $abx^2 - (a^2 + b^2)x + ab = 0$

12. Resolver: $\frac{x^2 + 1}{2x} = \frac{113}{112}$; $x > 1$

- a) $\frac{8}{7}$ b) $\frac{7}{8}$ c) $\frac{8}{5}$
d) $\frac{4}{3}$ e) $\frac{4}{5}$

13. Resolver: $\frac{x^2 + 9x + 9}{9x^2 + 9x + 1} = \left(\frac{x+3}{3x+1}\right)^2$

indique la suma de todas sus soluciones:

14. Resolver: $\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = \frac{13}{6}$

Indicando una raíz.

- a) 3 b) -2 c) 2
d) 5 e) 6

15. Luego de resolver:

$$\frac{\frac{x}{x+3}}{\frac{x+2}{x+1}} = \frac{1}{6}$$

Indicando el doble de una raíz.

- a) $-\frac{6}{5}$ b) $\frac{6}{5}$ c) 1
d) $\frac{12}{5}$ e) $-\frac{12}{5}$

Ejercicios Adicionales

7. Calcular la suma de las raíces de:

$$\sqrt{x^2 - 5x + 1} + x^2 - 5x = 1$$

- a) 0 b) 1 c) 2
d) 5 e) 6

8. Se que puedes afirmar acerca de la ecuación:

a. $x^2 - 2ax + a^2 - b^2 - c^2 = 0$

Rpta.: _____

b. $(a - b + c)x^2 + 4(a - b)x + (a - b - c) = 0$

Rpta.: _____

9. Hallar las raíces de las siguientes ecuaciones.

Siendo: $0 < a < c$

- a. $x^2 - 2\sqrt{bc}x + bc = 0$
- b. $x^2 + 2\sqrt{a}x + a - c^2 = 0$
- c. $x^2 + 2\sqrt{b}x + b - c = 0$

Rpta.: _____

10. Indicar la raíz positiva de:

$$mx^2 + 2ax\sqrt{m} + a^2 - c^2 = 0$$

TAREA DOMICILIARIA

1. En una ecuación de 2º, tal como:
 $ax^2 + bx + c = 0$ el símbolo Δ recibe el nombre de discriminante y su valor es:

- a) $b^2 + 4ac$
- b) $b^2 - 4bc$
- c) $b^2 - 4a$
- d) $b^2 - 4ac$
- e) $a^2 - 4ac$

5. Resolver: $3x^2 - 5x = 2$

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 0

2. Ubica las partes de una ecuación de 2º.

$$m\overset{\boxed{n}}{x^2} + \overset{\boxed{p}}{x} + \overset{\boxed{q}}{c} = 0$$

i. Coeficiente del término lineal (.....)

ii. Término independiente (.....)

iii. Exponente 2 (.....)

iv. Coeficiente del término cuadrático (.....)

6. Resolver e indicar la mayor raíz:

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 5
- e) 0

7. Resolver e indicar la menor raíz:

$$5x^2 - 26x + 5 = 0$$

- a) 1/2
- b) 1/5
- c) 3/5
- d) 1
- e) 3/2

8. Resolver utilizando la fórmula general:

- a. $x^2 + 3x + 1 = 0$
- b. $5x^2 + 10x + 1 = 0$
- c. $2x^2 - 6x + 1 = 0$
- d. $x^2 + 5x + 2 = 0$
- e. $x^2 + x + 1 = 0$
- f. $2x^2 + 28x + 96 = 0$

3. Resolver:

- a) $x^2 - 4 = 0$
- b) $x^2 - 49 = 0$
- c) $x^2 = 7$
- d) $x^2 + 2x = 0$
- e) $x^2 + 10x = 0$
- f) $3x^2 + 6x = 0$

9. ¿Cuáles de las siguientes ecuaciones presenta como raíces a: $x_1 = \sqrt{3}$; $x_2 = -\sqrt{3}$?

4. Resolver:

- a. $(x + 1)(x + 2) = 6$
- b. $x(x + 2) + 5 = 4$
- c. $2(x + 3)(x + 2) + 5 = (x + 3)(x + 1) + 6$
- d. $x^2 - 12x + 35 = 0$
- e. $x^2 - 13x + 40 = 0$

- a) $x^2 + 3x + 1 = 0$
- b) $x^2 + 9 = 0$
- c) $x^2 - 3 = 0$
- d) $x^2 + 3x + 3 = 0$
- e) $x^2 + \sqrt{3} = 0$

10. Resolver: $\frac{x}{4} = \frac{-1}{x+5}$

Indicar la mayor raíz:

- a) 1 b) -1 c) -4
d) 4 e) 5

11. Hallar una raíz de: $x^2 + \sqrt{2}x + \sqrt{3}x + \sqrt{6} = 0$

- a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{3}$ c) $\sqrt{6}$
d) $-\sqrt{2}$ e) $-\sqrt{6}$

12. Resolver: $\frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x+2}{x+3}} = \frac{2}{3}$

Indicar el triple de una raíz.

- a) 1 b) 2 c) 3
d) -1 e) -3

13. Indicar el discriminante de la ecuación de 2º grado resultante de:

$$1 - \frac{1}{x+1} = x+1$$

- a) 1 b) -1 c) -2
d) -3 e) -4

14. Si en la ecuación: $x^2 - 5ax + 3a = 0$; una de las raíces es 2. Indicar el valor que adopta "a".

- a) -5 b) 5 c) -4/3
d) 4/7 e) -4/7

15. En la ecuación: $x^2 - (m+n)x + 2m + 2 = 0$

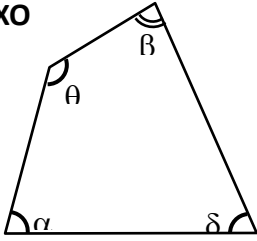
tiene por raíces a $x_1 = 2$ y $x_2 = 3$

Hallar: "m - n"

- a) -1 b) -2 c) 1
d) 2 e) 3

CUADRILÁTEROS

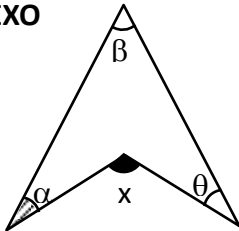
☆ CONVEXO



$$\alpha^\circ + \theta^\circ + \beta^\circ + \delta^\circ = 360^\circ$$

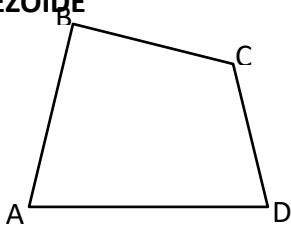
- * $\frac{A}{AD \parallel BC}$ Base δ
- * $\alpha^\circ + \beta^\circ = \theta^\circ + \delta^\circ = 180^\circ$
- * "h" es la altura del trapecio

☆ NO CONVEXO



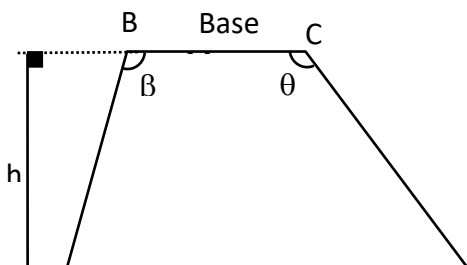
$$\alpha^\circ + \beta^\circ + \theta^\circ = x$$

☆ TRAPEZOIDE



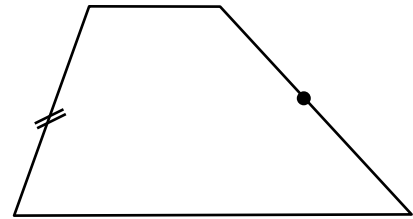
$$AB \not\parallel CD \text{ y } BC \not\parallel AD$$

☆ EL TRAPECIO

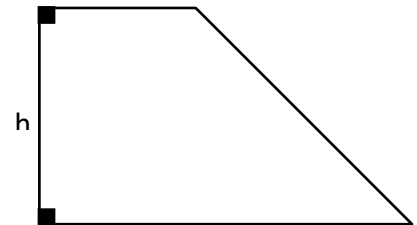


• Clases de Trapecio

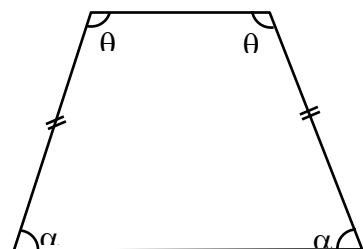
☉ T. Escaleno



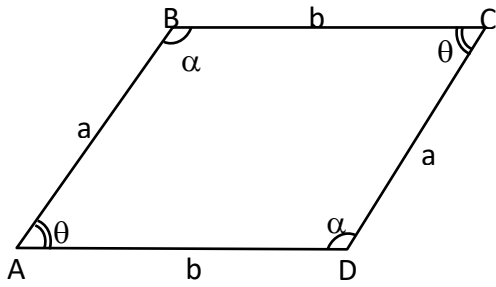
☉ T. Rectángulo



☉ T. Isósceles



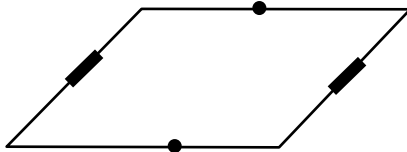
☆ **EL PARALELOGRAMO**



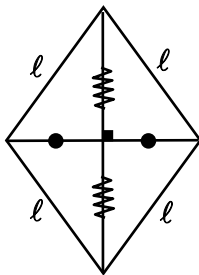
- * $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ y $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$
- * $m\hat{A} = m\hat{C}$ y $m\hat{B} = m\hat{D}$
- * $\alpha^\circ + \theta^\circ = 180^\circ$

• **Clases de Paralelogramo**

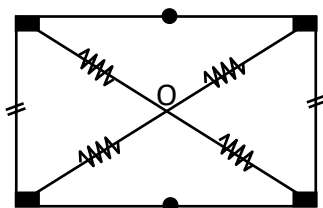
Romboide



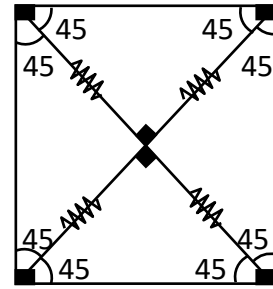
Rombo



Rectángulo

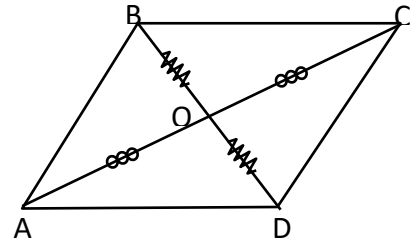


Cuadrado

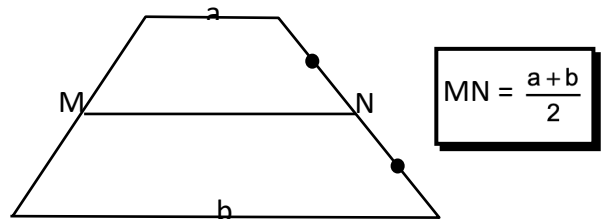


• **Propiedades**

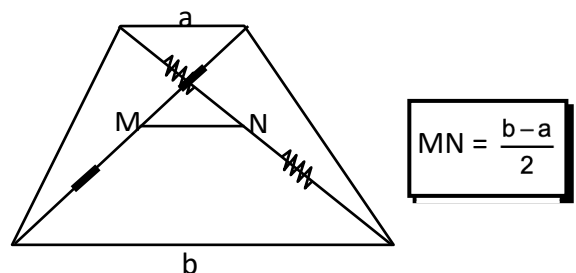
1. En todo paralelogramo las diagonales se cortan en su respecto punto medio.



2. La mediana en el trapezio es igual a la semisuma de las bases.



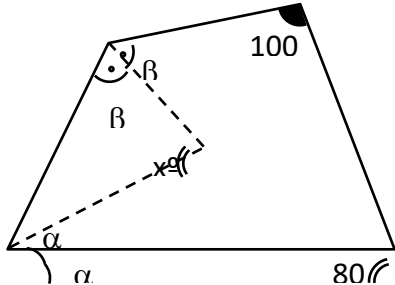
3. El segmento que une los puntos medios de las diagonales de un trapezio son iguales.



EJERCICIOS DE APLICACIÓN

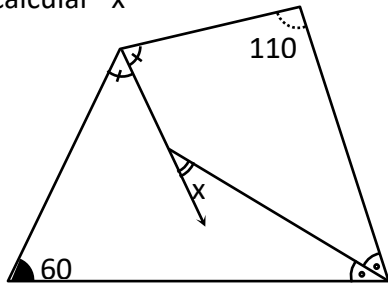
1. Del gráfico calcular "x°"

- a) 50°
- b) 60°
- c) 80°
- d) 90°
- e) 70°



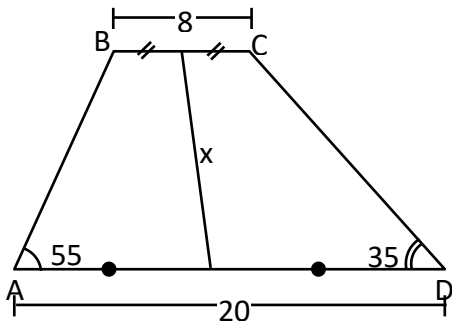
2. Del gráfico calcular "x°"

- a) 20°
- b) 25°
- c) 40°
- d) 45°
- e) 30°



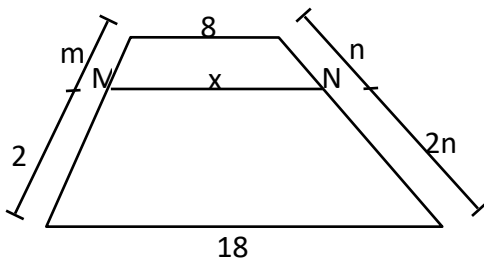
3. Si ABCD es un trapecio, calcular "x"

- a) 6
- b) 7
- c) 9
- d) 14
- e) 16



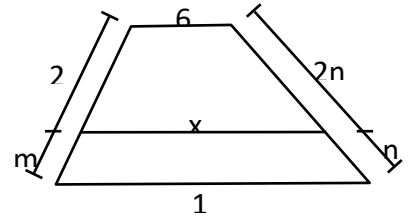
4. Si ABCD es un trapecio, calcular "MN"

- a) 11
- b) 11.2
- c) 11.3
- d) 12
- e) 12.3



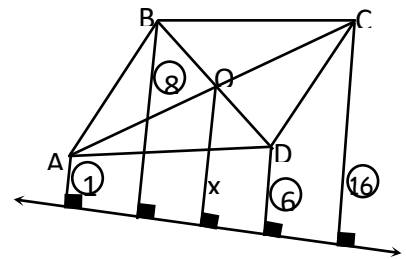
5. Si ABCD es un trapecio, calcular "x"

- a) 10
- b) 12
- c) 14
- d) 17
- e) 18



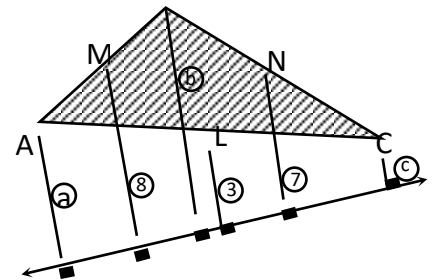
6. Si ABCD es un paralelogramo, calcular "x"

- a) 7.6
- b) 8.2
- c) 7.8
- d) 7.9
- e) N.A



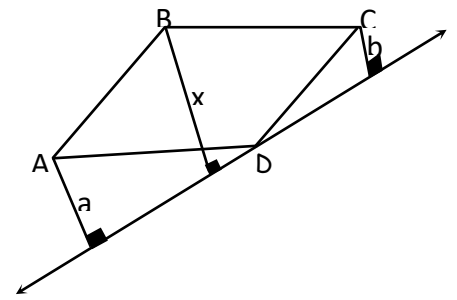
7. De la figura mostrada, calcular: a + b + c.
Si M, N y L son puntos medios.

- a) 19
- b) 17
- c) 18
- d) 20
- e) 22



8. Si ABCD es un paralelogramo, calcular "x"

- a) $\frac{a+b}{2}$
- b) a . b
- c) $\frac{a-b}{2}$
- d) a + b
- e) $\frac{a-b}{3}$



9. Del gráfico, Calcular "x°"

a) 37°
 b) 53°
 c) 45°
 d) 60°
 e) 75°

13. Del gráfico calcular x° . Si ABCD es un cuadrado.

a) 30°
 b) 45°
 c) 60°
 d) 53°
 e) 37°

10. En la figura mostrada. Si ABCD es un cuadrado. Calcular la longitud de su lado.

a) 3
 b) 4
 c) 5
 d) 6
 e) 7

14. En la figura mostrada. Si: $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$, $\overline{BC} = 5\text{m}$ y $\overline{AD} = 9\text{m}$. Hallar \overline{BH} .

a) 2m
 b) 4
 c) 7
 d) 8
 e) 9

11. Según el gráfico mostrado, calcular "x"

a) 4
 b) 3
 c) 2
 d) 5
 e) 7

15. En la figura mostrada. Calcular x° .
 Si $AB = BC = CD$

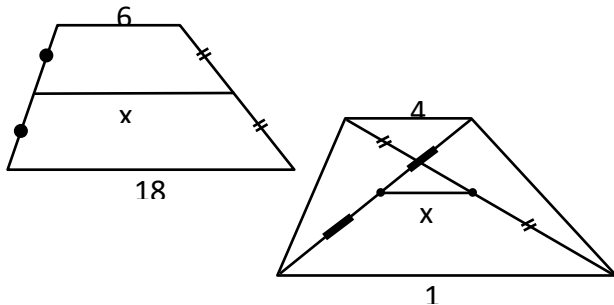
a) 15°
 b) 16°
 c) 10°
 d) 14°
 e) 17°

12. Del gráfico calcular: "x" si ABCD es un rombo.

a) 10
 b) 12
 c) 14
 d) 15
 e) 17

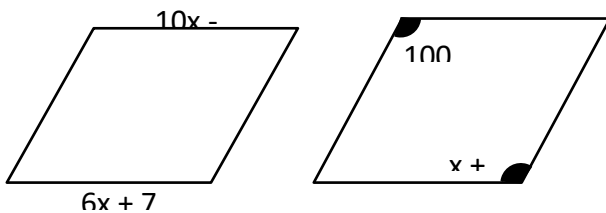
TAREA DOMICILIARIA

1. En el gráfico se encuentran 2 trapezios. Hallar "x" en cada caso.



Rpta.: Rpta.:

2. A continuación se muestran 2 paralelogramos. Hallar "x" en cada caso:



Rpta.: Rpta.:

3. En cuadrilátero convexo los ángulos internos miden 80° , $70^\circ + x^\circ$, 100° y 60° . Hallar x°

- a) 120° b) 20° c) 40°
d) 50° e) 45°

4. Los ángulos internos de un cuadrilátero miden α , 2α , 3α y 100° . Hallar el valor de " α "

- a) $45,5^\circ$ b) $34,3^\circ$ c) $43,3^\circ$

- d) $28,7^\circ$ e) $29,3^\circ$

5. En un trapecio la mediana excede en tres y la base menor. Si la base mayor mide 14. Hallar la base menor.

- a) 11 b) 4 c) 6
d) 8 e) 2

6. Dos de los lados de un paralelogramo miden 4m y 11m. hallar su perímetro.

- a) 30m b) 26 c) 28
d) 35 e) 40

7. En un rectángulo una diagonal mide 13m. y la base 12m. Hallar la altura del rectángulo.

- a) 3 b) 4 c) $\sqrt{5}$
d) 5 e) 7

8. En un paralelogramo ABCD la bisectriz del \hat{B} corta a \overline{AD} en "R". Si la $m \sphericalangle BRA = 80^\circ$. Hallar la $m \sphericalangle ABC$.

- a) 80° b) 100° c) 90°
d) 160° e) 140°

9. Grafique el romboide ABCD y trace la bisectriz del $\sphericalangle D$ que corta a \overline{BC} en "F". Si $AB = 8m$ y $FB = 4m$. Hallar el valor de \overline{AD} .

- a) 12m b) 10 c) 14
d) 18 e) 15

10. En un trapecio ABCD (\overline{BC} es la base menor) se escoge "Q" en \overline{AD} , de modo

que ABCQ sea un paralelogramo. Si $m \sphericalangle A = 80^\circ$, $m \sphericalangle D = 20^\circ$ y $\overline{BC} = m$ y $\overline{CD} = 11m$. Hallar la base \overline{AD} .

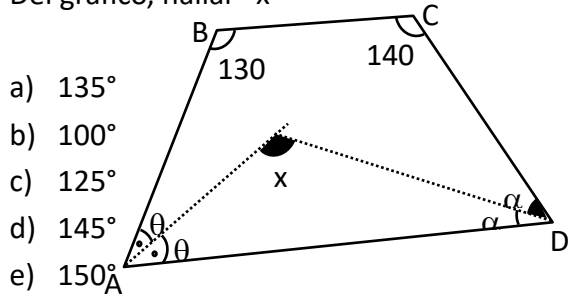
- a) 4
7
d) 9
- b) 6
e) N.A
- c)

- a) 16m b) 15m c) 13m
d) 12m e) 18m

11. En un romboide ABCD las diagonales se cortan en "O". Si $\overline{AC} = 18m$ y $\overline{BD} = 12$. Hallar: (OA) (BO)

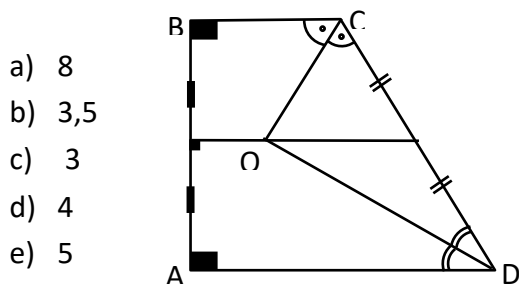
- a) 45m b) 56 c) 60
d) 58 e) 54

12. Del gráfico, hallar "x"



13. En la figura se muestra a un trapecio rectángulo donde: $\overline{CD} = 10$; $\overline{AD} = 14$ y $\overline{BC} = 6$.

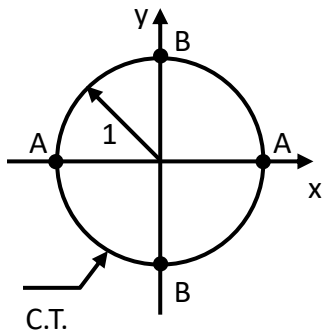
Hallar la distancia de "O" a \overline{AB} .



14. En un paralelogramo ABCD, por el punto medio "M" de \overline{AB} se traza una secante que intersecta en "N" a \overline{CD} y a las prolongaciones \overline{CB} y \overline{AD} en "Q" y "P" respectivamente. Hallar MN. Si $NP = 3$ y $NQ = 15$

CIRCUNFERENCIA TRIGONOMETRICA

Si logramos que el centro de una circunferencia coincida con el origen de coordenadas rectangulares y que esta circunferencia tenga un radio cuya medida sea la unidad del sistema, entonces estaremos ante la llamada Circunferencia Trigonométrica.

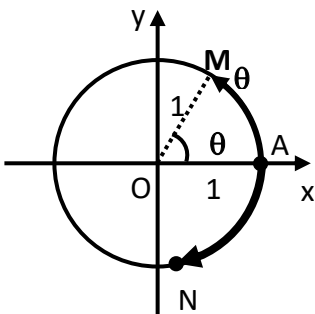


Donde:

- A : Origen de Arcos
- B : Origen de Complementos
- A' : Origen de Suplementos
- B' : Sin Definición Particular
- C.T. : Circunferencia Trigonométrica

Arco en posición normal

Son llamado de esta manera los arcos cuyo extremo inicial coincide con el origen de arcos (**Punto A**). En una circunferencia trigonométrica se dice que el número de radianes del ángulo central es numéricamente igual al arco generado.



Donde: \widehat{AM} y \widehat{AN} son arcos en posición normal.

¡Recordar!

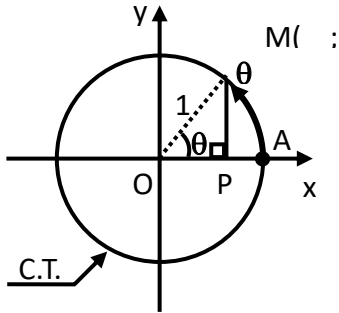
$$\theta = \widehat{AM}$$

(Numéricamente)

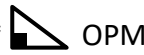
Es muy frecuente que debido a esto igualdad la medida del ángulo central se coloque en el extremo final del arco en posición normal.

REPRESENTACIÓN DE SEÑO Y COSENO

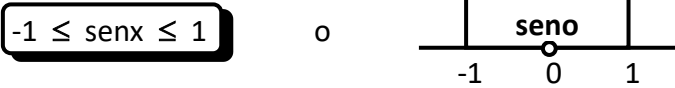
Seno : Los valores numéricos de la R.T. seno están representados en la C.T. por la ordenada del extremo final del arco en posición normal.



Demostración:

*  $OPM \quad \text{sen}\theta = \frac{MP}{1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\text{sen}\theta = MP}$

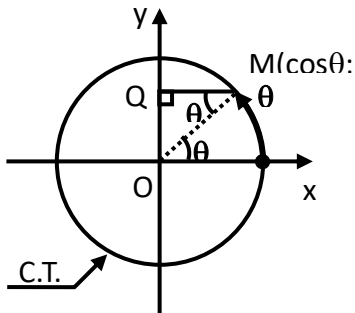
Variación:




¡Important e!

- i) El máximo valor de seno es **1**
- ii) El mínimo valor de seno es **-1**

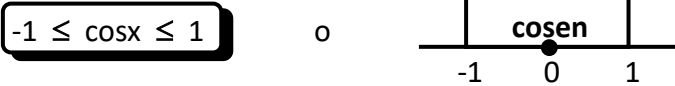
Coseno : Los valores numéricos de la R.T. coseno están representados en la C.T. por la abscisa del extremo final del arco en posición normal.



Demostración:

*  $OQM \quad \text{cos}\theta = \frac{MQ}{1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\text{cos}\theta = MQ}$

Variación:



¡Important e!

- i) El máximo valor del coseno es **1**
- ii) El mínimo valor del coseno es **-1**

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Indicar el signo de comparación que debe ir en el círculo:

$\text{sen}70^\circ$ $\text{sen}160^\circ$

- a) < b) > c) \leq
 d) \geq e) =

2. Indicar el signo de comparación que debe ir en el círculo:

$\text{sen}50^\circ$ $\text{sen}130^\circ$

- a) < b) > c) \leq
 d) \geq e) =

3. Indicar el signo de comparación que debe ir en el círculo.

$\text{cos}100^\circ$ $\text{cos}200^\circ$

- a) < b) > c) \leq
 d) \geq e) =

4. Indicar el signo de comparación que debe ir en el círculo.

$\text{cos}160^\circ$ $\text{cos}260^\circ$

- a) < b) > c) \leq
 d) \geq e) =

5. Si: $\frac{\pi}{2} < x_1 < x_2 < \pi$

Indicar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

- I. $\text{sen}x_1 < \text{sen}x_2$
 II. $\text{cos}x_1 < \text{cos}x_2$
 III. $\text{cos}x_1 < \text{sen}x_2$

- a) VVV b) VFF c) FFV
 d) VFV e) VFV

6. Si: $3\frac{\pi}{2} < x_1 < x_2 < 2\pi$

Indicar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. $\text{sen}x_1 < \text{sen}x_2$
 II. $\text{cos}x_1 < \text{cos}x_2$
 III. $\text{cos}x_1 < \text{sen}x_2$

- a) VVV b) VVF c) FFV
 d) VFV e) FVF

7. Indicar el signo de comparación que debe ir en el círculo.

$|\text{sen}250^\circ|$ $|\text{sen}340^\circ|$

- a) < b) > c) \leq
 d) \geq e) =

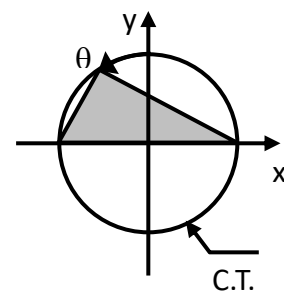
8. Indicar el signo de comparación que debe ir en el círculo.

$|\text{cos}100^\circ|$ $|\text{cos}200^\circ|$

- a) < b) > c) \leq
 d) \geq e) =

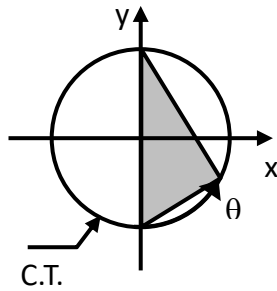
9. Del gráfico mostrado calcular el área del triángulo sombreado.

- a) $\text{sen}\theta$
 b) $\text{cos}\theta$
 c) $-\text{sen}\theta$
 d) $-\text{cos}\theta$
 e) $2\text{sen}\theta$



10. Del gráfico mostrado calcular el área del triángulo sombreado.

- a) $\text{sen}\theta$
- b) $\text{cos}\theta$
- c) $-\text{sen}\theta$
- d) $-\text{cos}\theta$
- e) $2\text{cos}\theta$

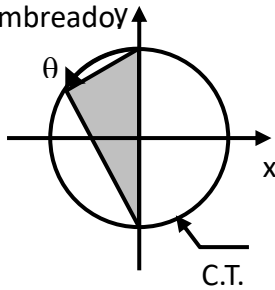


$$a = \text{sen}50^\circ ; b = \text{sen}100^\circ \wedge c = \text{sen}150^\circ$$

- a) abc
- b) cba
- c) cab
- d) acb
- e) bca

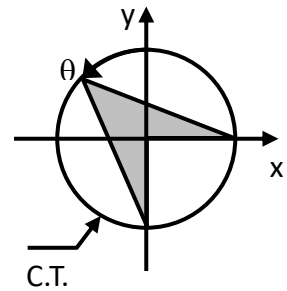
11. Del gráfico mostrado calcular el área del triángulo sombreado

- a) $\text{sen}\theta$
- b) $\text{cos}\theta$
- c) $-\text{sen}\theta$
- d) $-\text{cos}\theta$
- e) $2\text{cos}\theta$



15. Del gráfico mostrado calcular el area del cuadrilátero sombreado.

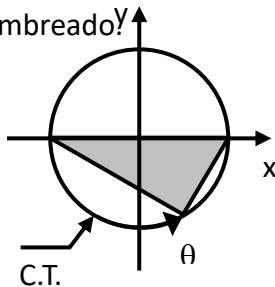
- a) $\frac{1}{2}(\text{sen}\theta + \text{cos}\theta)$
- b) $\frac{1}{2}(\text{sen}\theta - \text{cos}\theta)$
- c) $\frac{1}{2}(\text{cos}\theta - \text{sen}\theta)$
- d) $\frac{1}{2}\text{sen}\theta$
- e) $\frac{1}{2}\text{cos}\theta$



TAREA DOMICILIARIA

12. Del gráfico mostrado calcular el área del triángulo sombreado

- a) $\text{sen}\theta$
- b) $\text{cos}\theta$
- c) $-\text{sen}\theta$
- d) $-\text{cos}\theta$
- e) $2\text{sen}\theta$



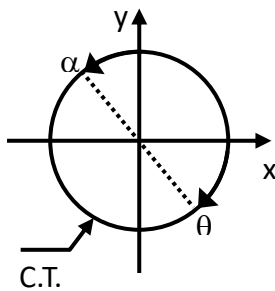
1. Indicar el signo de comparación que debe ir en el círculo:

$$\text{sen}165^\circ \quad \text{sen}220^\circ$$

- a) $<$
- b) $>$
- c) \leq
- d) \geq
- e) $=$

13. Del gráfico calcular " $\text{sen}\alpha + \text{sen}\theta$ "

- a) 0
- b) 1
- c) -1
- d) $1/2$
- e) $-1/2$



2. Indicar el signo de comparación que debe ir en el círculo:

$$\text{cos}190^\circ \quad \text{cos}280^\circ$$

- a) $<$
- b) $>$
- c) \leq
- d) \geq
- e) $=$

3. Indicar el signo de comparación que debe ir en el círculo:

$$\text{sen}70^\circ \quad \text{cos}70^\circ$$

14. Ordenar en forma creciente los siguientes valores.

- a) $<$
- b) $>$
- c) \leq
- d) \geq
- e) $=$

4. Indicar el signo de comparación que debe ir en el círculo.

$$\text{sen}260^\circ \quad \bigcirc \quad \text{cos}260^\circ$$

- a) < b) > c) ≤
 d) ≥ e) =

5. Ordenar en forma creciente los siguientes valores:

$$a = \text{sen}80^\circ ; \quad b = \text{sen}130^\circ \quad \wedge \quad c = \text{sen}190^\circ$$

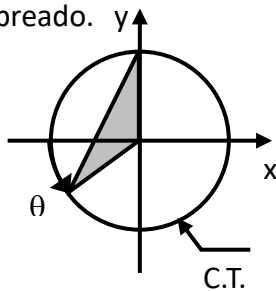
- a) abc b) cba c) cab
 d) bac e) bca

6. Ordenar en forma decreciente los siguientes valores:

$$a = \text{cos}70^\circ ; \quad b = \text{cos}100^\circ \quad \wedge \quad c = \text{cos}195^\circ$$

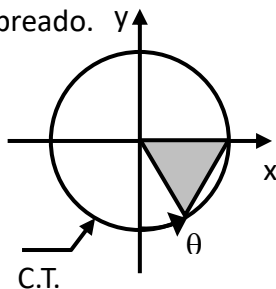
- a) abc b) cba c) cab
 d) bca e) bac

7. Del gráfico mostrado calcular el área del triángulo sombreado.



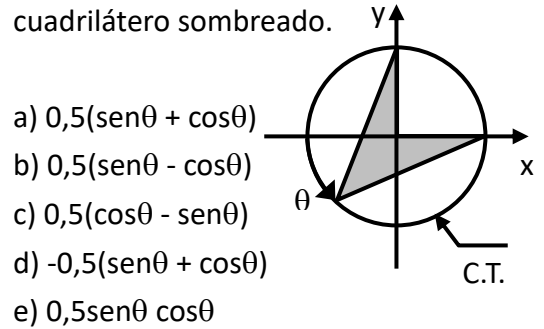
- a) $0,5 \text{ sen} \theta$
 b) $0,5 \text{ cos} \theta$
 c) $-0,5 \text{ sen} \theta$
 d) $-0,5 \text{ cos} \theta$
 e) $-\text{cos} \theta$

8. Del gráfico mostrado calcular el área del triángulo sombreado.



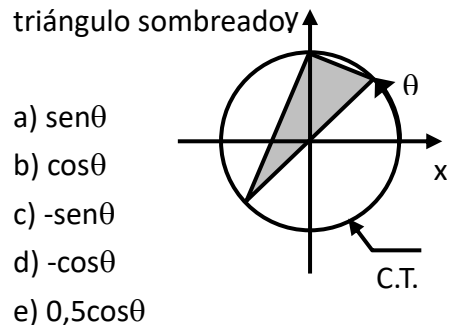
- a) $0,5 \text{ sen} \theta$
 b) $0,5 \text{ cos} \theta$
 c) $-0,5 \text{ sen} \theta$
 d) $-0,5 \text{ cos} \theta$
 e) $-\text{sen} \theta$

9. Del gráfico mostrado calcular el área del cuadrilátero sombreado.



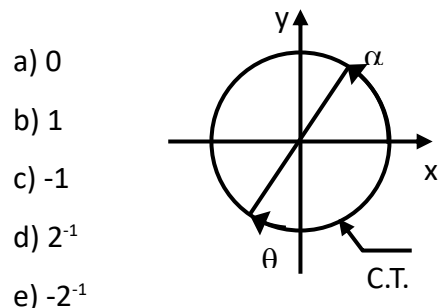
- a) $0,5(\text{sen} \theta + \text{cos} \theta)$
 b) $0,5(\text{sen} \theta - \text{cos} \theta)$
 c) $0,5(\text{cos} \theta - \text{sen} \theta)$
 d) $-0,5(\text{sen} \theta + \text{cos} \theta)$
 e) $0,5 \text{ sen} \theta \text{ cos} \theta$

10. Del gráfico mostrado calcular el área del triángulo sombreado y



- a) $\text{sen} \theta$
 b) $\text{cos} \theta$
 c) $-\text{sen} \theta$
 d) $-\text{cos} \theta$
 e) $0,5 \text{ cos} \theta$

11. Del gráfico mostrado calcular "cos alpha + cos theta"



- a) 0
 b) 1
 c) -1
 d) 2^{-1}
 e) -2^{-1}

12. Indicar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones si:

$$\pi < x_1 < x_2 < \frac{3\pi}{2}$$

I. $\text{sen}x_1 < \text{sen}x_2$

II. $\text{cos}x_1 < \text{cos}x_2$

III. $|\text{sen}x_1| < |\text{sen}x_2|$

a) VVV b) VVF c) FVV

d) FVF e) VFV

13. Indicar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones si:

$$-\pi < x_1 < x_2 < -\frac{\pi}{2}$$

I. $\text{sen}x_1 < \text{sen}x_2$

II. $\text{cos}x_1 < \text{cos}x_2$

III. $\text{sen}|x_1| < \text{sen}|x_2|$

a) VVV b) VVF c) FVV

d) FVF e) VFV

14. Del gráfico calcular el área del cuadrilátero sombreado.

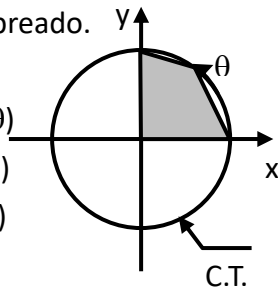
a) $0,5(\text{sen}\theta + \text{cos}\theta)$

b) $0,5(\text{sen}\theta - \text{cos}\theta)$

c) $0,5(\text{cos}\theta - \text{sen}\theta)$

d) $0,5\text{sen}\theta$

e) $0,5\text{cos}\theta$



15. Del gráfico calcular "OP"

a) $\frac{\text{sen}\theta}{1 + \text{cos}\theta}$

b) $\frac{\text{cos}\theta}{1 + \text{sen}\theta}$

c) $\frac{\text{sen}\theta}{1 - \text{cos}\theta}$

d) $\frac{\text{cos}\theta}{1 - \text{sen}\theta}$

e) $\frac{\text{sen}\theta}{1 + \text{sen}\theta}$

