

INSTITUCIÓN EDUCATIVA PRIVADA

Agua Viva

Preparando para triunfar!

TRUJILLO

$$a^2 + b^2 = c^2$$

π

INSTITUCIÓN EDUCATIVA PRIVADA
AGUA VIVA

MATEMÁTICA

II BIMESTRE

3^o DE
SECUNDARIA

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\sqrt{x}$$

$$2x + 3 = 11$$

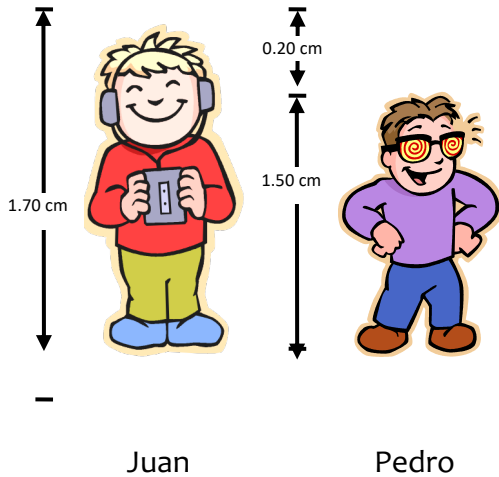
$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$



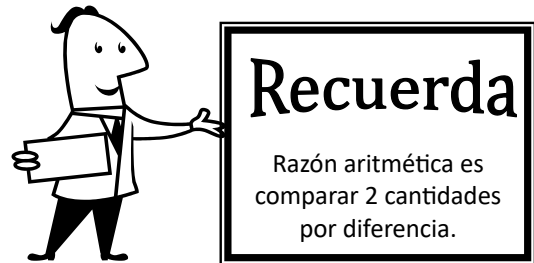
ALUMNO(A):

RAZÓN ARITMÉTICA Y GEOMÉTRICA

RAZÓN ARITMÉTICA



Completa el siguiente ejemplo:

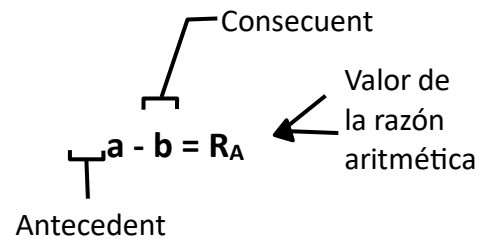


- A) $12 - 2 = 15 \square = 1 \square$
- B) $18 \square = 12 \square = 20 \square$

Del ejemplo podemos afirmar

- A) Quién es más alto

- B) Juan es _____ mayor que

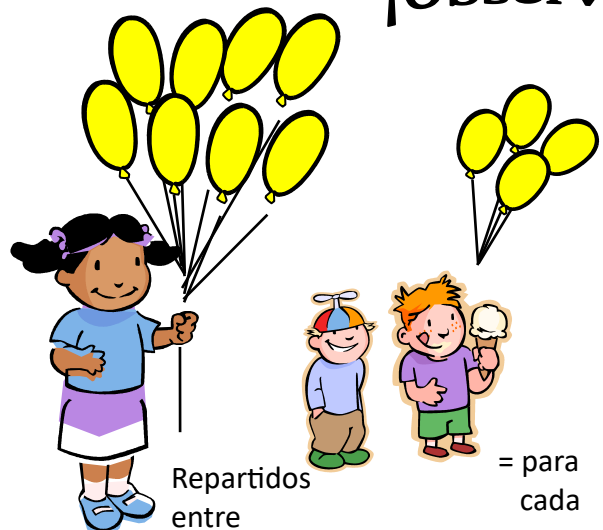
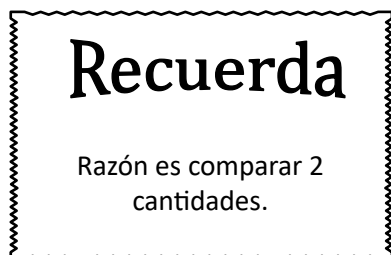


Luego:

$$\underbrace{170}_{\text{Juan}} - \underbrace{150}_{\text{Pedro}} = \underbrace{0,20}_{\text{Razón Aritmética}} \text{ cm.}$$

RAZÓN GEOMÉTRICA

¡Observa!



$$8 - 3 = 5$$

Del ejemplo podemos afirmar:

- A) Cuántos globos se reparten _____
- B) Entre cuantos niños _____
- C) Cuanto le toca a cada uno _____

- A) "8" excede en "5" a "3" ()
- B) "3" es "5" unidades menor que "8" ()
- C) El ejemplo es una razón geométrica ()

Luego:

$$\frac{8}{2} = 4$$

Recuerda

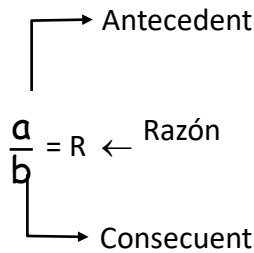
Razón geométrica es comparar 2 cantidades por cociente.



2. Completa:

$$\frac{\quad}{\quad} = \frac{15}{5} = 10 \leftarrow \quad$$

▶ PARTES DE UNA RAZÓN GEOMÉTRICA



COMPLETA

$$\frac{16}{\square} = \frac{8}{\square} = \frac{\square}{6} = 4$$

- 3. a) Representa matemáticamente: "La edad de Pedro es la edad de Luis, como 2 es a 3".
- b) Representa como una R. Geométrica: "Ana tiene el doble de dinero que Rosa"
- 4. a) "A" es a "B" como 2 es a 5, si la suma de ambos números es 70, ¿Cuánto vale A?

- a) 10 b) 20 c) 30
- d) 40 e) N.A.

- b) El dinero que tiene María es la dos tercera parte de Claudia, si ambas tienen en total 150; ¿Cuánto tiene Claudia?

- a) 90 b) 100 c) 130
- d) 150 e) N.A.

Ejercicios de Aplicación

- 1. Coloca verdadero o falso según sea el caso:
Sea el siguiente ejemplo:

Hallar: "b"

5. Completa:

$$\begin{array}{c} \longleftarrow \\ \downarrow \\ \frac{a}{b} = c \leftarrow \\ \uparrow \\ \longrightarrow \end{array}$$

- a) 20 b) 40 c) 60
d) 80 e) N.A.

b) Si: $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ y $a + b = 50$

Hallar: "a"

6. a) A es a 2 como B es a 8 representado en forma R. Geométrica.

- a) 10 b) 20 c) 30
d) 40 e) N.A.

b) Coloca verdadero o falso sea el siguiente caso:

$$\frac{16}{8} = 2$$

- A) "2" esta contenido "8" veces en 16 ()
B) "8" esta contenido "2" veces en 16 ()
C) El ejemplo es una razón aritmética ()

9. Dos números suman 8 y el primero es el segundo como 5 es a 3. ¿Hallar los números?

- a) 5,3 b) 7,1 c) 4,4
d) 5,7 e) N.A.

10. Razón aritmética de las edades de Pedro y Juan es 24 años y su razón geométrica 1/3 cual es la edad de c/u.

Rpta. _____

7. a) Mario tiene 38 años y Jessica 20 años. ¿Hace cuántos años sus edades fueron como 2 a 1?

- a) 12 b) 8 c) 10
d) 15 e) N.A.

b) Las edades de 2 personas están en relación de 5 a 7 dentro de 10 años la relación será de 3 a 4 hace 10 años. ¿Cuál era la relación de sus edades?

- a) 1/2 b) 2/3 c) 3/4
d) 4/5 e) 1/3

8. a) Si: $\frac{a}{b} = \frac{7}{2}$ y $a - b = 100$

11. La razón geométrica de dos números vale 4/7 y su razón aritmética es 45. hallar el menor número.

- a) 60 b) 50 c) 70
d) 80 e) N.A.

12. En una razón geométrica el antecedente es 108 y el consecuente y ¿Cuál es el valor de la razón?

- a) 25 b) 27 c) 29
d) 33 e) 31

13. En una razón el consecuente es 8 y su valor es 0,375. Determinar el antecedente.

8. Determinar el consecuente de una razón cuyo valor es $5/8$ y el antecedente es $4/9$.

- a) $32/45$ b) $45/32$ c) $18/15$
 d) $6/5$ e) N.A.

9. Los ángulos interiores de un triángulo están en la razón de 5, 8 y 2. ¿Cuál es la medida de ángulo mayor?

- a) 90° b) 96 c) 100
 d) 106 e) N.A.

10. Dos números entre si como 3 es a 5 y su suma es 96. Calcular la diferencia de dichos números.

- a) 52 b) 37 c) 53
 d) 42 e) N.A.

11. Hallar " $x \cdot y$ "; si $5x = 4y$
 Además: $x + y = 72$. Dar como respuesta la suma de sus cifras.

- a) 9 b) 12 c) 10
 d) 11 e) N.A.

12. El producto de dos números es 250 y están en relación de 5 es a 2. Hallar el doble del mayor.

- a) 10 b) 30 c) 50
 d) 70 e) N.A.

13. Si: $a \cdot b \cdot c = 1008$

Hallar: $a + b + c$ en:

$$\frac{a}{30} = \frac{b}{35} = \frac{c}{15} = K$$

- a) 45 b) 60 c) 70
 d) 80 e) N.A.

14. Rosa tuvo su hijo a los 18 años ahora su edad es a la de su hijo como 8 es a 5. ¿Cuántos años tiene su hijo?

- a) 30 b) 35 c) 11
 d) 28 e) N.A.

15. En una fiesta se observa que por cada 8 mujeres había 5 hombres, además el número de mujeres excede al número de hombres en 21.

¿Cuál es la nueva relación si se retira 16 parejas?

- a) $40/19$ b) $23/19$ c) $12/9$
 d) $7/4$ e) N.A.

PROPORCIONES

PROPORCIÓN ARITMÉTICA (P.A.)

$$\boxed{10-2} = \boxed{12-4}$$

R. Aritmética = R. Aritmética



Luego:

Proporción Aritmética: Es comparar 2 ó más razones

Completa las siguientes proporciones:

$13 - 2 = 16 - \square \quad \square - 1$

EN FORMA GENERAL:

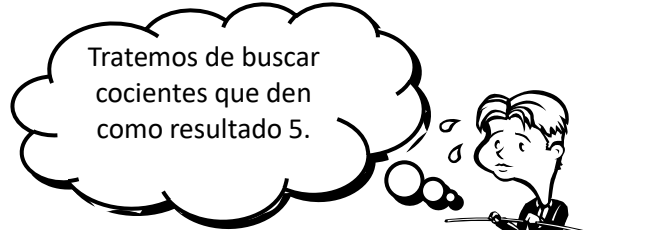
$a - b = c - d$

Recuerda

a y c: antecedentes
b y d: consecuentes

Recuerda

Existe 2 tipos de P.A.
 $a - b = x - y \rightarrow$ P.A. Discreta
 $a - b = b - c \rightarrow$ P.A. Continua



Tratemos de buscar cocientes que den como resultado 5.

$$\frac{20}{4} = \frac{10}{2}$$

R. R.

Luego:

Proporción Geométrica: Es comparar 2 ó más razones

Completa las siguientes proporciones:

$\frac{18}{\square} = \frac{\square}{4} = \frac{9}{\square} = \frac{\square}{5} =$

EN FORMA GENERAL

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Recuerda

a y c: antecedentes
b y d: consecuentes
a y d: extremos
b y c: medios

Recuerda

Existe 2 tipos de P.G.
 $\frac{a}{b} = \frac{x}{y} \rightarrow$ P.G. Discreta
 $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \rightarrow$ P.G. Continua



Ejercicios de Aplicación



16. En una proporción geométrica discreta los consecuentes son 2 y 7 hallar el 1er. antecedente. Si los antecedentes suman 90.

- a) 20 b) 30 c) 40
d) 50 e) N.A.

17. En una proporción geométrica continua se sabe que $A = 8$ y $B = 4$. Hallar la tercera proporcional.

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) N.A.

18. Coloca verdadero o falso:

- a. P.G. es comparar razones Aritmética ()
b. P.A. es comparar razones geométricas ()
c. P.G. es comparar R. Geométricas ()

19. El producto de los extremos de una proporción geométrica es 12; hallar el producto de los cuatros términos.

Rpta. _____

20. En una proporción aritmética se sabe que los extremos son 10 y 2 hallar la media diferencial.

Rpta. _____

21. Relaciona la correcta:

Clases	Tipos	
	Discreta	Continua
Proporción Aritmética	$A - B = C - D$ "D" es cuarta diferencial de A, B y C	$A - B = B - C$ "C" es tercera diferencial de A y B "B" media diferencial de A y C
Proporción Geométrica	$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ "D" cuarta proporcional de A, B y C	$\frac{A}{B} = \frac{B}{C}$ C: Tercera proporcional de A y B B: Media proporcional de A y C

- d) 6 e) 8

Tarea
Domiciliaria N° 2

16. Hallar "x": $\frac{2}{8} = \frac{x}{16}$

- a) 4 b) 8 c) 10
d) 12 e) 1

17. ¿Cuál es la tercera diferencial de 30 y 23?

- a) 16 b) 15 c) 14
d) 12 e) N.A.

18. Calcular la cuarta proporcional de 36, 12 y 9.

- a) 3 b) 5 c) 7
d) 11 e) N.A.

19. ¿Cuál es la tercera proporcional de 9 y 12?

- a) 16 b) 15 c) 20
d) 18 e) N.A.

20. ¿Cuál es la tercera diferencial de 30 y 23?

- a) 16 b) 15 c) 12
d) 14 e) N.A.

21. Calcular la tercera proporcional de 9 y 12.

- a) 13 b) 14 c) 15
d) 16 e) N.A.

22. Determinar la media proporcional de 9 y 25.

- a) 13 b) 14 c) 15
d) 16 e) N.A.

23. Julio tiene 38 años y Juan 24 años hace cuántos años sus edades fueron como 2 es a 1.

- a) 15 b) 12 c) 10
d) 8 e) N.A.

24. La suma de los 4 términos de una proporción geométrica y continua es 18. Hallar la diferencia de los extremos.

- a) 7 b) 4 c) 6
d) 5 e) N.A.

25. Hallar la tercia proporcional entre la media proporcional de 9, 16 y la cuarta proporcional de 10, 15 y 14.

- a) 38 b) 36,75 c) 40
d) 34,25 e) N.A.

26. En una proporción geométrica continua los términos extremos están en relación de 4 a 9 siendo su suma 65. Hallar la media proporcional.

- a) 30 b) 45 c) 50
d) 60 e) 90

27. Tres números están en la misma relación que 5, 9 y 13. Si la suma de ellos es 216. indicar el mayor de ellos.

- a) 100 b) 104 c) 28
d) 29 e) 30

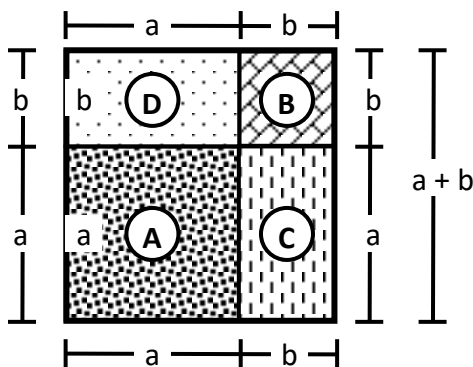
28. En una proporción geométrica continua la suma de los extremos es 34 y su diferencia es 16. Hallar la media proporcional.

- a) 12 b) 15 c) 13
d) 14 e) 16

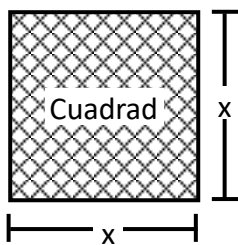
PRODUCTOS NOTABLES II

¿Entonces cómo?

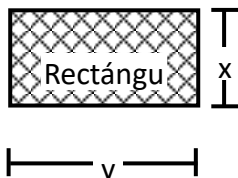
Lo calculaban usando áreas:



Para demostrarlo debemos recordar.



Área = x^2



Área = $x \cdot y$



En Egipto ya conocían los productos notables, pero no lo calculaban algebraicamente.

En el cuadrado: su área será:

Área = $(a + b)^2$ ①

Cuadrado

Pero además:

Área = $A + B + C + D$

Cuadrado

Por recordatorio:

$A = a^2$

$C = ab$

$B = b^2$

$D = ab$

Área Cuadrado = $a^2 + b^2 + ab + ab$

De ①

$\Rightarrow (a + b)^2 = a^2 + b^2 + ab + ab$

ORDENANDO Y REDUCIENDO

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Identidad que va conoces

Veamos algunos Productos Notables mas:

1 BINOMIO AL CUBO

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Ejemplo:

- $(x + 2)^3 = (x)^3 + 3(x)^2(2) + 3(x)(2)^2 + 2^3$
 $= x^3 + 6x^2 + 12x + 8$
- $(x - 5)^3 = (x)^3 - 3(x)^2(5) + 3(x)(5)^2 - (5)^3$
 $= x^3 - 15x^2 + 75x - 125$

Completa Ahora el Cuadro

a	B	a ₃	3a ² b	3ab 2	b ₃	a ³ +3a ² b+3ab ² + b ³
x	Y	x ₃				x ³ +3x ² y+3xy ² + y ³
2 m	N 2				n 3	
3x 2	Y					
2c	D 2					



Observa esta otra forma del Binomio al Cubo

$$(a + b^3) = a^3 + b^3 + 3ab (a + b)$$

$$(a - b^3) = a^3 - b^3 - 3ab (a - b)$$

Se denominan semidesarrolladas.

Se utiliza generalmente para problemas tipo:

Ejemplo 1

Si: $a + b = 4$ $ab = 5$

Calcular: $a^3 + b^3$

$$\Rightarrow (a + b)^3 = (4)^3 \text{ (Se eleva al cubo)}$$

$$a^3 + b^3 + 3ab (a + b) = 64$$

$$a^3 + b^3 + 3(5)(4) = 64$$

$$a^3 + b^3 + 60 = 64$$

$$a^3 + b^3 = 4$$

Ejemplo 2

Si: $x - \frac{1}{x} = 6$

Calcular: $x^3 - \frac{1}{x^3}$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 = (6)^3 \text{ (Se eleva al cubo)}$$

$$x^3 - \left(\frac{1}{x}\right)^3 - 3(x)\left(\frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right) = 216$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} - 3(6) = 216$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} - 18 = 216$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = 234$$

2 BINOMIO POR TRINOMIO

Es de la forma.

$$\Rightarrow (a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

Ejemplo:

▪ $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = x^3 + 2^3$
 $= x^3 + 8$

▪ $(x + 5)(x^2 - 5x + 25) = x^3 + 5^3$
 $= x^3 + 125$

$(a + b)$	*	$(a^2 - ab + b^2)$	=	$a^3 + b^3$
$x + y$	*	$x^2 - xy + y^2$	=	
$\sqrt[3]{x} + 2$	*	$\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4$	=	
$\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}$	*	$\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}$	=	
$\sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{7}$	*	$\sqrt[3]{100} - \sqrt[3]{70} + \sqrt[3]{49}$	=	
$x^2 + y^3$	*	$x^4 - x^2y^3 + y^6$	=	

➔ $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

Ejemplo:

▪ $(x - 3)(x^2 + 3x + 9) = x^3 - 3^3$
 $= x^3 - 27$

▪ $(x - 7)(x^2 + 7x + 49) = x^3 - 7^3$
 $= x^3 - 343$

$a - b$	*	$(a^2 + ab + b^2)$	=	$a^3 - b^3$
$x - y$	*	$x^2 + xy + y^2$	=	
$\sqrt[3]{y} - 3$	*	$\sqrt[3]{y^2} + 3\sqrt[3]{y} + 9$	=	
$\sqrt[3]{m} - \sqrt[3]{n}$	*	$\sqrt[3]{m^2} + \sqrt[3]{mn} + \sqrt[3]{n^2}$	=	
$\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{7}$	*	$\sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{63} + \sqrt[3]{49}$	=	
$a^2 - b^3$	*	$a^4 + a^2b^3 + b^6$	=	

Si: $a + b + c = 0$
 $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

Ejemplo:

▪ Reducir: $K = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$, si: $a + b + c = 0$

⇒ como $a + b + c = 0 \rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
 $K = \frac{3abc}{abc} = 3 \rightarrow K = 3$

$a + b + c = 0$	$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
$x + y + z = 0$	=
$\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z} = 0$	=
$(a - 1) + b + c = 0$	=

$(a - b) + (b - c) + (c - a) = 0$	=
$xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 0$	=
$\sqrt{m} + \sqrt{n} + \sqrt{p} = 0$	=
$\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c} = 0$	=

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Si: $a + b = 4$ $ab = 5$
 Calcular: $a^3 + b^3$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

2. Si: $x + \frac{1}{x} = 3$

Calcular: $x^3 + \frac{1}{x^3}$

- a) 10 b) 20 c) 18
 d) 12 e) 11

3. Si: $a - b = 2$ y $ab = 1$
 Hallar: $\sqrt{a^3 - b^3} + 2$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

4. Si: $a^2 + b^2 = 6$; $ab = 1$. ($a > b$)
 Calcular: $N = a^3 - b^3$

- a) 7 b) 12 c) 13
 d) 8 e) 14

5. Multiplicar:

$$M = (x+1)(x^2 + x + 1)(x-1)(x^2 - x + 1) + 1$$

- a) x^3 b) x^4 c) x^6
 d) x^9 e) x^{10}

6. Efectuar:

$$L = (\sqrt[3]{10} - \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{100} + \sqrt[3]{20} + \sqrt[3]{4})$$

- a) 1 b) 10 c) 2
 d) 8 e) 1

7. Si: $ab = 3$; $a^3 + b^3 = 28$
 Hallar: $a + b$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

8. Reducir la expresión K si:

$$K = (x + 2)(x^2 - 2x + 4) - (x - 3)(x^2 + 6x + 9)$$

- a) 37 b) 36 c) 38
 d) 35 e) 39

9. Si: $a + b + c = 0$
 Reducir:

$$M = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{(a+b)(a+c)(b+c)}$$

- a) 1 b) 3 c) -3
 d) -1 e) 4

10. Si: $a + b = 5$ $ab = 6$
 Hallar: $a^3 + b^3$

- a) 35 b) 30 c) 45
 d) 50 e) 100

11. Reducir:

$$(x^2 - y^2)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$$

- a) 1 b) $x + y$ c) $x^6 - y^6$
 d) -1 e) 3

12. Si se cumple que:

$$(3^n - 1)(9^n + 3^n + 1) = 728$$

Indicar el valor de: n

- a) 5 b) 2 c) 3
 d) 6 e) 1

13. Si: $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{7}$

Calcular: $M = x^3 + \frac{1}{x^3}$

- a) 100 b) 120 c) 116
 d) 110 e) 135

14. Hallar el valor numérico de:

$$E = (x^2 + 3)(x^4 - 3x^2 + 9) - (x^4 + 3x^2 + 9)(x^2 - 3)$$

Para: $x = \sqrt{7 + \sqrt{2}}$

- a) 50 b) 51 c) 52
 d) 54 e) 58

15. Si: $a + b + c = 0$

Hallar:

$$E = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} + \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{a+c}{b}$$

- a) 3 b) 0 c) 2
 d) 4 e) 1

TAREA DOMICILIARIA

1. Si: $a + b = 3$ $ab = 3$
 Calcular: $a^3 + b^3$

- a) 0 b) 1 c) 2
 d) 3 e) N.A.

2. Si: $x + \frac{1}{x} = 4$

Calcular: $x^3 + \frac{1}{x^3}$

- a) 40 b) 50 c) 52
 d) 49 e) N.A.

3. Reducir: $\frac{(a+b)^3 + (a-b)^3}{a^3 + 3ab^2}$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

4. Multiplicar:

$$M = (x^3 + 1)(x^6 + x^3 + 1)(x^3 - 1)(x^6 - x^3 + 1) + 1$$

- a) x^3 b) x^4 c) x^6
 d) x^9 e) x^{18}

5. Efectuar:

$$L = \frac{(\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{7})(\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{35} + \sqrt[3]{49})}{6}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

6. Si: $xy = 3$; $x^3 - y^3 = 170$
 Calcular: "x - y"

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

7. Reducir:

$$\frac{(\sqrt[3]{10} - \sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{100} + \sqrt[3]{40} + \sqrt[3]{16})}{(\sqrt[3]{5} + 1)(\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{5} + 1)}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) N.A.

8. Si: $x + y + z = 0$
 Reducir:

$$M = \frac{x^3 + y^3 + z^3}{xyz} + \frac{x+y}{z} + \frac{x+z}{y} + \frac{z+y}{x}$$

- a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) N.A.

9. Si: $a + b = 6$ $ab = 3$

Reducir: $\frac{a^3 + b^3 - 12}{a^2 + b^2}$

- a) 1 b) 5 c) 4
d) 3 e) N.A.

10. Hallar el valor numérico de:

$$E = (x^4 + 5)(x^8 - 5x^4 + 25) - (x^4 + 4)(x^8 - 4x^4 + 16)$$

Para: $x = \sqrt{7 + \sqrt{7 + \sqrt{7}}}$

- a) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{7}}}$ b) $\sqrt{7}$ c) 60
d) 61 e) N.A.

11. Si: $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{3}$

Calcular: $x^3 + \frac{1}{x^3}$

- a) -1 b) -2 c) 2
d) 1 e) N.A.

12. Reducir:

$$(a^2 - b^2)(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$$

- a) -1 b) $a + b$ c) $a^6 - b^6$
d) 1 e) N.A.

13. Si: $(2^n + 1)(4^n - 2^n + 1) = 65$

Calcular: "n"

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) N.A.

14. Si: $a = \sqrt{7} - \sqrt{5}$

$$b = \sqrt{11} - \sqrt{7}$$

$$c = \sqrt{5} - \sqrt{11}$$

Calcular: $A = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{6abc}$

- a) 0,5 b) 1 c) 3
d) -2 e) N.A.

15. Si: $a^3 + b^3 = 1$

Reducir: $K = (a^6 + b^6) - (a^9 + b^9)$

- a) $(a + b)^3$ b) ab c) a^3b^3
d) $-ab$ e) $-(a + b)^3$

DIVISIÓN EUCLIDIANA

Como estudiamos en la semana anterior la División Euclidiana es aquella que se realiza con polinomios de una variable. Así teníamos los métodos de división:



3 MÉTODO DE HORNER

Ejemplo:

Dividir: $\frac{12x^4 - 17x^3 + 17x^2 + 2x - 9}{4x^2 - 3x + 1}$

4	12	-	17	2	-9
3	9	-	-3	2	-
-1	-6	-	-	6	-2
	3	-2	2	10	-
	x^2	x	T.I	x	T.I

$q(x) = 3x^2 - 2x + 2$

$R(x) = 10x - 11$



4 MÉTODO DE RUFFINI

Se utiliza cuando el divisor es mónico y de primer grado.

$d(x) = x + b \quad b \neq 0$

	Dividendo	
$x + b = 0$ $-b$		1 Lugar
	Cociente	Resto

Ejemplo

Dividir: $\frac{2x^5 - 15x^3 - 20x + 8}{x + 3}$

	2	0	-15	0	-20	8
$x + 3 = 0$	-3					
	2	-6	3	-9	7	-13
	x^4	x^3	x^2	x	T.I	

$q(x) = 2x^4 - 6x^3 + 3x^2 - 9x + 7$

$R(x) = -13$

5 TEOREMA DE RENÉ DESCARTES

(TEOREMA DEL RESTO)

Este teorema tiene por finalidad hallar el resto de una división sin efectuar la división.

Se siguen los siguientes pasos:

- i) Se iguala el divisor a cero.
- ii) Se despeja una variable.
- iii) Se reemplaza el valor o equivalente de esta variable en el dividendo cuantas veces sea necesario.

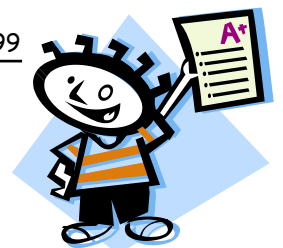
Ejemplo 1

Dividir: $\frac{8x^{2003} + 13x^2 + 1999}{x + 1}$

- i) $x + 1 = 0$
- ii) $x = -1$
- iii) Se reemplaza:

$R = 8(-1)^{2003} + 13(-1)^2 + 1999$

$R = -8 + 13 + 1999$



R = 2004

i) $x^2 + 1 = 0$

ii) $x^2 = -1$

iii) Observo que:

$$D(x) = 2(x^2)^2x + 3(x^2)(x) + 3x - 6$$

Reemplazando: $x^2 = -1$

$$R(x) = 2(-1)^2x + 3(-1)(x) + 3x - 6$$

$$R(x) = 2x - 3x + 3x - 6$$

$$R(x) = 2x - 6$$

Ejemplo 2

■
$$\frac{2x^5 + 3x^3 + 3x - 6}{x^2 + 1}$$



EJERCICIOS DE APLICACIÓN

16. Al efectuar la siguiente división:

$$\frac{4x^4 + 13x^3 + 28x^2 + 25x + 12}{4x^2 + 5x + 6}$$

Indicar su cociente.

- a) $x^2 - 2x - 3$ b) $x^2 + 2x + 3$ c) $x^2 - 1$
 d) $x^2 + 2x$ e) $x^2 + x - 3$

17. Indicar la suma de coeficientes del cociente de dividir:

$$\frac{6x^4 + 7x^3 - 3x^2 - 4x + 6}{3x^2 + 2x - 1}$$

- a) 2 b) -4 c) 8
 d) 0 e) -2

18. Calcular m + n si la división:

$$\frac{6x^5 + x^4 - 11x^3 + mx + n}{2x^2 + 3x - 1}$$

Es exacta:

- a) 5 b) 37 c) -21
 d) -12 e) -20

19. Calcular A + B si al dividir:

$$(12x^4 - 7x^3 - 2x^2 + Ax + B) \text{ entre } (3x^2 - x + 3)$$

El residuo es $4x + 3$.

- a) -4 b) 8 c) -6
 d) 4 e) 5

20. Hallar A/B si al dividir:

$$\frac{2x^4 + x^3 + Ax + B}{x^2 + 2x - 3}$$

El residuo es $7x + 44$

- a) 4 b) 5 c) 6
 d) 12 e) 9

21. Si la división es exacta en:

$$\frac{mx^4 + nx^3 - 2x^2 - 3x - 2}{4x^2 + x - 1}$$

Determinar: m - n

- a) 18 b) 20 c) 22
 d) 25 e) 26

22. Luego de dividir, indicar el coeficiente del término independiente del cociente:

$$\frac{2x^5 - 7x^4 + 8x^3 - 13x^2 - 4x + 7}{x - 3}$$

- a) -6 b) 8 c) 2
d) 10 e) 23

23. Hallar la suma de coeficientes del cociente de dividir:

$$\frac{2x^5 + 3x^4 - 4x^3 - 5x^2 + 3x + 7}{x - \frac{1}{2}}$$

- a) -2 b) 5 c) 2
d) 1 e) 4

24. Indicar la suma de coeficientes del cociente de efectuar:

$$\frac{8x^5 - 2x^4 - 19x^3 - 15x + 6}{4x - 3}$$

- a) -40 b) -10 c) -22
d) -52 e) 22

25. Encuentra el término independiente del cociente de dividir:

$$\frac{(\sqrt{3} - 1)x^3 + \sqrt{2}x^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})x - \sqrt{6} - 1}{x - \sqrt{2}}$$

- a) $\sqrt{6} - 1$ b) $\sqrt{6}$ c) $\sqrt{5} - 1$
d) $\sqrt{2} + 1$ e) 1

26. Calcular "m" si la división es exacta:

$$\frac{6x^3 - 3x^2 - mx - 15}{2x - 3}$$

- a) -2 b) -1 c) 0
d) 1 e) 2

27. Si el residuo de la división $(3x^6 - x^2 + 3x - a)$ entre $(x - 1)$ es 2. ¿Cuál debe ser el valor de "a"?

- a) 0 b) 2 c) 3
d) -1 e) -2

28. Hallar el resto:

$$\frac{x^{81} - 2x^{21} + 4x^{13} + 9}{x + 1}$$

- a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 10

29. Hallar el resto en:

$$\frac{3x^{40} + 6x^{16} + 3x^{13} + x^4 - 3}{x^2 + 1}$$

- a) 6x b) 0 c) 4x
d) 2x e) 3x + 7

30. Hallar el resto en:

$$\frac{3x^{60} - 5x^{45} + 3x^{30} - 2x^{15} + x^5 + 7}{x^5 + 1}$$

- a) 3 b) 5 c) 2
d) 6 e) 19

TAREA DOMICILIARIA

16. El residuo de dividir:

$$(8x^5 + 5x^2 + 6x + 5) \text{ entre } (4x^2 - 2x + 1)$$

- a) $2x + 1$ b) $2x - 1$ c) $8x + 4$
d) $4x + 1$ e) $3x + 2$

17. Indicar el término independiente del cociente de dividir:

$(2x^4 - 7x^3 + 10x^2 - 4x - 3)$ entre $(2x^2 - x + 3)$

- a) 1 b) 2 c) 4
d) 3 e) N.A.

Dar como respuesta el término independiente de cociente.

- a) 203 b) 100 c) 205
d) 200 e) 202

18. Calcular $(A + B)$ si la división es exacta:

$$\frac{2x^4 + 3x^2 + Ax + B}{2x^2 + 2x + 3}$$

- a) 2 b) 0 c) 5
d) 4 e) N.A.

23. Indicar el cociente al dividir:

$$\frac{4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 6x - 6}{2x - 1}$$

- a) $2x^3 + 3x^2 - 4x + 5$
b) $2x^3 + 3x^2 - 4x - 5$
c) $2x^3 - 3x^2 + 4x - 5$
d) $2x^3 - 3x^2 - 4x + 5$
e) $4x^3 + 6x^2 - 8x + 10$

19. Hallar $m + n + p$ si la división es exacta:

$$\frac{x^5 + x^4 + x^3 + mx^2 + nx + p}{x^3 + 2x^2 - x + 3}$$

- a) 14 b) 15 c) 16
d) 17 e) N.A.

24. En el siguiente cuadro de Ruffini calcula la suma de los números que debemos escribir en los casilleros.

	2	4	5	<input type="text"/>	8
<input type="text"/>		<input type="text"/>	16	42	96
	2	8	<input type="text"/>	48	104

20. Calcular $(a - b)$ si la división:

$$\frac{12x^4 - 12x^3 + 13x^2 + ax - b}{2x^2 - 3x + 5}$$

Deja como resto: $4x + 5$

- a) 33 b) 16 c) 15
d) 10 e) 23

- a) 33 b) 32 c) 26
d) 31 e) 27

21. Si al dividir:

$(12x^4 + Ax^3 + Bx^2 + Cx + D)$ entre $(2x^2 - x + 3)$

Se obtiene un cociente cuyos coeficientes disminuyen en 1 y arroja un residuo $R(x) = 7x + 9$

Calcular: $A + B + C + D$

- a) 70 b) 62 c) 64
d) 68 e) 82

25. Indicar el término independiente del cociente luego de dividir:

$$\frac{3x^4 + x^3 + 4x^2 - x + 2}{3x - 2}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

26. Calcular "m" si la división:

$$\frac{2x^6 + 2\sqrt{2}x^5 - 3x^4 - 3\sqrt{2}x^3 + 6x + m\sqrt{2}}{x + \sqrt{2}}$$

Es exacta:

- a) 6 b) 3 c) 8
d) 9 e) -5

22. Efectuar:

$$\frac{3x^6 + 2x^4 - 3x^3 + 5}{x - 2}$$

27. Calcular el resto al dividir:

$$\frac{(x+3)^7 + (x^2 - x - 7)^8 - x - 2}{x+2}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

28. Hallar el resto en:

$$\frac{3x^{60} - 5x^{45} + 3x^{30} - 2x^{15} + x^5 + 7}{x^5 + 1}$$

- a) 3 b) 5 c) 2
d) 6 e) 9

29. Al dividir:

$$\frac{(x^2 + 5x + 7)^{39} - 3(x^2 + 5x + 5)^{41} + (x+1)(x+4) + 7}{x^2 + 5x + 6}$$

Da como resto:

- a) -6 b) 7 c) 1
d) 4 e) 9

30. Si: R(x) es el resto de dividir:

$$\frac{(x^2 - 3)^8 + (x^2 - 2)^4 + (x^2 - 1)^2 + x^3}{x^2 - 3}$$

Hallar: R(-1)

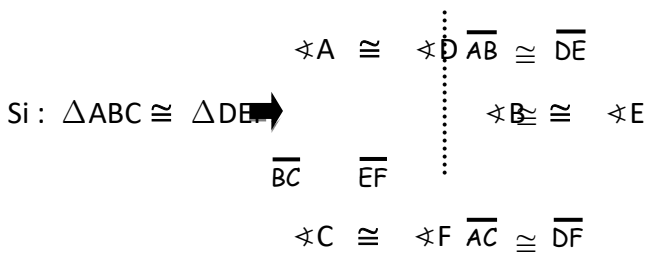
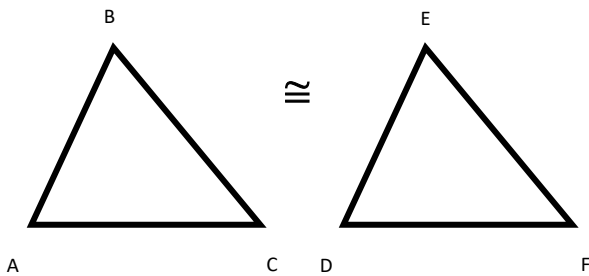
- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) N.A.

CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

DEFINICIÓN

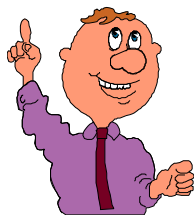
Dos o más figuras son congruentes. Si tienen la misma forma y tamaño pero diferente posición.

Símbolo *



NO TE OLVIDES

Los lados y ángulos son congruentes;
las medidas son iguales.

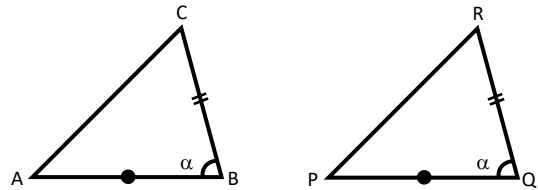


CASOS DE CONGRUENCIA

Es cuando con 3 pares de elementos congruentes (un par tiene que ser obligatoriamente de lados); se puede afirmar que los triángulos son congruentes.

PRIMER CASO (LAL)

Es cuando se tiene dos lados y un ángulo congruentes.

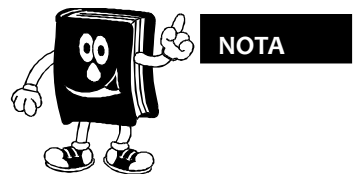


Si: $AB = BC$
 $m\angle B = m\angle Q \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle PQR$
 $BC = QR$



ATENCIÓN

Luego podemos decir que a lados congruentes, se le oponen ángulos congruentes y a ángulos congruentes se le oponen lados congruentes.



NOTA

Cuando dos figuras son:

	FORMA	TAMAÑO	POSICIÓN
Iguales			
Congruentes			
Semejantes			

d) 120

e) 40



5. Calcular "x"

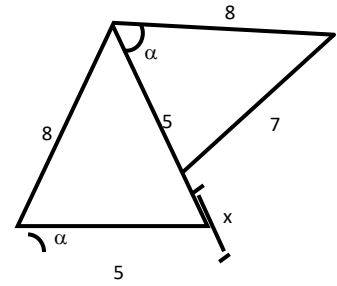
a) 3

b) 4

c) 2

d) 1

e) 7



EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Calcular "x"

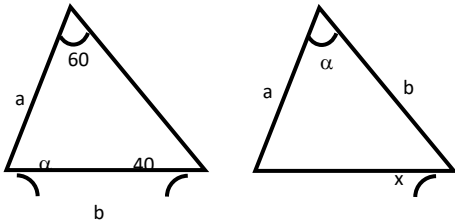
a) 60

b) 40

c) 30

d) 20

e) 100



2. Calcular "alpha"

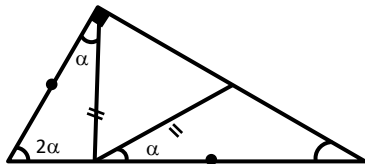
a) 45/2

b) 45

c) 30

d) 18

e) 15



3. Calcular "x"

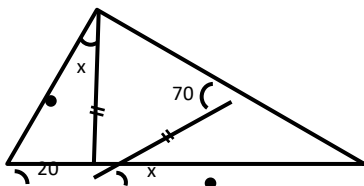
a) 50

b) 40

c) 20

d) 30

e) 60

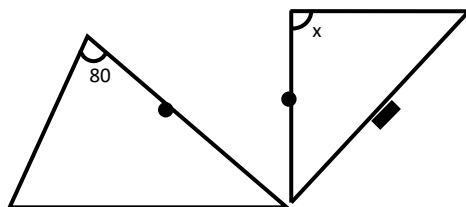


4. Calcular "x"

a) 60

b) 80

c) 110



6. Calcular : x + y

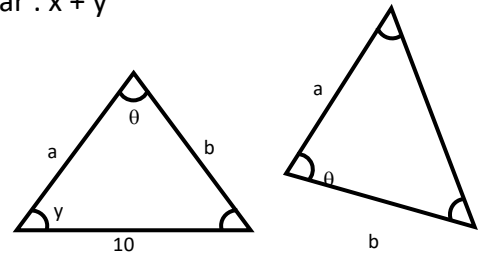
a) 57

b) 53

c) 33

d) 37

e) 63



7. Calcular "x"

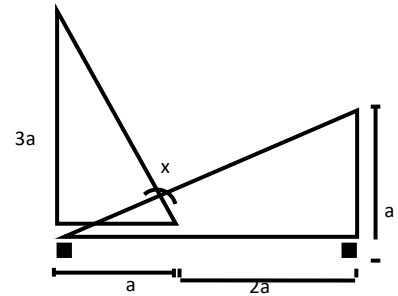
a) 45

b) 75

c) 90

d) 60

e) 30



8. Calcular "a"

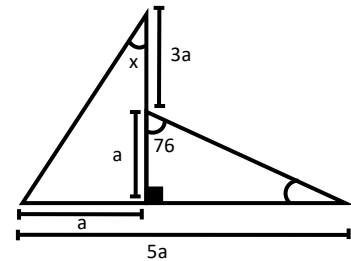
a) 76

b) 14

c) 38

d) 7

e) 28



9. Calcular "x"

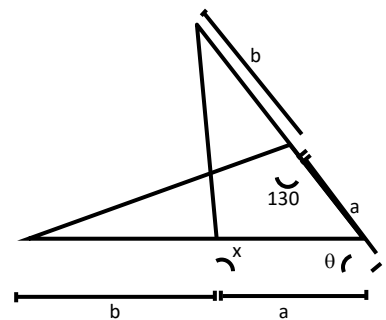
a) theta

b) 130

c) 50

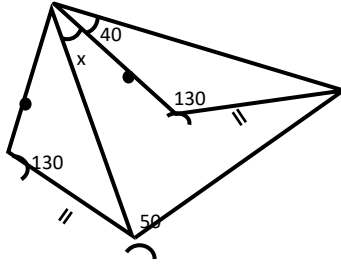
d) 65

e) 100

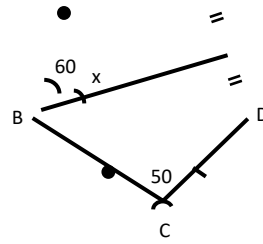


10. Calcular "x"

- a) 40
- b) 50
- c) 30
- d) 60
- e) 20

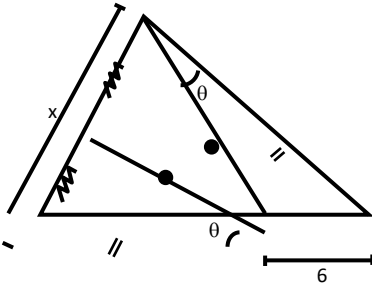


- b) 15
- c) 10
- d) 20
- e) 40



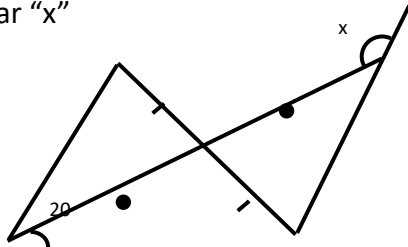
11. Calcular "x"

- a) 6
- b) 3
- c) 18
- d) 12
- e) 15



12. Calcular "x"

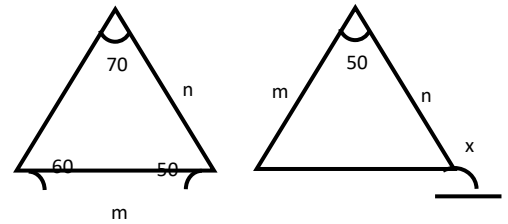
- a) 20
- b) 160
- c) 80
- d) 40
- e) 120



TAREA DOMICILIARIA

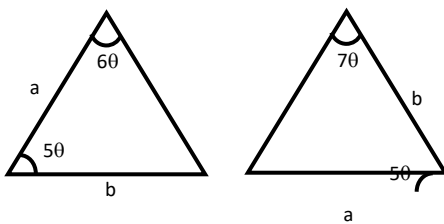
1. Calcular "x"

- a) 60
- b) 70
- c) 120
- d) 110
- e) 130



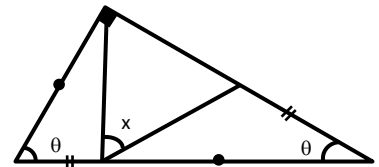
13. Calcular "theta"

- a) 10
- b) 20
- c) 30
- d) 15
- e) 12



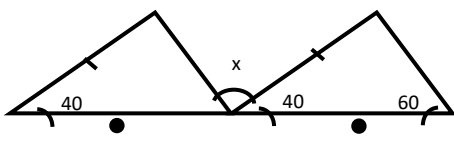
2. Calcular "x"

- a) 45
- b) 60
- c) 30
- d) 15
- e) 20



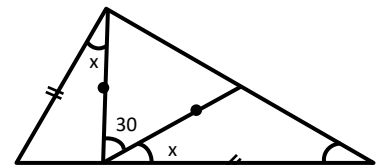
14. Calcular "x"

- a) 100
- b) 80
- c) 120
- d) 90
- e) 110



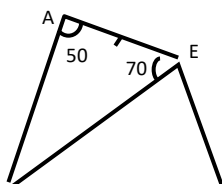
3. Calcular "theta"

- a) 35
- b) 45
- c) 25
- d) 15
- e) 55



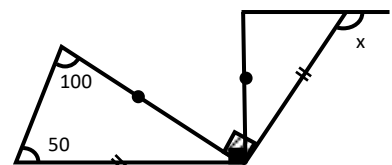
15. Calcular "x"; si $m \nabla ABC = 150$

- a) 30



4. Calcular "x"

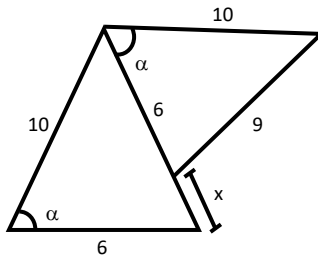
- a) 30
- b) 130
- c) 80
- d) 150



e) 90

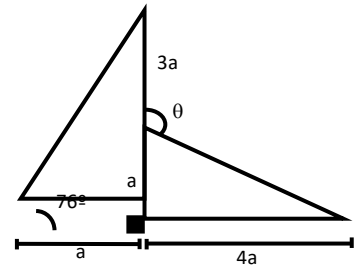
5. Calcular " α "

- a) 3
- b) 4
- c) 2
- d) 5
- e) 6



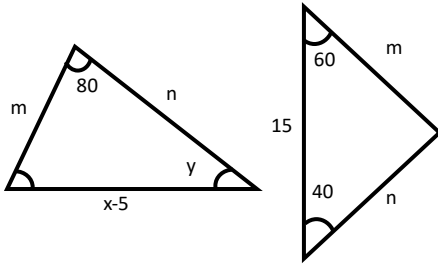
8. Calcular " θ "

- a) 76
- b) 14
- c) 166
- d) 94
- e) 104



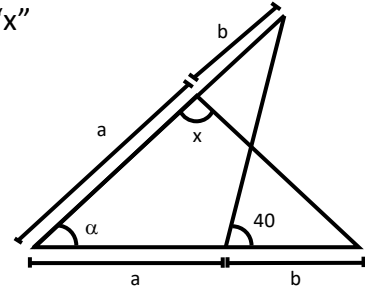
6. Calcular : $x + y$

- a) 80
- b) 60
- c) 70
- d) 50
- e) 10



9. Calcular " x "

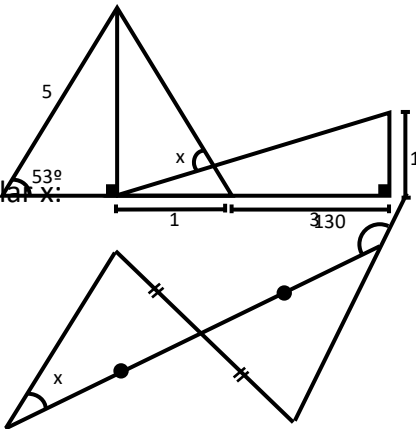
- a) 40
- b) 140
- c) 120
- d) 130
- e) 150



7. Calcular " x "

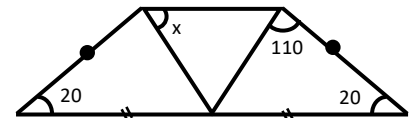
a) 90

10. Calcular " x :"



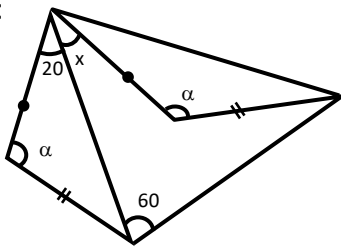
13. Calcular " x "

- a) 50
- b) 60
- c) 40
- d) 80
- e) 70



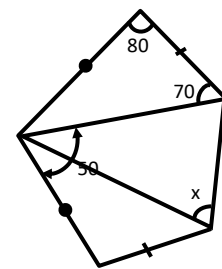
11. Calcular x :

- a) 40
- b) 60
- c) 50
- d) 30
- e) 20



14. Calcular " x "

- a) 70
- b) 60
- c) 80
- d) 85
- e) 75



12. Calcular " x "; si DM es mediana

- a) 8
- b) 16
- c) 4
- d) 6
- e) 12

