

INSTITUCIÓN EDUCATIVA PRIVADA

Agua Viva

¡Preparando para triunfar!

TRUJILLO

$$a^2 + b^2 = c^2$$

π

INSTITUCIÓN EDUCATIVA PRIVADA
AGUA VIVA

MATEMÁTICA

II BIMESTRE

2^o DE
SECUNDARIA

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\sqrt{x}$$

$$2x + 3 = 11$$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$



ALUMNO(A):

RAZONES

Si observamos dos magnitudes y una es mayor que la otra nos preguntamos ¿En cuántas unidades es mayor? o ¿Cuántas veces contiene la mayor a la menor?

Para responder a estas preguntas comparamos estas dos magnitudes por diferencia o por división respectivamente.

Luego:

Razón es la comparación de dos cantidades de una misma magnitud mediante la operación de diferencia o división.

CLASES DE RAZONES

RAZÓN ARITMÉTICA

Es la comparación de dos cantidades mediante la diferencia. Dicha diferencia determina en cuántas unidades excede una magnitud a la otra.

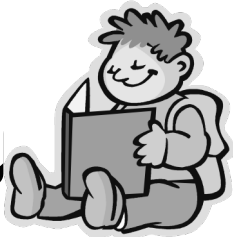
Ejemplo:

✿ En 2do año del Colegio Trilce existen 35 varones y 18 mujeres. ¿Cuál es la razón aritmética?

$$\underbrace{35 \text{ Varones}}_{\text{Antecedente}} - \underbrace{18 \text{ Mujeres}}_{\text{Consecuente}} = \underbrace{7 \text{ Varones}}_{\text{Valor de la Razón}}$$

En general:

$$a - b = r$$



RAZÓN GEOMÉTRICA

Es la comparación de dos cantidades por medio del cociente o división.

Ejemplo:

✿ La edad de un padre y su hijo son 40 y 5 años respectivamente. ¿Cuál es la razón geométrica?

$$\frac{\text{Padre}}{\text{Hijo}} = \frac{40}{5} = 8$$

← Valor de la Razón

↑ Consecuente

↓ Antecedente

Interpretación

- La edad del padre es 8 veces la edad del hijo.
- La edad del hijo es la octava parte de la edad del padre.

En general:

$$\frac{a}{b} = K$$





Ejercicios de Aplicación

1. Dos números son entre sí como 7 es a 3. Hallar el menor de los números sabiendo que su razón aritmética es 80.

a) 80 b) 60 c) 70
d) 90 e) 140
2. Dos números son entre sí como 11 es a 4. Hallar el mayor de los números sabiendo que su razón aritmética es 77.

a) 99 b) 44 c) 111
d) 121 e) 130
3. En una reunión hay hombres y mujeres. Siendo el número de hombres al número total de personas como 3 es a 8 y la diferencia entre los números de hombres y mujeres es 24. ¿Cuál será la relación entre hombres y mujeres si se retiran 33 mujeres?

a) 4 : 3 b) 3 : 5 c) 2 : 3
d) 4 : 5 e) N.A.
4. La razón de las cantidades de dinero de Pedro y Juan es 8/17. Si Juan le diera 63 Soles a Pedro ambos tendrían la misma suma de dinero. ¿Cuánto tiene Juan?

a) 238 b) 248 c) 112
d) 122 e) 138
5. De cada 13 alumnos de un colegio, 3 son mujeres, si del colegio hay 50 varones. ¿Cuántos alumnos son en total?

a) 130 b) 80 c) 65
d) 150 e) 95
6. Una moción fue adoptada por una rotación de 5 a 3. ¿Qué parte del total de votos esta en contra del movimiento?

a) 3/5 b) 3/9 c) 5/9
d) 5/3 e) 8/5
7. La razón geométrica de dos números es 3/5 y su suma 1 216. Hallar el menor número.

a) 318 b) 456 c) 528
d) 619 e) 708
8. La razón aritmética de 2 números es 9. Si su suma es 37. Hallar el número mayor más 5.

a) 23 b) 25 c) 28
d) 29 e) 30
9. Dos números están en la relación de 2 a 7. Agregando a uno de ellos 73 y 138 al otro se obtienen cantidades iguales. Hallar la suma de los números.

a) 117 b) 65 c) 92
d) 148 e) 168
10. Dos números se encuentran en la relación de 5/4 y su producto es 980. Hallar la suma de dichos números.

a) 63 b) 108 c) 35
d) 92 e) N.A.
11. El producto de dos números es 250 y están en la relación de 5 es a 2. Hallar el doble del mayor.

a) 10 b) 30 c) 50
d) 70 e) N.A.
12. Las edades de Antonio y Bernardo están en la razón de 5 a 3. Las edades de Bernardo y César están en razón de 4 a 7. Si la suma de las edades es 159 años. Hallar la edad de César.

a) 63 b) 45 c) 36
d) 60 e) 75
13. La razón aritmética de las cantidades de dinero que Andrea y María tienen es 5/. 240. Si la razón geométrica es 8/13. ¿Cuánto dinero tiene María?

a) 328 b) 384 c) 624
d) 176 e) 260
14. En una granja el número de pollos es al de gallinas como 3 es a 5 siendo su diferencia 24. ¿Cuál es la nueva relación de pollos a gallinas si se mueren 12 gallinas?

a) 3/5 b) 3/4 c) 2/3
d) 1/5 e) 2/7
15. El dinero de 2 personas está en la razón de 12 ÷ 7 y una de ellas tiene S/. 850 más que la otra. ¿Cuánto dinero tiene la menor?

a) 1 090 b) 1 190 c) 1 120
d) 1 000 e) 1 990



Tarea Domiciliaria

- Dos números están en la relación de 5 a 2 y su suma es 70. Hallar el mayor.
a) 20 b) 30 c) 40
d) 50 e) 60
- Dos números están en la relación de 3 a 7 y la diferencia de ellas es 160. Hallar el menor.
a) 60 b) 120 c) 180
d) 250 e) 280
- Dos números son entre si como 5 es a 3 y su suma es 120. Hallar el mayor.
a) 60 b) 75 c) 36
d) 48 e) 45
- La suma de dos números es 980 y su razón es $\frac{5}{9}$. Hallar el menor.
a) 300 b) 320 c) 340
d) 350 e) 360
- La suma de dos números es 320 y su razón geométrica es $\frac{3}{7}$. Hallar el número mayor.
a) 336 b) 224 c) 188
d) 163 e) 218
- Dos números son entre sí como 2 es a 5. Si su razón aritmética es 72. Hallar el número mayor.
a) 60 b) 82 c) 120
d) 96 e) 86
- La razón aritmética de las edades de Roberto y Gabriela es 20 y su razón geométrica es $\frac{4}{9}$. Calcular la edad de Roberto.
a) 20 b) 45 c) 36
d) 16 e) 54
- La razón geométrica de dos números vale $\frac{4}{7}$ y su razón aritmética es 45. Hallar el menor número.
a) 60 b) 30 c) 20
d) 80 e) 45
- Si A es B como 2 es a 3 y la diferencia de dichos números es 144. ¿Cuál es el menor?
a) 432 b) 128 c) 144
d) 288 e) 156
- Dos números son entre si como 4 es a 11 y su diferencia es 35. ¿Cuál es la suma de ellos?
a) 28 b) 75 c) 20
d) 55 e) N.A.
- La razón geométrica de las edades de Elena y Luis es $\frac{8}{5}$ y su diferencia es 12. ¿Cuál es la edad de Elena?
a) 24 años b) 32 c) 15
d) 20 e) 50
- La razón de dos números es $\frac{3}{4}$ y los $\frac{2}{5}$ de su suma es 42. Hallar la diferencia de los números.
a) 15 b) 18 c) 21
d) 12 e) 10
- Si: $\frac{m}{n} = \frac{5}{9}$
Donde: $2m + 3n = 111$
Calcular: $m + n$
a) 15 b) 27 c) 25
d) 42 e) 32
- Si: $\frac{x}{y} = \frac{7}{2}$
Además: $x + 5y = 68$
Calcular: "y"
a) 29 b) 4 c) 36
d) 8 e) 16
- Las edades de Juan y Roberto son 30 y 24 años respectivamente. Dentro de cuántos años sus edades estarán en la relación de 7 a 6.
a) 10 b) 18 c) 15
d) 12 e) 20



Ejercicios de Aplicación

- Si "p" es a "q" como 2 es a 3 y "q" es a "r" como 1 es a 2, entonces en que relación están "p" y "q".
a) 1 : 3 b) 1 : 2 c) 2 : 5
d) 2 : 3 e) 3 : 1
- La suma de tres números es 435. La razón entre el primer y el segundo es $\frac{3}{7}$, la diferencia de los mismos es 143. Hallar el tercer número.
a) 65 b) 72 c) 69
d) 85 e) N.A.
- Las edades de Antonio y Bernardo están en la razón de 5 a 3. Las edades de Bernardo y César están en razón de 4 a 7. Si la suma de las tres edades es 159 años. Hallar la edad de César.
a) 63 b) 45 c) 36
d) 60 e) 75
- Repartir 850 en tres cantidades que sean proporcionales a 4, 5 y 8. Dar como respuesta la parte mayor.
a) 300 b) 400 c) 350
d) 380 e) 420
- ¿Cuál es la cuarta diferencial de 18, 12 y 23?
a) 17 b) 15 c) 12
d) 10 e) 3
- Calcular la media diferencial de 31 y 13.
a) 22 b) 20 c) 25
d) 30 e) 12
- Determinar la media proporcional de 9 y 25.
a) 15 b) 10 c) 20
d) 18 e) 12
- Cuatro números están en la relación que los números 3, 2, 7 y 9. Si la suma de ellos es 42. ¿Cuál es el valor de la suma de A y D?
a) 12 b) 24 c) 22
d) 20 e) 40
- Tres números están en la misma relación que 5, 9 y 13. Si la suma de ellos es 216. Indicar el mayor de ellos.
a) 104 b) 37 c) 29
d) 76 e) 91
- ¿Cuál es la tercera diferencial de 30 y 23?
a) 16 b) 15 c) 14
d) 13 e) 12
- Calcular la cuarta proporcional de 36, 12 y 9.
a) 3 b) 5 c) 7
d) 9 e) 11
- ¿Cuál es la tercera proporcional de 9 y 12?
a) 16 b) 15 c) 20
d) 18 e) N.A
- La razón de "p" a "q" es como 2 es a 3, la razón de "r" a "s" es como 3 es a 4. ¿Cuál es la razón de "ps" a "qr"?
a) 8 : 9 b) 1 : 2 c) 9 : 8
d) 3 : 2 e) 3 : 4
- La media proporcional de "a" y 27 es "b" y además "a" es la tercera proporcional entre 3 y 27. Hallar: (a - b)
a) 81 b) 162 c) 243
d) 54 e) 30
- La cuarta diferencial de "a", "b" y "c" es 29, la tercera proporcional de "a" y "b" es 36 y la media aritmética de "b" y "c" es 39. Hallar la tercera diferencial de "a" y "c".
a) 20 b) 21 c) 22
d) 23 e) 10

16. Hallar la cuarta proporcional de 15, 20 y 18.

- a) 36 b) 21 c) 24
d) 28 e) 32

17. Las edades de Ana y Julia están en la relación de 2 : 3. ¿Qué edad tiene la mayor, si la suma de sus edades es 85 años?

- a) 17 b) 34 c) 51
d) 60 e) 75

18. La diferencia entre el peso de dos vehículos es 120 kg y están en la relación de 7 : 4. Calcule el menor peso.

- a) 40 b) 80 c) 120
d) 160 e) 200

19. Calcular: "M". Si: $M = T + P + D$

Donde: T: Media diferencial de 12 y P

P: Media proporcional de 12 y 3

D: Tercera proporcional de T y P

- a) 10 b) 15 c) 18
d) 19 e) 20

20. En la serie: $\frac{a}{4} = \frac{b}{b} = \frac{c}{9} = K$

Se cumple que: $a + b + c - K = 54$

Calcular: $a - b + c$

- a) 4 b) 27 c) 21
d) 36 e) 12

21. Si la tercera proporcional de 9 y "a" es 25. Hallar la cuarta proporcional de "a" 35 y 12.

- a) 21 b) 16 c) 15
d) 28 e) 72

22. Hallar la cuarta proporcional de "a", "a x b" y "b".

- a) b b) 2b c) b^2
d) a^2 e) a x b

23. Hallar la cuarta proporcional de 8, 15 y 10.

- a) 36 b) 25 c) 30
d) 40 e) 15

24. Hallar la tercera proporcional de 4 y 6.

- a) 5 b) 8 c) 9
d) 7 e) 12

25. Hallar la cuarta proporcional de a^2 , $\frac{a}{b}$ y b^2 .

- a) $\frac{b}{a}$ b) $\frac{a}{b}$ c) a^2
d) b^2 e) a^2b

26. Si: $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ y $a^2 + b^2 + c^2 = 116$

Hallar: $a \times b \times c$

- a) 154 b) 162 c) 170
d) 192 e) 190

27. Si: $a \cdot b \cdot c = 120$

Hallar: $a + b + c$; en:

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{7} = \frac{c}{5} = K$$

- a) 12 b) 32 c) 20
d) 16 e) 24

28. Sabiendo que: $\frac{a}{3} = \frac{b}{8} = \frac{c}{4} = \frac{d}{5}$ y $ab \times cd = 396$

Hallar: $a + b + c + d$

- a) 40 b) 45 c) 60
d) 72 e) 89

MAGNITUDES PROPORCIONALES

1. MAGNITUD

“Es todo aquello que puede ser medido”.

Ejemplo:

Tiempo, velocidad, peso, edad, etc.



No serán magnitudes: el odio, el amor, la alegría, etc., porque

2. MAGNITUDES PROPORCIONALES

Dos o más magnitudes serán proporcionales si son dependientes entre ellos, es decir, si una de ellas varía, la otra también varía.

La variación de los magnitudes puede ser _____
_____ o _____



3. CLASES DE MAGNITUDES

3.1 MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONAL (D.P.)

Dos magnitudes "A" y "B" son directamente proporcionales (D.P.), cuando el cociente entre ellas es constante.

Esto es cuando una de ellas se duplica, triplica, cuadruplica, etc. la otra se hace el doble, triple, cuádruple, etc., respectivamente.

Es decir:

$$A \text{ D.P. } B \Leftrightarrow \frac{A}{B} = K \text{ (constante)}$$

Se denota:

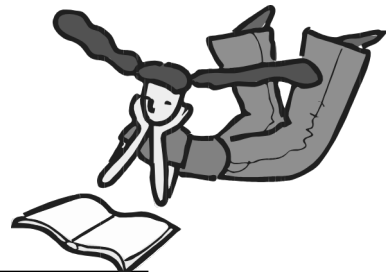
$A \text{ D.P. } B$ } Se lee: "A" es directamente
 $A \propto B$ } proporcional a "B".

Ejemplo:

☀ Pedro compra azúcar a S/. 2 Soles el Kilogramo, entonces:

Si comprase:

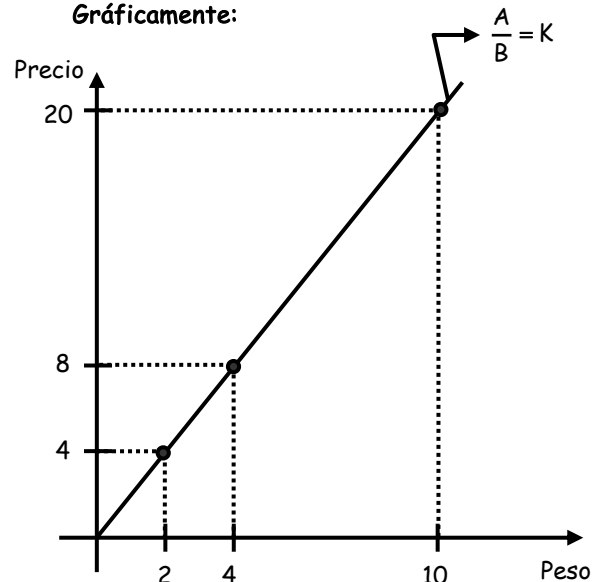
(+) ↓ 2 Kgs. el costo sería S/. 4
 (+) ↓ 4 Kgs. el costo sería S/. 8
 ↓ 10 Kgs. el costo sería S/. 20 ↓ (+)



Observamos

➤ A mayor peso (azúcar) mayor costo y viceversa a menor peso menor costo.

Gráficamente:





La gráfica de dos magnitudes directamente proporcionales es siempre una _____

$$\frac{20}{10} = \frac{8}{4} = \frac{4}{2} = \dots\dots\dots = K$$

3.2 MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONAL (I.P.)

Dos magnitudes "A" y "B" son inversamente proporcionales (I.P.), si el producto de sus valores correspondientes es constante.

Esto es cuando una de ellas se duplica, triplica, cuadruplica, etc. la otra se hace la mitad, la tercera parte, la cuarta parte, etc. respectivamente.

Es decir:

$$A \text{ I.P. } B \Leftrightarrow A \times B = K \text{ (constante)}$$

Se denota:

$A \text{ I.P. } B$ } Se lee: "A" es inversamente
 $A \text{ } 1/\alpha \text{ } B$ } proporcional a "B".

Ejemplo:

☀ Andrea viaja todos los días de su casa al trabajo; si lo hace.

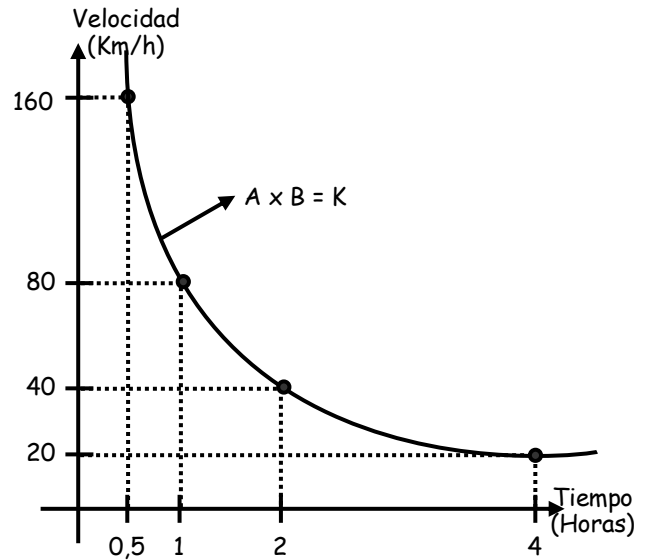
SI viajase:

(+) ↓ a 20 Km/h se tardaría 4 horas ↓ (-)
 a 40 Km/h se tardaría 2 horas
 a 80 Km/h se tardaría 1 hora
 a 160 Km/h se tardaría 0,5 hora ↓

Observamos

➤ A mayor velocidad menor será el tiempo de viaje y viceversa a menor velocidad mayor será el tiempo de viaje.

Gráficamente:



La grafica de dos magnitudes inversamente proporcionales siempre es _____

$$20 \times 4 = 40 \times 2 = 80 \times 1 = 160 \times \frac{1}{2} = \dots\dots\dots = K$$



Ejercicios de Aplicación

1. Indicar en cada caso si son magnitudes directamente o inversamente proporcionales.

- a) Velocidad Tiempo
 b) Precio Peso
 c) Tiempo Obra

2. Indicar en cada caso si son magnitudes directamente o inversamente proporcionales.

- a) Obreros Tiempo
 b) Obreros Obra
 c) Obreros Dificultad
 d) Eficacia Tiempo

3. A es directamente proporcional a B. Complete el siguiente cuadro.

A	16	32	8		20		
B	4			12		36	20

4. A es directamente proporcional a B complete el siguiente cuadro.

A	40			400	800		1600
B	5	10	20			125	

5. Si: "P" y "Q" son inversamente proporcional complete el siguiente cuadro.

P	10	5	20			15
Q	6			30	2	

6. Si: "M" y "N" son inversamente proporcional completa el siguiente cuadro:

M	4		250	100	150	200
N		250				10

7. Dadas las magnitudes velocidad de un móvil y el tiempo que demora en recorrer un mismo tramo.

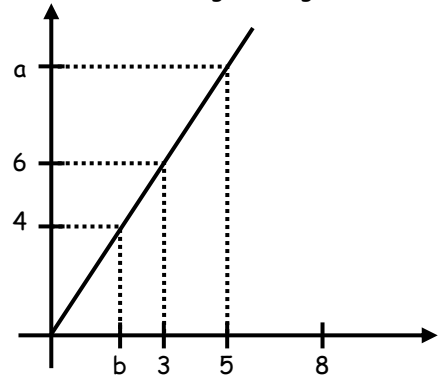
Completa el cuadro:

Velocidad	20	40	60	10	
Tiempo	12				60

8. Dados las magnitudes "números de sillas" y tiempo de su fabricación, completa el cuadro.

Obra	40	80	8			
Tiempo	5			2	3	7

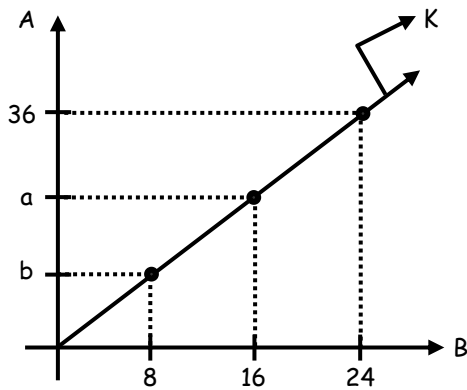
9. Si: "A" y "B" son magnitudes proporcionales representadas en el siguiente gráfico:



Calcular: "a + b"

- a) 8 b) 10 c) 12
 d) 14 e) 18

10. Si: "A" y "B" son magnitudes proporcionales representadas en el siguiente gráfico.



Calcular: "a - b"

- a) 12 b) 18 c) 24
d) 37 e) 48
11. Escribir correctamente las siguientes relaciones:

- a) A es I.P. a B^2
b) A^2 es D.P. a B

12. Escribir correctamente las siguientes relaciones:

- a) A^2 es D.P. a B^2
b) A^2 es I.P. a B

13. Indicar la expresión correcta para cada caso:

- a) "A es D.P. a la raíz cuadrada de B"
b) "El cuadrado de B es I.P. al cubo de A"
c) "P" es I.P. al cubo de "Q"

14. Indicar la expresión correcta:

- a) A es D.P. a B e I.P. a C
b) A D.P. a M y N
c) M es I.P. a N^2 y M D.P. a R
d) C^2 I.P. A y a B

15. Si: A es D.P. a B^2 y cuando "A" es 16, B = 2. Calcular A cuando B = 8.

- a) 256 b) 128 c) 32
d) 64 e) N.A.



Tarea Domiciliaria N° 3

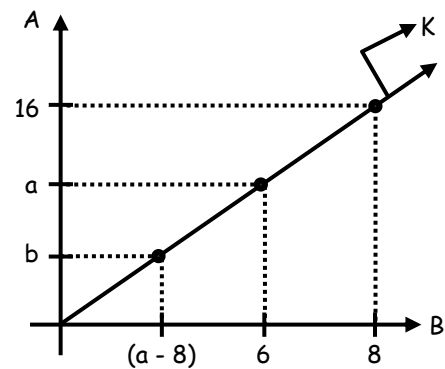
16. Indicar verdadero o falso en cada caso:

- a) Espacio es I.P. a Velocidad ()
b) Velocidad es D.P. a Tiempo ()
c) Tiempo es I.P. a Obra ()

17. Indicar verdadero o falso en cada caso:

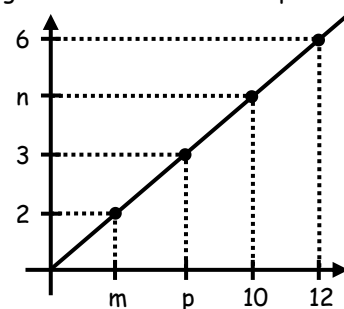
- a) Peso es D.P. a Precio ()
b) Habilidad es I.P. a Tiempo ()
c) Dificultad es D.P. a Tiempo ()

18. Del gráfico calcular "a + b"



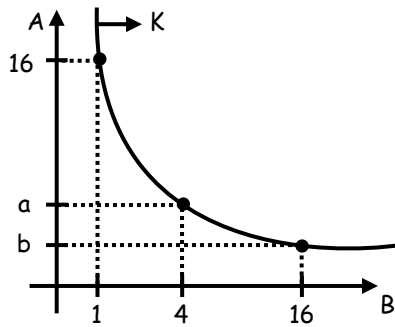
- a) 4 b) 8 c) 12
d) 16 e) 20

19. Del gráfico calcular: "m . n + p"



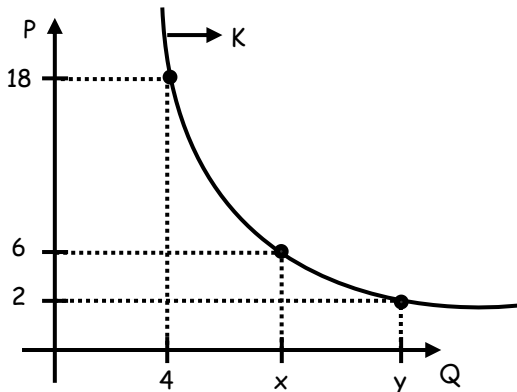
- a) 200 b) 7 c) 207
d) 702 e) 270

20. Del gráfico calcular: "a + b"



- a) 1 b) 4 c) 5
d) 10 e) 15

21. Del gráfico calcular "y - x"



- a) 12 b) 24 c) 36
d) 48 e) 72

22. Indicar la expresión correcta para la constante de cada caso.

- a) M I.P. a N^2 y M D.P. a R^3
b) A D.P. M y a N^2

23. Indicar la expresión correcta para la constante en cada caso.

- a) A es D.P. a \sqrt{B} y $\sqrt[3]{D}$
b) M D.P. A y B^2 e I.P. $\sqrt[3]{C}$

24. Si: A es I.P. a B y cuando $A = 24$; $B = 8$. ¿Cuánto valdrá A cuando $B = 16$?

- a) 12 b) 18 c) 24
d) 48 e) 96

25. Si: A es D.P. a \sqrt{B} y cuando $A = 6$; $B = 4$. ¿Cuánto valdrá A cuando $B = 9$?

- a) 6 b) 9 c) 18
d) 24 e) 36

26. Si: $\sqrt[3]{A}$ es I.P. a B^2 cuando $A = 8$; $B = 2$. Calcular el valor de B cuando $A = 1$.

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 8

27. Si: A es D.P. a B^4 cuando $A = 48$; $B = 2$. Calcular A cuando $B = 3$.

- a) 243 b) 81 c) 27
d) 9 e) 3

28. "P" varía inversamente proporcional a "T" cuando $P = 125$ entonces $T = 48$. Hallar "T" cuando $P = 300$.

- a) 5 b) 15 c) 20
d) 25 e) 50

29. El precio de un diamante es D.P. al cuadrado de su peso. Si un diamante que pesa 80 gramos cuesta \$ 3 200. ¿Cuánto valdrá otro diamante de 100 gramos de peso?

- a) 1 000 b) 2 000 c) 3 000
d) 4 000 e) 5 000

30. El precio de un diamante es proporcional a su peso. Si un diamante de 4 quilates vale \$ 1 280. ¿Cuál es el peso de un diamante que vale \$ 3 840?

- a) 3 b) 6 c) 9
d) 12 e) 15

PRODUCTOS NOTABLES

1. BINOMIO AL CUBO

Cuando es una suma:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

o en forma abreviada:

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$


Si es una resta:

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Lo cual también se puede escribir en forma abreviada:

$$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

Sabías que



En la Grecia Antigua, hace más de 2 mil años, ya se empleaban los productos notables y además se demostraban utilizando la geometría

Ejemplo:

$$\begin{aligned} * (x + 1)^3 &= x^3 + 3x^2(1) + 3x(1)^2 + 1^3 \\ &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \end{aligned}$$

o en forma abreviada:

$$\begin{aligned} (x + 1)^3 &= x^3 + 1^3 + 3x(1)(x + 1) \\ &= x^3 + 1 + 3x(x + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * (x + 2m)^3 &= x^3 + 3x^2(2m) + 3x(2m)^2 + (2m)^3 \\ &= x^3 + 6mx^2 + 3x(4m^2) + 8m^3 \\ &= x^3 + 6mx^2 + 12m^2x + 8m^3 \end{aligned}$$

o en forma breve:

$$\begin{aligned} (x + 2m)^3 &= x^3 + (2m)^3 + 3x(2m)(x + 2m) \\ &= x^3 + 8m^3 + 6mx(x + 2m) \end{aligned}$$

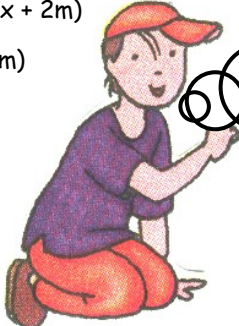
$$\begin{aligned} * (x - 2)^3 &= x^3 - 3x^2(2) + 3x(2)^2 - 2^3 \\ &= x^3 - 6x^2 + 12x - 8 \end{aligned}$$

o en forma abreviada:

$$\begin{aligned} (x - 2)^3 &= x^3 - 2^3 - 3x(2)(x - 2) \\ &= x^3 - 8 - 6x(x - 2) \end{aligned}$$

Recuerda que:

$$(2m)^{\textcircled{2}}$$



En este caso el exponente afecta a cada factor, es decir:

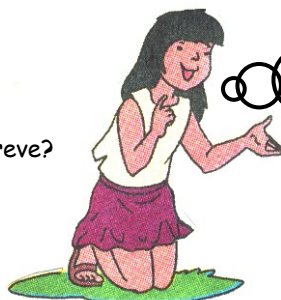
$$(2m)^2 = 2^2m^2 = 4m^2$$

Ahora tu!

* $(x + 3)^3 =$

¿Cómo escribirías en forma breve?

$(x + 3)^3 =$



No olvides que los productos notables nos ayudan a multiplicar en forma rápida sin necesidad de utilizar la Propiedad Distributiva.

* $(x - 4)^3 =$

* $(x - 2m)^3 =$

Ahora en forma breve:

$(x - 4)^3 =$

¿Y en forma breve?

$(x - 2m)^3 =$

2. SUMA O DIFERENCIA DE CUBOS

3.

$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$



Observa que siempre al multiplicar: $(a + b)$ por $(a^2 - ab + b^2)$ lo que se obtendrá es una suma de cubos: $a^3 + b^3$. De ahí su nombre.
Haz la Prueba

Ejemplo:

* $(x + 1)(x^2 - x \cdot 1 + 1^2) = x^3 + 1$

* $(x - 1)(x^2 + x \cdot 1 + 1^2) = x^3 - 1$

* $(x + 3)(x^2 - x \cdot 3 + 3^2) = x^3 + 3^3 = x^3 + 27$

* $(x - 2a)[x^2 + x \cdot 2a + (2a)^2] = x^3 - (2a)^3 = x^3 - 8a^3$

Tener cuenta:

Signos Iguales
 $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$
 Signos Diferentes

Signos Iguales
 $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
 Signos Diferentes

Ahora tu!

* $(x + 2)(x^2 - x \cdot 2 + 2^2) =$

* $(x - 2)(x^2 + x \cdot 2 + 4) =$

* $(x + 4)(x^2 - 4x + 16) =$

* $(x - 3)(x^2 + 3x + 9) =$

* $(x + 2a)(x^2 - x \cdot 2a + 4a^2) =$



4. MULTIPLICACIÓN DE BINOMIOS CON TÉRMINO COMÚN

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

Ejemplo:

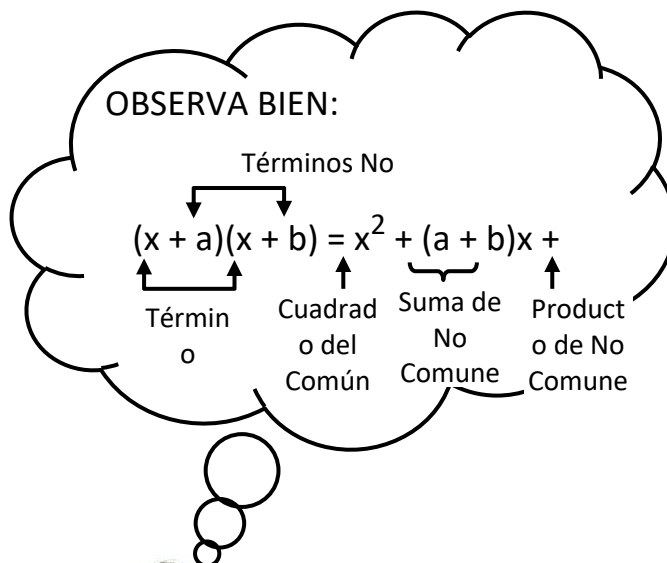
$$\begin{aligned} * (x + 2)(x + 1) &= x^2 + (2 + 1)x + 2 \cdot 1 \\ &= x^2 + 3x + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * (x + 1)(x + 3) &= x^2 + (1 + 3)x + 1 \cdot 3 \\ &= x^2 + 4x + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * (x + 4)(x - 1) &= x^2 + [4 + (-1)]x + (4)(-1) \\ &= x^2 + 3x - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * (x - 5)(x - 3) &= x^2 + [-5 + (-3)]x + (-5)(-3) \\ &= x^2 - 8x + 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * (x - 7)(x + 1) &= x^2 + (-7 + 1)x + (-7)(1) \\ &= x^2 - 6x - 7 \end{aligned}$$



Ahora tu!

$$* (x + 1)(x + 5) =$$

$$* (x + 2)(x + 3) =$$

$$* (x + 3)(x - 1) =$$

$$* (x - 2)(x - 1) =$$

$$* (x - 2)(x + 1) =$$



EJERCICIOS DE APLICACIÓN

31. Si: $(x + 1)^3 \equiv ax^3 + bx^2 + cx + b$

Hallar: $\frac{b+c}{a+d}$

- a) 1 b) 3 c) 4
d) 1/3 e) 2/3

32. Si: $(x - 2)^3 \equiv mx^3 + nx^2 + px + q$

Hallar: $\frac{m+p+q}{m+n}$

- a) 2 b) -2 c) 1
d) -1 e) 0

33. Si: $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) \equiv ax^3 + b$

Calcular: $\sqrt{a+b}$

- a) 3 b) 4 c) 2
d) 1 e) 5

34. Se cumple que: $(x - 3)(x^2 + 3x + 9) \equiv mx^3 + n$

Hallar: $m + n$

- a) -26 b) 25 c) -27
d) 26 e) -28

35. En la siguiente identidad:

$$(x + 1)(x + 2) \equiv ax^2 + bx + c$$

Calcular: $\sqrt[3]{a+b}$

- a) 3 b) 1 c) 2
d) 5 e) 4

36. Simplificar: $M(a + b)^3 - 3ab(a + b)$

- a) a^3 b) b^3 c) $a^3 - b^3$
d) 0 e) $a^3 + b^3$

37. Reducir: $G = \frac{(a-b)^3 + b^3 + 3ab(a-b)}{a^3}$

- a) $a^3 - b^3$ b) a^3 c) b^3
d) 0 e) 1

38. Simplificar:

$$M = (m + n)(m^2 - mn + n^2) + (m - n)(m^2 + mn + n^2)$$

- a) n^3 b) m^3 c) $2m^3$
d) $2n^3$ e) 0

39. Reducir:

$$N = (x + 3)(x + 2) + (x - 3)(x - 2) - 2x^2$$

- a) 0 b) x^2 c) $2x^2$
d) 6 e) 12

40. Simplificar:

$$M = (x + 2)(x - 1) - (x + 3)(x - 2)$$

- a) 4 b) 2 c) 6
d) -2 e) 0

41. Si: $a + b = 3$ y $ab = 1$

Hallar: $a^3 + b^3$ en la siguiente expresión:
 $a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$

- a) 27 b) 18 c) 9
d) 3 e) 0

42. En la expresión:

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

Se cumple que: $a + b = 2$ y $a^2 - ab + b^2 = 5$

Hallar: $M = a^3 + b^3$

- a) 2 b) 5 c) 10
d) e) 25

43. Determinar el valor de: $a^3 - b^3$

Si: $a - b = 6$ y $a^2 + ab + b^2 = 8$

- a) 6 b) 4 c) 8
d) 3 e) 48

44. Determine el valor numérico de:

$$M = (x + 3)(x + 2)$$

Sabiendo que: $x^2 + 5x = 2$

- a) 2 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

45. Calcular: $\sqrt{(x + 4)(x + 8)}$

Si: $x^2 + 12x = 4$

- a) 4 b) 32 c) 6
d) 36 e) 1

TAREA DOMICILIARIA

1. Si: $(x + 2)^3 \equiv ax^3 + bx^2 + cx + d$

Hallar: $\sqrt[3]{a+b+c+d}$

- a) 2 b) 3 c) 1
d) 4 e) -2

2. Si: $(x - 3)^3 \equiv mx^3 + nx^2 + px + q$

Hallar: $(m + n)(p + q)$

- a) 1 b) 0 c) -27
d) 9 e) -9

3. Si: $(x + 3)(x^2 - 3x + 9) \equiv ax^3 + b$

Calcular: $a + b$

- a) 28 b) 27 c) 26
d) 1 e) 0

4. En la siguiente identidad:

$$(3x - 2)(9x^2 + 6x + 4) \equiv mx^3 + n$$

Determinar: $\frac{m+n+1}{5}$

- a) 3 b) 5 c) 1
d) 4 e) 2

5. Se cumple que:

$$(x + 3)(x - 5) \equiv ax^2 + bx + c$$

Calcular: $a + b + c$

- a) -16 b) 16 c) -17
d) 17 e) 0

6. Simplificar:

$$M = (a + b)^3 - b^3 - 3ab(a + b)$$

- a) 0 b) b^3 c) $a^3 + b^3$
d) ab e) a^3

7. Reducir:

$$N = \frac{a^3 - b^3 - 3ab(a - b) + 9}{(a - b)^3 + 9}$$

- a) 0 b) 1 c) 3
d) -1 e) 9

8. Simplificar:

$$G = (m + n)(m^2 - mn + n^2) - (m - n)(m^2 + mn + n^2)$$

- a) n^3 b) m^3 c) 0
d) $2n^3$ e) $2m^3$

9. Reducir:

$$M = (x - 3)(x + 2) + (x + 5)(x - 4) + 26$$

- a) 26 b) 24 c) $2x^2$
d) x e) x^2

10. Simplificar:

$$M = (x - 3)(x - 2) - (x - 6)(x + 1)$$

- a) 6 b) -6 c) 12
d) -12 e) 0

11. Si: $a + b = 4$ y $ab = 2$

Hallar: $a^3 + b^3$ en la siguiente expresión:

$$a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

- a) 24 b) 0 c) 40
d) 36 e) 12

12. En: $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$

Si: $a + b = 3$ y $a^2 - ab + b^2 = 5$

Determine: $a^3 + b^3$

- a) 15 b) 5 c) 2
d) -2 e) 6

13. Hallar: $a^3 - b^3$

Si: $a - b = 3$ y $a^2 + ab + b^2 = -2$

- a) 6 b) 5 c) -6
d) 1 e) -1

14. Hallar el valor numérico de: $M = (x - 1)(x + 2)$

Si: $x^2 + x = 2$

- a) 2 b) 0 c) 1
d) -1 e) 7

15. Calcular: $\sqrt{10 + (x - 3)(x + 2)}$

Si: $x^2 - x = 5$

- a) 5 b) 1 c) 4
d) 2 e) 3

DIVISIÓN ALGEBRAICA I

Es una operación que consiste en hallar una expresión denominada cociente dada otras dos denominadas dividendo y divisor.

Sabías que

En el esquema:

$$\begin{array}{r} D \quad | \quad d \\ \hline r \quad q \end{array}$$

Donde:

- D : Dividendo
- d : Divisor
- q : Cociente
- r : Resto o Residuo

A la Identidad Fundamental de la división también se le conoce como **Algoritmo** de Euclides quien fue un matemático griego que



Siempre se cumple:

$D = dq + r$

Llamada identidad fundamental de la división.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 25 \quad | \quad 7 \\ \hline 21 \quad 3 \\ \hline 4 \end{array}$$

- Dividendo = 25
- Divisor = 7
- Cociente = 3
- Resto = 4

$$\begin{array}{r} 59 \quad | \quad 9 \\ \hline 54 \quad 6 \\ \hline 5 \end{array}$$

- D = 59
- d = 9
- q = 6
- r = 5

Según la identidad fundamental de la división:

$$25 = 7 \cdot 3 + 4$$

Luego: $59 = 9 \cdot 6 + 5$

AHORA TU!

* $17 \quad | \quad 3$

- D =
- d =
- q =
- r =

$31 \quad | \quad 5$

- D =
- d =
- q =
- r =

Con números
¡Es fácil!
Pero con
polinomios
¿cómo se opera?

Luego ¿qué se cumple?

17 =

Luego:

31 =



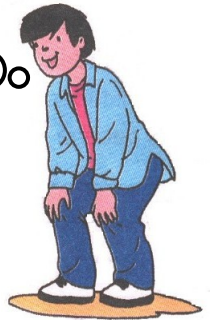
Recordemos

LEY DE SIGNOS

$$\frac{(+)}{(+)} = (+) \quad \frac{(-)}{(+)} = (-)$$

$$\frac{(-)}{(-)} = (+) \quad \frac{(+)}{(-)} = (-)$$

Ten presente:
La división de signos iguales da (+).
La división de signos diferentes da (-).



Ejemplos:

$$\frac{24}{6} = 4$$

$$\frac{-28}{4} = -7$$

$$\frac{20}{2} = 10$$

$$\frac{-27}{9} = -3$$

$$\frac{-35}{-7} = 5$$

$$\frac{16}{-2} = -8$$

$$\frac{-64}{-8} = 8$$

$$\frac{49}{-7} = -7$$

AHORA TU!

$$\frac{12}{3} =$$

$$\frac{-36}{6} =$$

$$\frac{72}{8} =$$

$$\frac{-54}{6} =$$

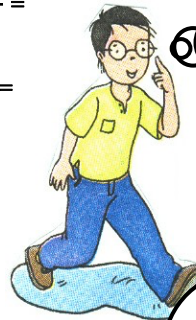
$$\frac{-25}{-5} =$$

$$\frac{42}{-7} =$$

$$\frac{-81}{-9} =$$

$$\frac{36}{-3} =$$

Observa que: $\frac{12}{3}$
es lo mismo que
escribir $12 \div 3$ es
decir toda fracción
indica una división.



LEYES DE EXPONENTES

$$\frac{b^m}{b^n} = b^{m-n}$$

Ejemplos:

$$\frac{x^5}{x^2} = x^{5-2} = x^3$$

$$\frac{x^8}{x^3} = x^{8-3} = x^5$$

$$\frac{b^{24}}{b^{10}} = b^{24-10} = b^{14}$$

$$\frac{b^{35}}{b^{17}} = b^{35-17} = b^{18}$$

Recuerda siempre
que la división entre
cero no esta definida
por ejemplo las
siguientes divisiones

$$\frac{5}{0} ; \frac{-7}{0} ; \frac{24}{-0} ; \frac{-4}{-0}$$



AHORA TU!

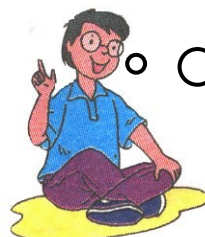
$$\frac{x^7}{x^3} =$$

$$\frac{m^{30}}{m^{12}} =$$

$$\frac{x^{10}}{x^8} =$$

$$\frac{b^{27}}{b^{18}} =$$

Ahora que ya
recordamos
estudiemos como
se dividen los
polinomios.



5. DIVISIÓN ENTRE MONOMIOS

Para dividir monomios: la parte constante se divide de acuerdo a la Ley de Signos y la parte variable según la Ley de Exponentes.

Ejemplos:

$$\frac{35x^8}{5x^3} = 7x^{8-3} = 7x^5$$

$$\frac{-48x^7}{8x^4} = -6x^{7-4} = -6x^3$$

$$\frac{-24x^{10}}{-6x^7} = 4x^{10-7} = 4x^3$$

$$\frac{36x^{12}}{-4x^8} = -9x^{12-8} = -9x^4$$

$$\frac{63x^5y^8}{9x^2y^3} = 7x^{5-2}y^{8-3} = 7x^3y^5$$

$$\frac{-60x^8y^{10}}{12x^4y^7} = -5x^{8-4}y^{10-7} = -5x^4y^3$$

$$\frac{-56x^{10}y^{12}}{-8x^7y^5} = 7x^{10-7}y^{12-5} = 7x^3y^7$$

$$\frac{55x^{13}y^3}{-5x^5y^2} = -11x^{13-5}y^{3-2} = -11x^8y^1 = -11x^8y$$

AHORA TU!

$$\frac{25x^5}{5x^3} =$$

$$\frac{-80x^{12}}{8x^{10}} =$$

$$\frac{-56x^{10}}{-7x^5} =$$

$$\frac{81x^{15}}{-9x^{10}} =$$

$$\frac{28x^5y^7}{7x^2y^4} =$$

$$\frac{-28x^{10}y^5}{4x^6y^5} =$$

$$\frac{-35x^{10}y^7}{-35x^7y^2} =$$

$$\frac{30x^5y^{12}}{-6x^4y^6} =$$

Todo número diferente de cero elevado a la cero es

1. Ejemplo:

$5^0 = 1$; $4^0 = 1$; $(-2)^0 = 1$; 0^0 : indefinido



6. DIVISIÓN DE UN POLINOMIO ENTRE UN MONOMIO

Para este caso debemos utilizar la propiedad distributiva:

$$\frac{a+b+c}{m} = \frac{a}{m} + \frac{b}{m} + \frac{c}{m}$$

Ejemplos:

$$* \quad \frac{2+8+4}{2} = \frac{2}{2} + \frac{8}{2} + \frac{4}{2}$$

$$* \quad \frac{3+9+12}{3} = \frac{3}{3} + \frac{9}{3} + \frac{12}{3}$$

$$* \quad \frac{12-24}{6} = \frac{12}{6} - \frac{24}{6}$$

$$* \quad \frac{15-25+35}{5} = \frac{15}{5} - \frac{25}{5} + \frac{35}{5}$$

$$* \quad \frac{4x^5+8x^4+12x^{10}}{2x^3} = \frac{4x^5}{2x^3} + \frac{8x^4}{2x^3} + \frac{12x^{10}}{2x^3} = 2x^2 + 4x + 6x^7$$

Sabías que

En la Región de Mesopotamia, lo que actualmente es Irak se han encontrado tablillas para dividir utilizadas por los



$$* \frac{35x^8 - 14x^{10} + 49x^{13}}{7x^5} = \frac{35x^8}{7x^5} - \frac{14x^{10}}{7x^5} + \frac{49x^{13}}{7x^5} = 5x^3 - 2x^5 + 7x^8$$

$$* \frac{27x^{12} - 36x^5 - 54x^7 - 9x^8}{9x^3} = \frac{27x^{12}}{9x^3} - \frac{36x^5}{9x^3} - \frac{54x^7}{9x^3} - \frac{9x^8}{9x^3} = 3x^9 - 4x^2 - 6x^4 - x^5$$

$$* \frac{24x^8 - 8x^5}{-2x^4} = \frac{24x^8}{-2x^4} - \frac{8x^5}{-2x^4} = -12x^4 - (-4x) = -12x^4 + 4x$$

$$* \frac{24x^8y^7 + 16x^{10}y^{13}}{8x^3y} = \frac{24x^8y^7}{8x^3y} + \frac{16x^{10}y^{13}}{8x^3y} = 3x^5y^6 + 2x^7y^{12}$$

AHORA TU!

$$* \frac{27 + 9}{3} = \underline{\quad} + \underline{\quad} =$$

$$* \frac{16 + 4 + 8}{4} = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} =$$

$$* \frac{12 + 6 - 24}{6} = \underline{\quad} + \underline{\quad} - \underline{\quad} =$$

$$* \frac{14x^{12} + 21x^{10} - 28x^{15}}{7x^8} = \underline{\quad} + \underline{\quad} - \underline{\quad} =$$

$$* \frac{18x^9 - 27x^{10} - 54x^{11}}{9x^9} =$$

$$* \frac{-20x^{15}y^{10} + 30x^3y^7 - 40x^8y^7}{10x^4y^3} =$$

$$* \frac{-35x^5y^{10}z^{20} - 56x^7y^7z^{14}}{-7x^2y^4z^{10}} =$$

$$* \frac{64x^8y^8 + 32x^9y^9}{-8x^4y^5} =$$

Según el resto existen **2 clases de división**: La división **exacta** cuando el resto es idénticamente nulo y la división **inexacta** cuando el resto no es nulo.

Ejemplo:

* $12 \overline{) 3} \rightarrow$ División Exacta

$\overline{12} \leftarrow 4$ Resto

* $0 \overline{) 15} \leftarrow 6 \rightarrow$ División Inexacta

$\overline{12} \leftarrow 2$ Resto



EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Al dividir: $12x^3y$ entre $4xy$

Se obtiene: mx^n

Hallar: $\sqrt[n]{m+1}$

- a) 2 b) 1 c) 3
d) 4 e) 5

2. Luego de dividir: $-36x^3y^2z^4$ entre $3x^2yz^3$

Se obtiene: $mx^ny^pz^q$

Calcular: $\frac{m}{n+p+q}$

- a) 12 b) -4 c) 3
d) -2 e) 1

3. Si: $\frac{12x^ny^3}{mx^4y^p} = 4xy^2$

Calcular: $m + n - p$

- a) 6 b) 7 c) 9
d) 3 e) 1

4. Luego de dividir: $16x^3 + 8x^2$ entre $2x$

Calcular la suma de coeficientes del cociente.

- a) 4 b) 8 c) 2
d) 12 e) 24

5. Calcular el cociente en:

$$\frac{32x^8y^5 + 16x^7y^{12}}{8x^4y^2}$$

Dar por respuesta $GR(x) + GR(y)$ de este cociente.

- a) 12 b) 7 c) 3
d) 14 e) 6

6. Si de: $\frac{15x^8y^7 - 12x^{10}y^5}{3x^3y^3}$ se obtiene un cociente. Calcular el grado.

- a) 7 b) 5 c) 4
d) 3 e) 2

7. Simplificar:

$$M = \frac{15x^3y^5}{5xy^4} - \frac{20x^7y^2}{10x^5y}$$

- a) x^2y b) $3x^2y$ c) $-2x^2y$
d) $-x^2y$ e) xy^2

8. Reducir:

$$\frac{8x^6y^9}{4x^2y^7} + \frac{6x^8y^7}{-3x^4y^5} - \frac{12x^4y^3}{3x^3y} + \frac{32x^8y^{12}}{8x^7y^{10}}$$

- a) x^4y^2 b) 0 c) xy^2
d) $2x^3y^2$ e) 1

9. Simplificar:

$$M = \frac{\frac{25x^5y^7}{5x^3y^3} - \frac{12x^ny^{10}}{6x^5y^6}}{\frac{28x^4y^3}{7x^3y} + \frac{-x^5y^8}{x^4y^6}}$$

- a) 1 b) $3x^2y^4$ c) $3xy^2$
d) xy^2 e) xy

10. Reducir:

$$G = \frac{20x^5 + 15x^7}{5x^3} + \frac{24x^7 + 16x^9}{-8x^5}$$

- a) $x^2 + y^4$ b) $x^2 + x^4$ c) x^2
d) x^4 e) 0

11. Simplificar:

TAREA DOMICILIARIA

$$\frac{32x^5y^3 - 64x^7y^9}{8x^3y^2} + \frac{72x^{10}y^{10} - 36x^8y^4}{9x^6y^3}$$

- a) $x^2y + x^4y^7$ b) 0 c) $4x^2y$
 d) x^4y^7 e) $-x^2y$

12. Reducir:

$$M = \frac{\frac{16x^7 + 32x^9 + 8x^4}{4x^3}}{\frac{20x^{11} + 40x^{13} + 10x^8}{5x^7}}$$

- a) $x^4 + x^6 + x$ b) 1 c) $3x^4$
 d) $4x^4$ e) $8x^6$

13. Reducir:

$$M = \frac{27x^5y^6}{9x^2y^4}$$

Si: $x^3y^2 = 3$

- a) 3 b) 1 c) 27
 d) 9 e) 15

14. Hallar el valor de:

$$N = \frac{36x^5}{9x^3} + \frac{28x^7}{7x^3} + \frac{64x^8}{16x^5}$$

Si: $x^2 + x^4 + x^3 = 1$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

15. Calcular el valor de:

$$L = \frac{50x^5 + 55x^7}{5x^3}$$

Si: $x^2 = 2$ y $x^4 = 4$

- a) 50 b) 44 c) 14
 d) 64 e) 94

1. Luego de dividir: $20x^5y^3$ entre $5x^2y$

Se obtiene: mx^ny^p

Calcular: $\frac{m+p}{n}$

- a) 3 b) 1 c) 2
 d) 4 e) 6

2. En la división de: $48x^7y^{10}z^{12}$ entre $12x^3y^5z^8$

Se obtiene: $ax^by^cz^d$

Hallar: $\frac{(b+d)c}{a}$

- a) 5 b) 10 c) 16
 d) 4 e) 8

3. Si: $\frac{ax^8y^c}{9x^by^5} = 9x^5y^4$

Calcular: $\frac{a-c}{b}$

- a) 24 b) 72 c) 26
 d) 14 e) 28

4. En la división: $\frac{24x^5 + 36x^7}{4x^2}$ calcular la suma de coeficientes del cociente.

- a) 6 b) 9 c) 3
 d) 15 e) 8

5. En la división:

$$\frac{49x^{16}y^{13} - 42x^{15}y^{21}}{7x^{14}y^9}$$

Luego de obtener el cociente.

Calcular: $GR(x) - GR(y)$

- a) 2 b) -10 c) 10
 d) 12 e) 14

6. Al dividir: $\frac{64x^{13}y^{10} + 48x^9y^{14}}{8x^8y^3}$ se obtiene un polinomio homogéneo. Calcular el grado de homogeneidad.

- a) 5 b) 7 c) 2
d) 8 e) 12

7. Simplificar:

$$M = \frac{42x^5y^8}{6x^2y} + \frac{72x^{10}y^{12}}{12x^7y^5}$$

- a) $13x^3y^7$ b) $7x^3y^7$ c) $6x^3y^7$
d) 1 e) 0

8. Simplificar:

$$\frac{-14x^{15}y^{20}}{7x^{10}y^{17}} + \frac{28x^{25}y^{18}}{14x^{20}y^{15}}$$

- a) $3x^5y^3$ b) 0 c) $-2x^5y^3$
d) 1 e) 2

9. Reducir:

$$G = \frac{\frac{75x^{15}y^{17}}{5x^8y^{13}}}{\frac{39x^{25}y^{37}}{13x^{18}y^{33}}}$$

- a) 3 b) 1 c) 2
d) 15 e) 5

10. Simplificar:

$$N = \frac{-35x^{14} + 42x^{10}}{7x^7} + \frac{40x^{19} - 48x^{15}}{8x^{12}}$$

- a) 1 b) 0 c) 2
d) $x^7 + x^3$ e) $x^7 - x^3$

11. Reducir:

$$M = \frac{45x^{12}y^4 - 54x^{10}y^7}{9x^{10}y^4} - \frac{36x^8y^7 - 96x^6y^{10}}{12x^6y^7}$$

- a) $5x^2 - 6y^3$ b) $2x^2 + 2y^3$ c) $-3x^2 + 8y^3$
d) 1 e) 0

12. Reducir:

$$N = \frac{\frac{35x^7 - 63x^{10}}{7x^4}}{\frac{40x^{15} - 72x^{18}}{8x^{12}}}$$

- a) 1 b) $5x^3 - 9x^6$ c) 2
d) x^3 e) x^6

13. Simplificar:

$$J = \frac{28x^{19}y^{27}z^{20}}{7x^{12}y^{24}z^{11}}$$

Si: $x^7y^3z^9 = 2$

- a) 2 b) 4 c) 8
d) 16 e) 1

14. Hallar el valor de:

$$R = \frac{39x^{42}y^{37}z^{27}}{3x^{25}y^{14}z^{19}}$$

Si: $x^{17}y^{23}z^8 = 4$

- a) 52 b) 4 c) 1
d) 13 e) 2

15. Calcular el valor de:

$$P = \frac{28x^9 - 24x^{10} + 32x^5}{4x^3}$$

Si: $7x^6 + 8x^2 = 6x^7$

- a) x^3 b) 2 c) x^2
d) 1 e) 0

MÉTODO DE HORNER

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 39 \overline{) 8} \\ \underline{32} \\ 7 \end{array} \quad \begin{array}{l} (D) \text{ Dividendo} = 25 \\ (d) \text{ Divisor} = 7 \\ (q) \text{ Cociente} = 3 \\ (r) \text{ Resto} = 4 \end{array}$$

Luego se cumple:

$$\begin{array}{cccc} 39 & = & 3 & \cdot & 7 & + & 4 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ D & = & d & & q & & r \end{array}$$

Ejemplo:

De la división de polinomios:

$$\begin{array}{r} x^2 + 5x + 7 \overline{) x + 2} \\ \underline{x + 3} \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} D(x) = x^2 + 5x + 7 \\ d(x) = x + 2 \\ q(x) = x + 3 \\ r(x) = 1 \end{array}$$

Puedes comprobar mediante multiplicación que:

$$x^2 + 5x + 7 = (x + 2)(x + 3) + 1$$



En el ejemplo anterior ¿cómo se halló el cociente y el resto? Resolvamos esta

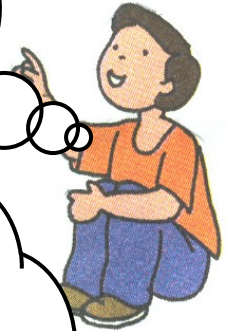
Observa que:

$$39 > 8 \text{ y } 7 < 8$$

Luego siempre se cumple que:

$$D \geq d \text{ y } r < d$$

Compruébalo con otros

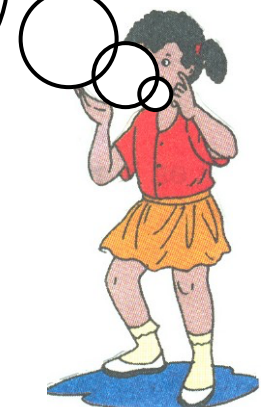


Al igual que con los números naturales, con los polinomios debe cumplirse:

$$D \geq d \text{ y } r < d$$

Pero respecto al grado así:

$$\begin{array}{ccc} \text{Grado del} & \geq & \text{Grado del} \\ & & \\ \text{Grado del} & < & \text{Grado del} \end{array}$$



1. DIVISIÓN DE POLINOMIOS

MÉTODO DE HORNER

Para poder aplicar este método los polinomios dividendo y divisor deben ser completos y ordenados descendientemente y si faltase algún término se completará con ceros.

Ejemplo:

Dividir: $8x + 3x^2 + 11$ entre $2 + x$

Ordenemos los polinomios dividendo y divisor

$$D(x) = 3x^2 + 8x + 11$$

$$d(x) = 3x + 2$$

Luego: Coeficientes del Dividendo: 3, 8, 11

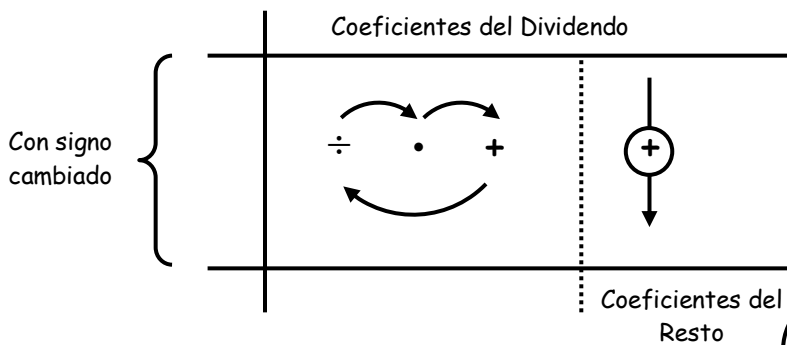
Sabías que

Horner inventó su método en 1819



Coefficientes del Divisor: 3, 2

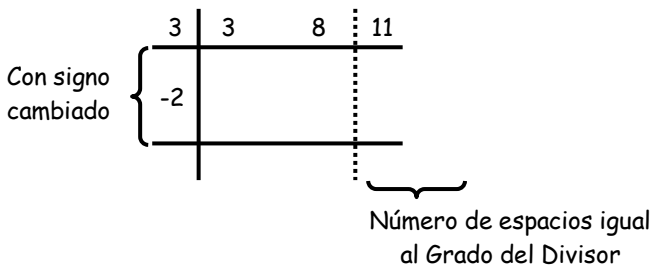
Ubicamos estos coeficientes en el siguiente esquema:



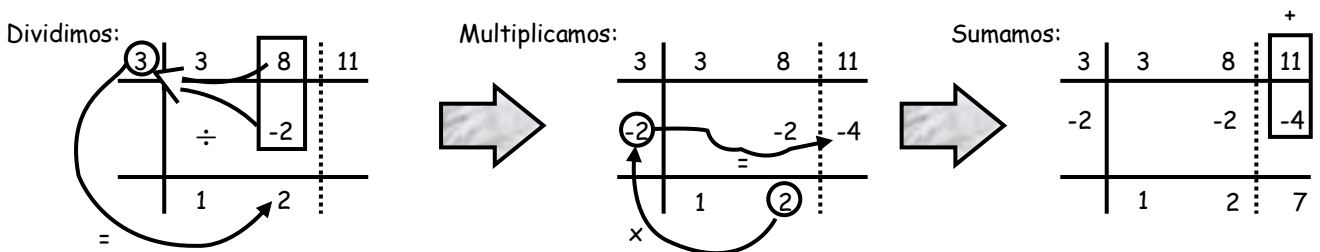
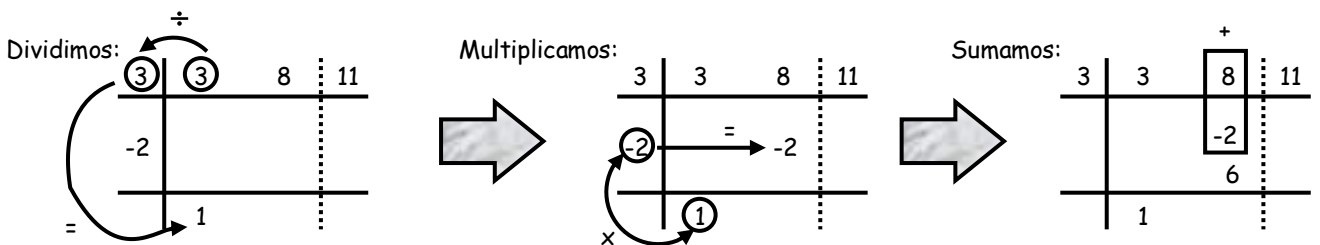
observa

Las operaciones que se realizan se repiten primero se divide luego se multiplica después sumamos para nuevamente dividir y así sucesivamente

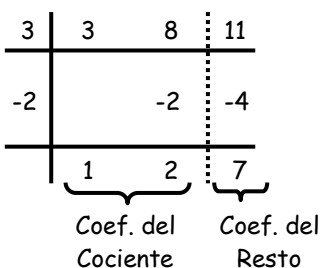
De esta manera:



Y procedemos del siguiente modo:



Luego el esquema resulta:



$$\Rightarrow q(x) = 1 \cdot x + 2 = x + 2$$

$$R(x) = 7$$

recuerda

Luego la línea punteada solo se suma. Además el cociente y resto que se obtienen están completos y ordenados



❖ Dividir: $4x^3 + 4x^2 + 1 - 3x$ entre $x + 2x^2 - 3$

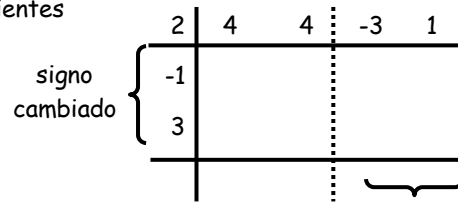
Ordenemos:

$$D(x) = 4x^3 + 4x^2 - 3x + 1$$

$$d(x) = 2x^2 + x - 3$$

Ubicamos los coeficientes

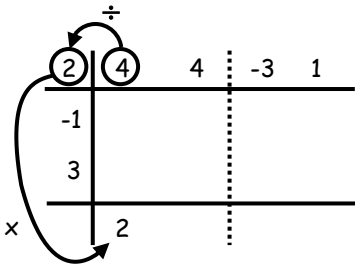
en el esquema:



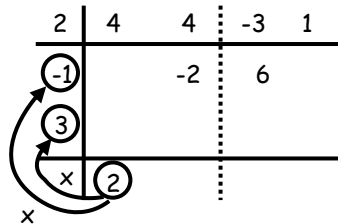
2 espacios porque el grado del divisor es 2.

Procedemos:

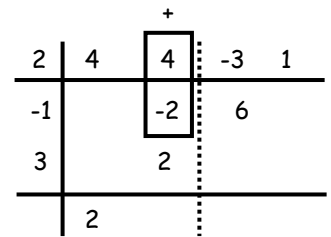
Dividimos:



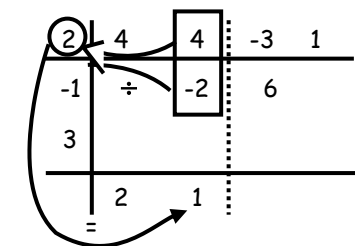
Multiplicamos:



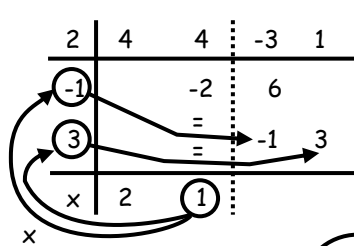
Sumamos:



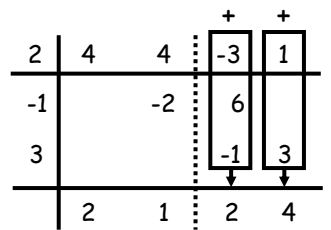
Dividimos:



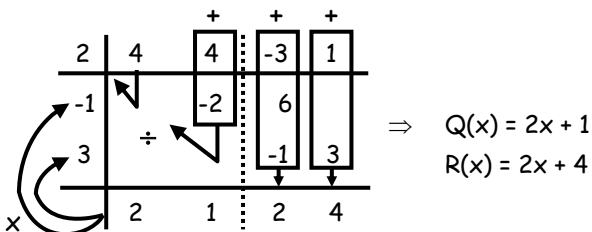
Multiplicamos:



Sumamos:



Resumiendo:

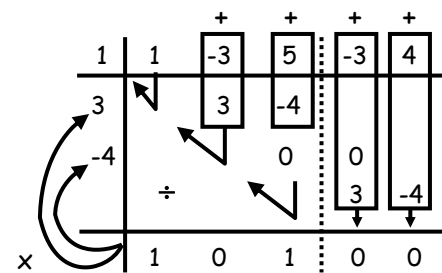


Si el resto de una división no es nulo ($R(x) \neq 0$) entonces la división se llama inexacta.



* Dividir: $\frac{x^4 - 3x + 5x^2 - 3x^3 + 4}{x^2 - 3x + 4}$

Si el resto de una división es nulo ($R(x) \equiv 0$) entonces la división se llama exacta.



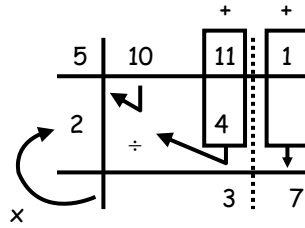
$Q(x) = 1 \cdot x^2 + 0x + 1$; $R(x) \equiv 0$
 $Q(x) = x^2 + 1$



¡Ahora tu!

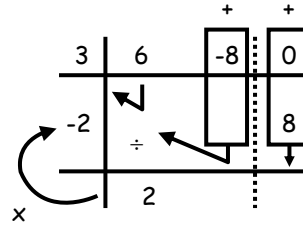
* Dividir: $\frac{10x^2 + 11x + 1}{5x - 2}$

$\Rightarrow Q(x) =$
 $R(x) =$



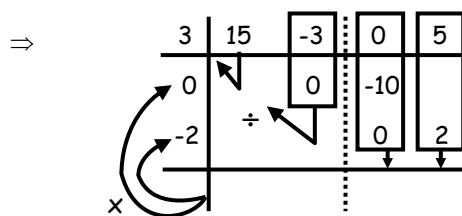
* Dividir: $\frac{6x^2 - 8x}{3x + 2} = \frac{6x^2 - 8x + 0}{3x + 2}$

$\Rightarrow Q(x) =$
 $R(x) =$



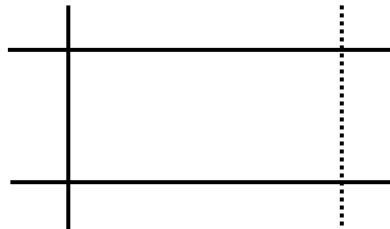
* Dividir: $\frac{15x^3 + 5 - 3x^2}{3x^2 + 2} = \frac{15x^3 - 3x^2 + 0x + 5}{3x^2 + 0x + 2}$

$\Rightarrow Q(x) =$
 $R(x) =$



* Dividir: $\frac{8x^3 - 6x^2 + 5x - 1}{2x^2 + 1 - x}$

$\Rightarrow Q(x) =$
 $R(x) =$



EJERCICIOS DE APLICACIÓN

I. Hallar el cociente en las siguientes divisiones:

16. $\frac{x^2 + 8x + 18}{x + 3}$

- a) $x + 5$ b) $x + 1$ c) x
 d) $x - 2$ e) $x + 3$

17. $\frac{x^2 + 5x - 7}{x - 2}$

- a) $x - 1$ b) $x + 3$ c) $x + 7$
 d) $x - 7$ e) $x - 3$

18. $\frac{x^3 + 3x^2 + 5x + 7}{x + 1}$

- a) $x^2 + 2x - 3$ b) $x^2 - 2x - 3$ c) $x^2 + 2x + 3$
 d) $x^2 - 2x - 8$ e) $-x^2 + 2x + 3$

II. Hallar el residuo en las siguientes divisiones:

19. $\frac{6x^2 + x + 4}{3x - 1}$

- a) -1 b) 5 c) 3
 d) 6 e) 2

20. $\frac{10x^3 - 33x + 9x^2 - 22}{5x + 2}$

- a) 8 b) 1 c) -2
 d) 4 e) -8

21. $\frac{27x^3 + 9 - 12x}{3x^2 + 2x}$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) -8 e) 9

22. $\frac{16x^4 + 7x - 25x^2 + 7}{-5x^2 + 4x^3}$

- a) $7x$ b) 3 c) $7x + 7$
 d) 7 e) $2x - 1$

23. $\frac{44x^2 + 21x^4 + 3x + 14}{3x^2 + 5}$

- a) 5 b) $2x + 4$ c) $3x - 1$
 d) $x - 1$ e) $2x - 2$

24. $\frac{16x^5 - 2x - 32x^2 + 13 + 18x^3}{2x^3 + 3x - 4}$

- a) $4x^2 + 3$ b) 1 c) $3x - 1$
 d) $7x + 1$ e) $7x$

25. $\frac{35x^5 + 15x^3 + 7 + 16x^2}{5x^3 + 2}$

- a) $3x - 1$ b) $2x^2 + 1$ c) 4
 d) $x^2 + 3$ e) $3x^2 - 8$

26. Indicar el término independiente del resto en la siguiente división:

$$\frac{6x^3 - x^2 + 2x + 6}{-2x + 3x^2 - 1}$$

- a) 1 b) 3 c) 4
 d) 7 e) 2

27. Indicar si la siguiente división es exacta o inexacta.

$$\frac{3x^3 + 2x^2 + 9x + 6}{x^2 + 3}$$

Si es inexacta indicar el resto.

- a) Es exacta b) 1 c) $2x$
 d) 3 e) $4x - 2$

28. En la siguiente división:

$$\frac{x^5 - 2x^3 + 4x^2 - 5}{x^3 + 4}$$

Calcular la suma de coeficientes del cociente.

- a) -1 b) 2 c) 0
 d) 3 e) 1

29. Dada la siguiente división exacta:

$$\frac{2x^4 + x^3 - x - 2x^2}{2x + 1}$$

Hallar el mayor coeficiente del cociente.

- a) 3 b) 2 c) -1
 d) 1 e) -2

30. Hallar "b" si la siguiente división:

$$\frac{x^2 + 8x + b}{x + 3}$$

es exacta:

- a) 13 b) 12 c) 14
 d) 15 e) 2

TAREA DOMICILIARIA

I. En las siguientes divisiones hallar el cociente:

16. $\frac{x^2 + 7x + 10}{x + 4}$

- a) $x - 2$ b) $x + 3$ c) $x + 4$
 d) $x + 1$ e) x

17. $\frac{x^2 - 12x + 42}{x - 5}$

- a) $4x + 1$ b) 2 c) $x + 7$
 d) $x + 5$ e) $x - 7$

18. $\frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{x + 2}$

- a) 2 b) 1 c) 0
 d) 3 e) 5

II. Hallar el residuo en las siguientes divisiones:

19. $\frac{9x^2 - 3x + 3}{3x - 2}$

- a) 3 b) 5 c) -3
 d) -5 e) 1

20. $\frac{8x^3 - x + 10x^2 - 3}{4x + 3}$

- a) 3 b) 7 c) 0
 d) 1 e) -1

21. $\frac{20x^3 + 11x + 27x^2}{3x + 5x^2}$

- a) $5x$ b) 4 c) $2x$
 d) $-x$ e) 0

22. $\frac{20x^4 - 12x^2 + 7 - 15x + 25x^3}{4x^2 + 5x}$

- a) 0 b) 1 c) $2x$
 d) $x + 1$ e) 7

23. $\frac{9 + x - 26x^2 + 15x^4}{-2 + 5x^2}$

- a) $x + 1$ b) 0 c) $x - 1$
 d) x e) $2x + 1$

24. $\frac{16x^5 + 27x^2 - 4x^3 - 7}{2x^3 + 3}$

- a) $2x^2 - 1$ b) $x^2 - 2$ c) $3x^2 + 1$
 d) $3x^2 - 1$ e) 0

25. $\frac{-14x^5 + 35x^2 + x + 2x^3 - 8}{5 - 2x^3}$

- a) $x - 1$ b) $x + 2$ c) $x - 3$
 d) $x - 4$ e) 0

26. En la siguiente división:

$$\frac{6x^3 - x^2 + 2x + 6}{x + 3x^2 + 1}$$

Indicar el término independiente del resto.

- a) 0 b) 7 c) 1
 d) 2 e) -1

27. Indicar si la siguiente división:

$$\frac{x^4 + x^2 - 6}{x^2 + 3}$$

Es exacta o inexacta. Si es inexacta indicar el residuo.

- a) Es exacta b) 5 c) 2
 d) -1 e) 1

28. En la siguiente división:

$$\frac{x^5 - 2x^4 + x + 5}{x^4 + 1}$$

Indicar la suma de coeficientes del cociente.

- a) -1 b) 0 c) 2
 d) 1 e) 3

29. En la siguiente división:

$$\frac{6x^4 - 3x + 2x^3 + 6}{2x^3 - 1}$$

Señalar el mayor coeficiente del cociente.

- a) 1 b) 3 c) 2
 d) -1 e) -3

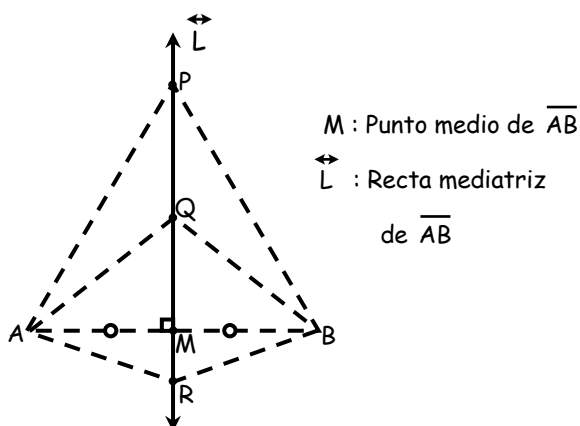
30. Hallar "b" en la siguiente división exacta:

$$\frac{x^2 + 7x + b}{x + 3}$$

- a) 15 b) 3 c) 7
 d) 12 e) -7

PROPIEDADES DE LA MEDIATRIZ

Sabemos que la Mediatriz de un segmento, es la línea recta perpendicular a dicho segmento en su punto medio.



PROPIEDAD DE LA MEDIATRIZ

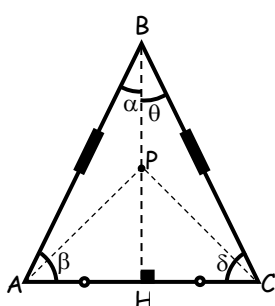
Todo punto perteneciente a la recta mediatriz (\overleftrightarrow{L}) equidista (se encuentra a igual distancia) de los extremos del segmento AB.

Entonces en el gráfico anterior :

$$\begin{cases} AP = PB \\ AQ = QB \\ AR = RB \\ \vdots \\ \vdots \end{cases}$$

PROPIEDAD DEL TRIÁNGULO ISÓSCELES

Es una aplicación del Teorema de la Mediatriz.

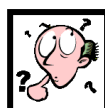


- 1° Sea $\triangle ABC$ isósceles.
- 2° Trazamos la altura BH (siendo H punto medio de \overline{AC})
- 3° $\triangle ABH = \triangle CBH$
- 4° Se cumple : $\overline{BH} \perp \overline{AC}$
- 5° \overline{BH} es un segmento de mediatriz, cualquier punto de \overline{BH} equidista de los extremos de la base A y C.

Se cumple :

- $\overline{BH} \perp \overline{AC}$
- $\alpha = \theta$
- $\beta = \delta$

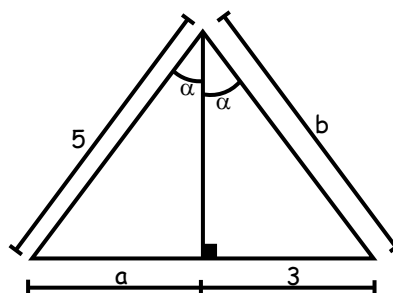
• $PA = PC$



Sabías que ...

La Mediatriz de un triángulo isósceles es a la vez Bisectriz, Mediana y Altura del mismo triángulo isósceles, todo lo anterior se demuestra por congruencia de triángulos.

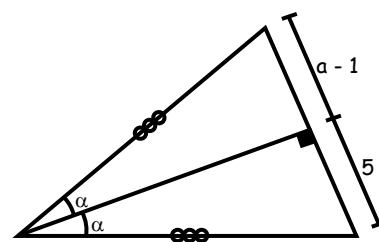
Ejemplo : De la figura hallar "a + b"



Ejercicios de Aplicación

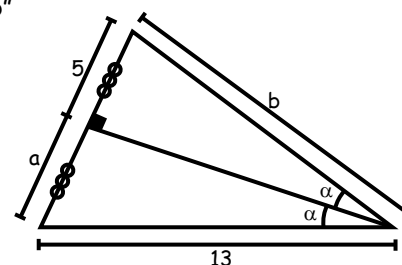
1. Hallar "a"

- a) 6
- b) 7
- c) 5
- d) 8
- e) N.A.



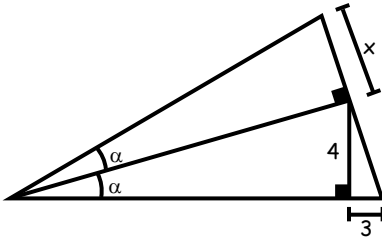
2. Hallar "a + b"

- a) 12
- b) 18
- c) 15
- d) 8
- e) N.A.



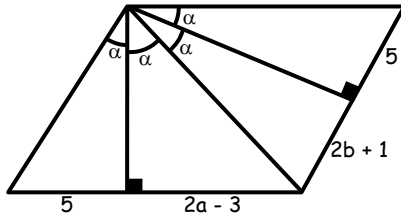
3. Hallar "x"

- a) 4
- b) 5
- c) 6
- d) 7
- e) N.A.



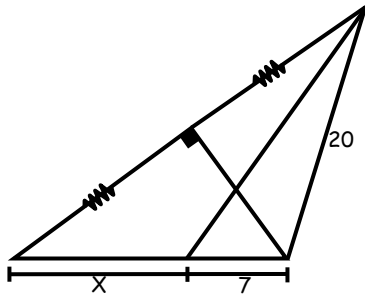
4. Hallar "a + b"

- a) 4
- b) 8
- c) 6
- d) 10
- e) N.A.



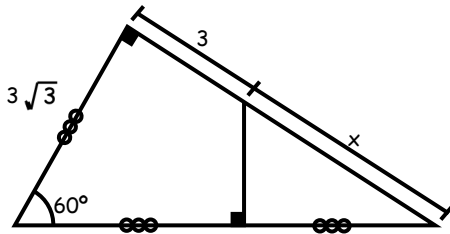
5. Hallar "x"

- a) 13
- b) 15
- c) 18
- d) 16
- e) N.A.



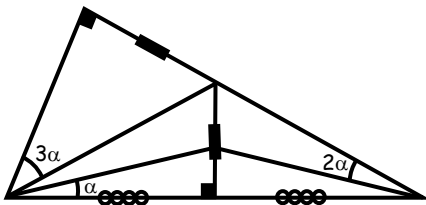
6. Hallar "x"

- a) 4
- b) 5
- c) 8
- d) 6
- e) N.A.



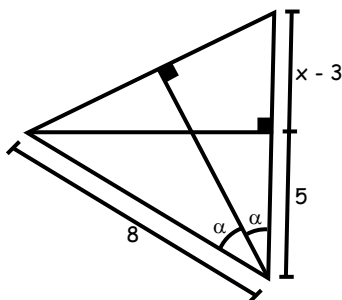
7. Hallar el valor de "alpha"

- a) 12°
- b) 10°
- c) 15°
- d) 11°
- e) N.A.



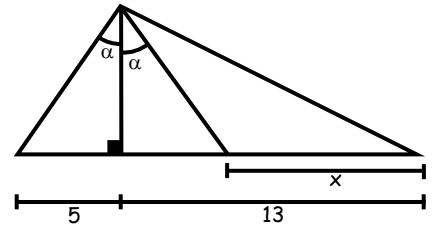
8. Hallar "x"

- a) 8
- b) 5
- c) 4
- d) 6
- e) N.A.



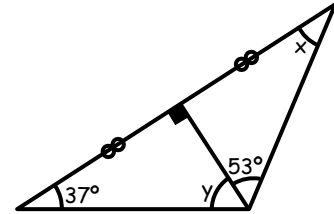
9. Hallar "x"

- a) 7
- b) 8
- c) 6
- d) 9
- e) N.A.



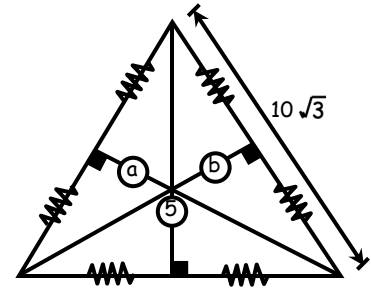
10. Hallar "y - x"

- a) 22°
- b) 18°
- c) 16°
- d) 20°
- e) N.A.



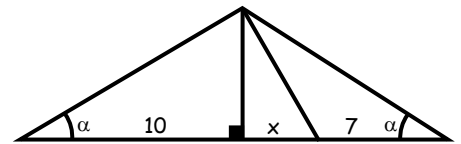
11. Hallar "a + b"

- a) 15
- b) 11
- c) 12
- d) 10
- e) N.A.



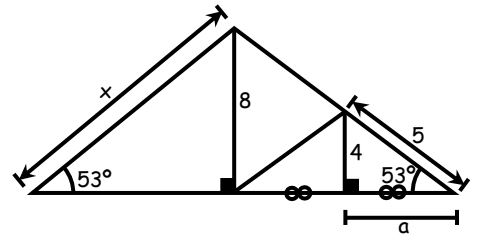
12. Hallar "x"

- a) 5
- b) 3
- c) 6
- d) 4
- e) N.A.



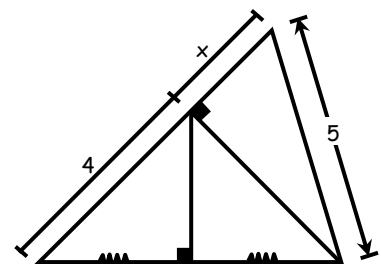
13. Hallar "x"

- a) 7
- b) 9
- c) 10
- d) 8
- e) N.A.



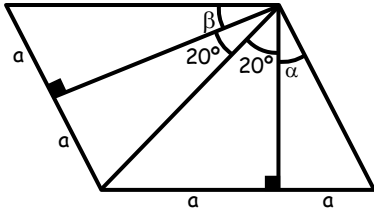
14. Hallar "x"

- a) 3
- b) 5
- c) 4
- d) 8
- e) N.A.



15. Hallar " $\alpha + \beta$ "

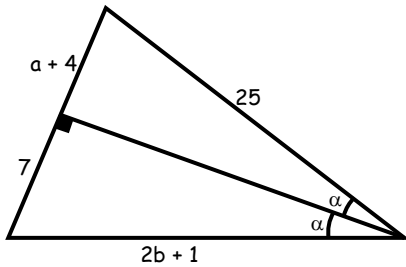
- a) 40°
- b) 50°
- c) 30°
- d) 35°
- e) N.A.



Tarea Domiciliaria

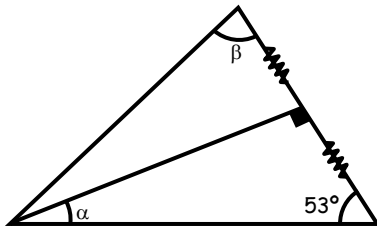
1. Hallar " $a + b$ "

- a) 15
- b) 18
- c) 19
- d) 12
- e) N.A.



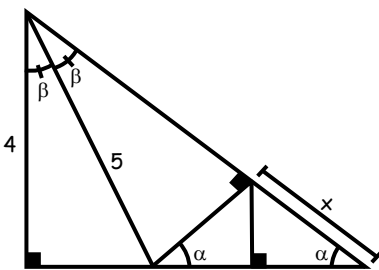
2. Hallar " $\beta - \alpha$ "

- a) 37°
- b) 16°
- c) 15°
- d) 20°
- e) N.A.



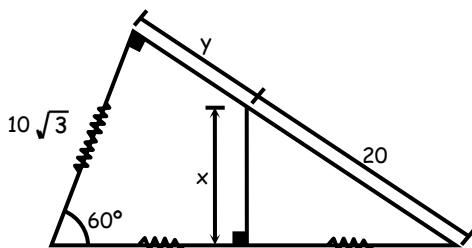
3. Hallar " x "

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) N.A.



4. Hallar " x "

- a) 18
- b) 10
- c) 25
- d) 20
- e) N.A.

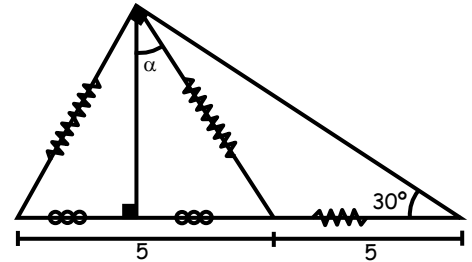


5. Del problema anterior, hallar " $x + y$ "

- a) 25
- b) 28
- c) 20
- d) 33
- e) N.A.

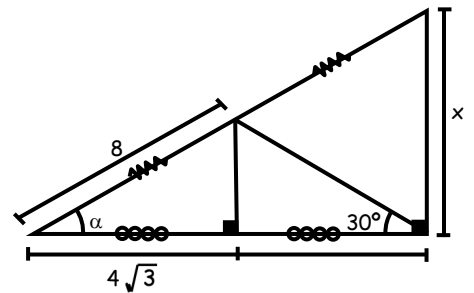
6. Hallar " 2α "

- a) 40°
- b) 60°
- c) 50°
- d) 55°
- e) N.A.



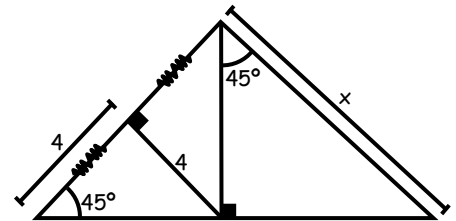
7. Hallar " $2x$ "

- a) 10
- b) 16
- c) 12
- d) 15
- e) N.A.



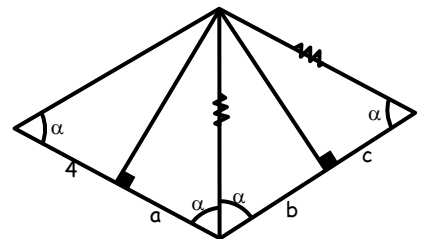
8. Hallar " x "

- a) 12
- b) 10
- c) 6
- d) 8
- e) N.A.



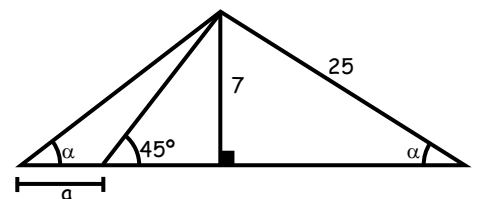
9. Hallar " $3a + 2b - c$ "

- a) 15
- b) 12
- c) 16
- d) 20
- e) N.A.



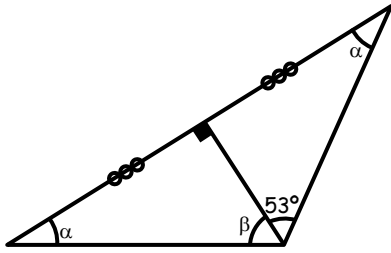
10. Hallar " a "

- a) 15
- b) 17
- c) 20
- d) 21
- e) N.A.



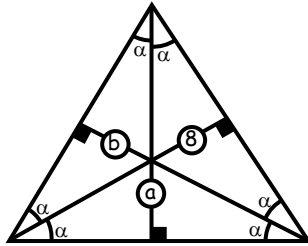
11. Hallar "2β"

- a) 100°
- b) 74°
- c) 90°
- d) 106°
- e) N.A.



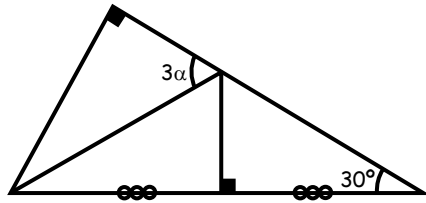
12. Hallar $\frac{a+b}{4}$

- a) 2
- b) 5
- c) 4
- d) 6
- e) N.A.



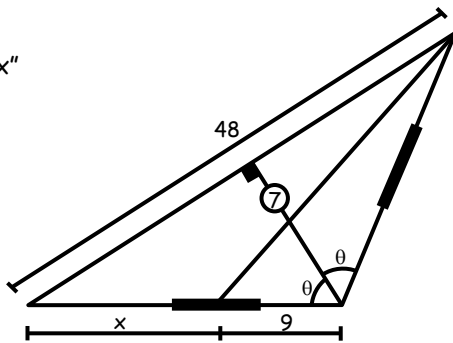
13. Hallar el valor de "α"

- a) 30°
- b) 20°
- c) 40°
- d) 50°
- e) N.A.



14. Hallar "x"

- a) 16
- b) 25
- c) 19
- d) 22
- e) N.A.

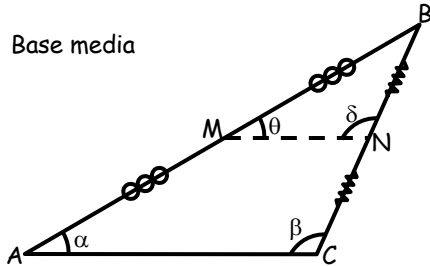


PROPIEDADES DE LA BASE MEDIA

BASE MEDIA

Es el segmento que une los puntos medios de 2 lados de un triángulo cualquiera.

MN : Base media



PROPIEDAD

La base media es paralela al tercer lado y además su valor es igual a la mitad del valor del tercer lado.

Sean :

M : punto medio de AB
N : punto medio de BC

Trazamos : MN = Base media de ΔABC

Se cumple :

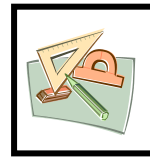
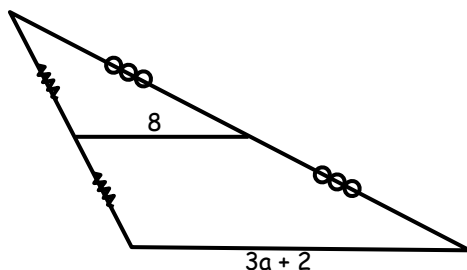
- $MN = \frac{AC}{2}$
- $\overline{MN} \parallel AC \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \theta \\ \wedge \\ \beta = \delta \end{cases}$



Sabías que ...

Es fácil determinar el valor de la base media, mediante el criterio de triángulos semejantes.

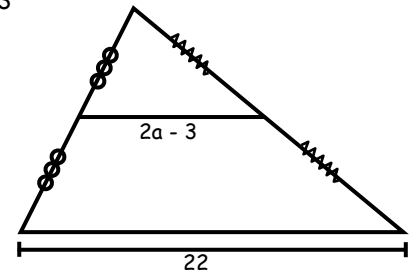
Ejemplo :



Ejercicios de Aplicación

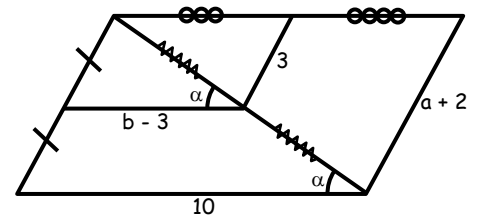
1. Hallar "2a + 3"

- a) 11
- b) 17
- c) 15
- d) 7
- e) N.A.



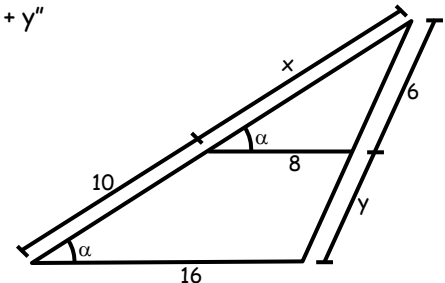
2. Hallar "a + b"

- a) 12
- b) 13
- c) 7
- d) 11
- e) N.A.



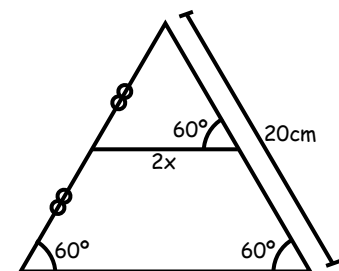
3. Hallar "x + y"

- a) 17
- b) 18
- c) 14
- d) 16
- e) N.A.



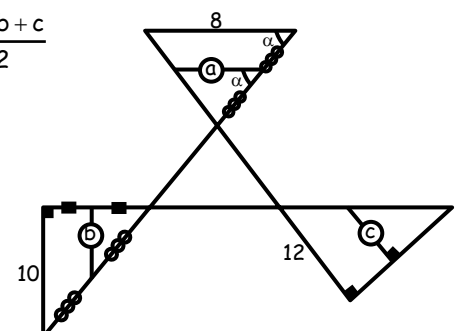
4. Hallar "x"

- a) 8 cm
- b) 10
- c) 5
- d) 12
- e) N.A.



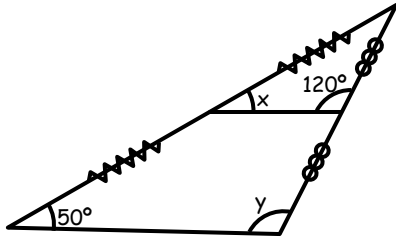
5. Hallar : $\frac{a+b+c}{2}$

- a) 7,5
- b) 8
- c) 15
- d) 8,5
- e) N.A.



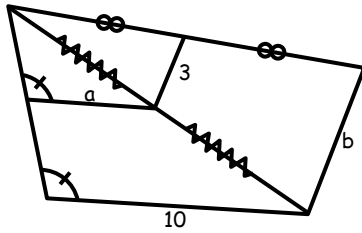
6. Hallar "y - x"

- a) 60°
- b) 70°
- c) 50°
- d) 65°
- e) N.A.



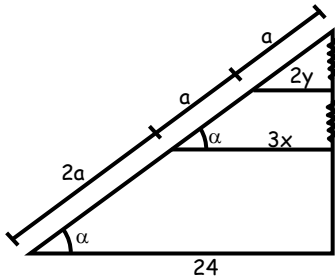
7. Hallar "b - a"

- a) 2,5
- b) 3
- c) 1
- d) 2
- e) N.A.



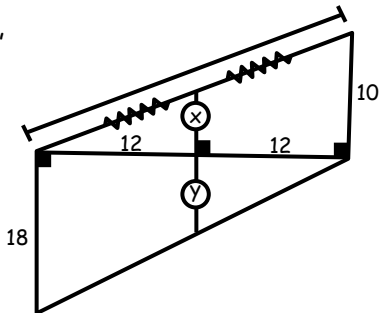
8. Hallar "x + y"

- a) 7
- b) 6
- c) 9
- d) 8
- e) N.A.



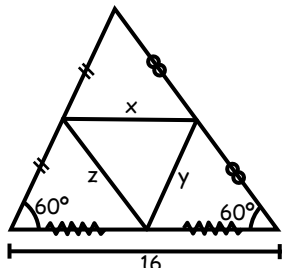
9. Hallar "x + y"

- a) 15,5
- b) 18
- c) 14
- d) 12,5
- e) N.A.



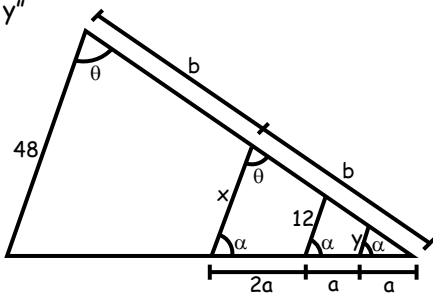
10. Hallar "x + y + z"

- a) 16
- b) 18
- c) 24
- d) 22
- e) N.A.



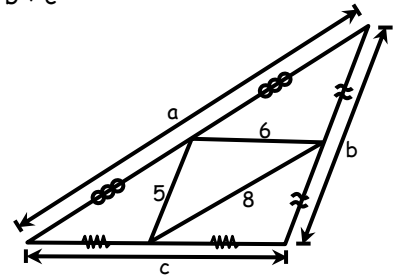
11. Hallar "x + y"

- a) 36
- b) 28
- c) 30
- d) 35
- e) N.A.



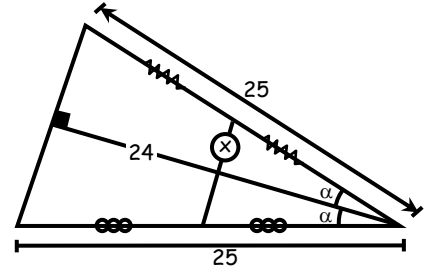
12. Hallar "a + b + c"

- a) 38
- b) 35
- c) 42
- d) 36
- e) N.A.



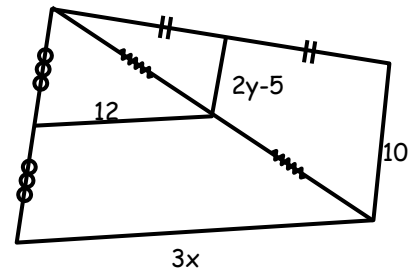
13. Hallar "x"

- a) 8
- b) 7
- c) 9
- d) 12
- e) N.A.



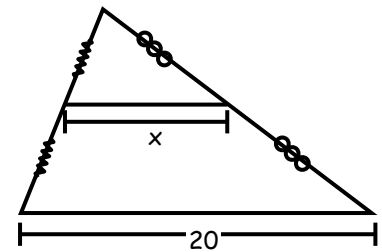
14. Hallar "x + y"

- a) 21
- b) 15
- c) 17
- d) 13
- e) N.A.



15. Hallar "x"

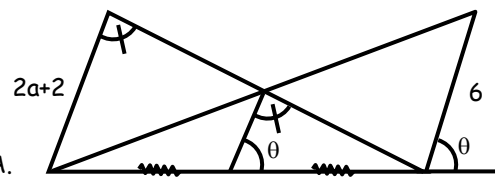
- a) 8
- b) 15
- c) 10
- d) 12
- e) N.A.



Tarea Domiciliaria

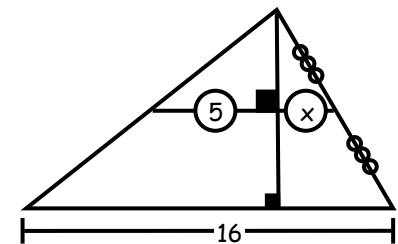
1. Hallar "a"

- a) 4
- b) 2
- c) 3
- d) 5
- e) N.A.



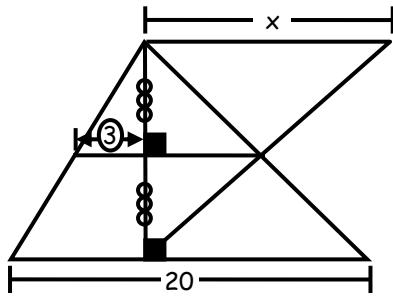
2. Hallar "x"

- a) 3
- b) 8
- c) 5
- d) 6
- e) N.A.



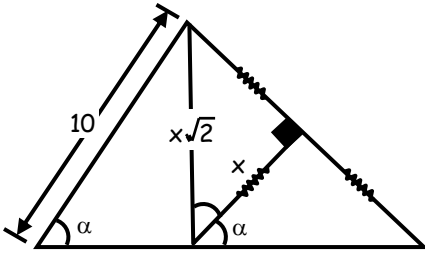
3. Hallar "x"

- a) 10
- b) 15
- c) 14
- d) 18
- e) N.A.



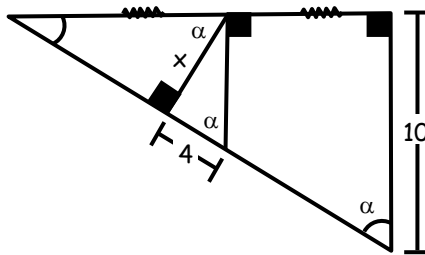
4. Hallar " $x\sqrt{2}$ "

- a) 10
- b) $4\sqrt{5}$
- c) $2\sqrt{3}$
- d) $5\sqrt{2}$
- e) N.A.



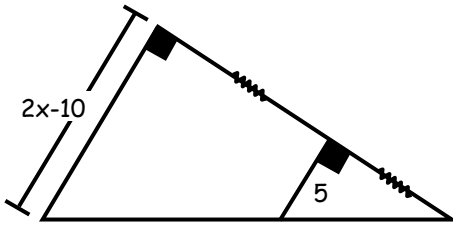
5. Hallar "x"

- a) 5
- b) 3
- c) 6
- d) 7
- e) N.A.



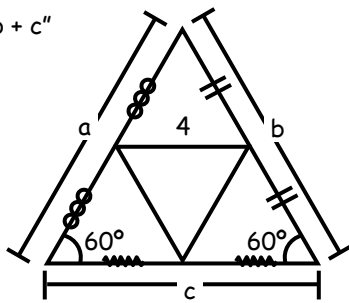
6. Hallar "x"

- a) 8
- b) 15
- c) 10
- d) 12
- e) N.A.



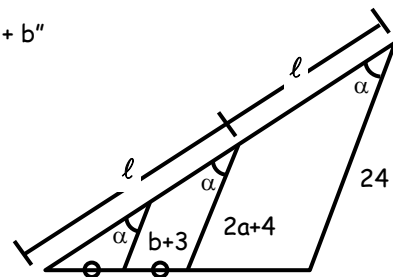
7. Hallar "a + b + c"

- a) 16
- b) 24
- c) 28
- d) 20
- e) N.A.



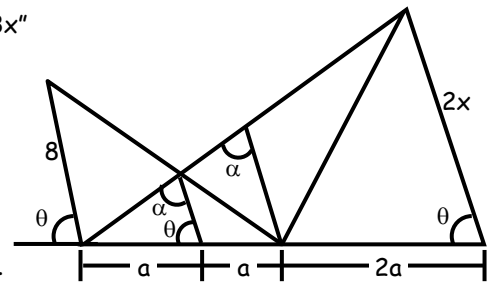
8. Hallar "a + b"

- a) 9
- b) 14
- c) 16
- d) 7
- e) N.A.



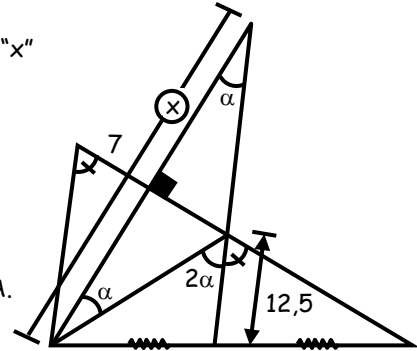
9. Halla "3x"

- a) 16
- b) 24
- c) 18
- d) 20
- e) N.A.



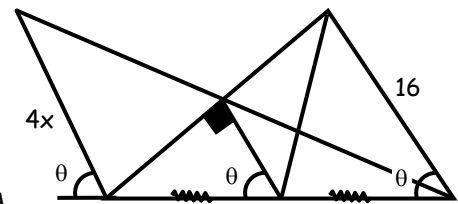
10. Hallar "x"

- a) 25
- b) 21
- c) 48
- d) 40
- e) N.A.



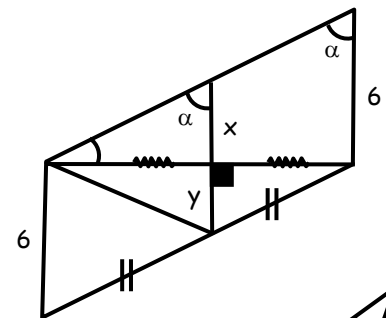
11. Hallar "x"

- a) 5
- b) 8
- c) 4
- d) 6
- e) N.A.



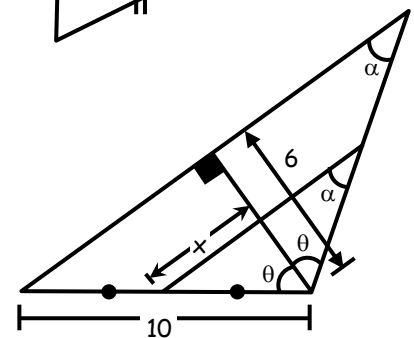
12. Hallar "x + y"

- a) 10
- b) 7
- c) 12
- d) 6
- e) N.A.



13. Hallar "x"

- a) 10
- b) 8
- c) 4
- d) 12
- e) N.A.

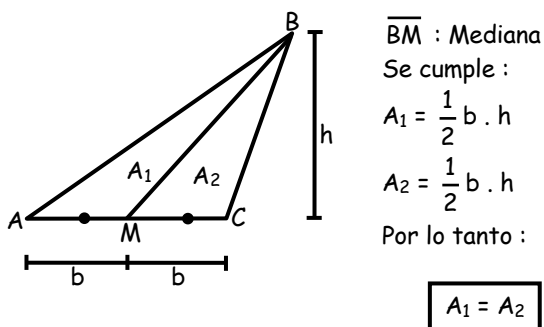


PROPIEDADES DE LA MEDIANA

MEDIANA

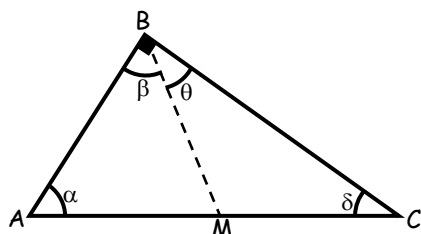
Es el segmento de línea recta que tiene por extremo un vértice del triángulo y el punto medio del lado opuesto a dicho vértice.

La mediana divide al triángulo inicial en 2 triángulos de igual área.



PROPIEDAD DE LA MEDIANA RELATIVA A LA HIPOTENUSA

En todo triángulo rectángulo se cumple que el valor de la mediana trazada del ángulo recto al punto medio de la hipotenusa, es igual a la mitad del valor de dicha hipotenusa.



Si : M es punto medio de \overline{AC}

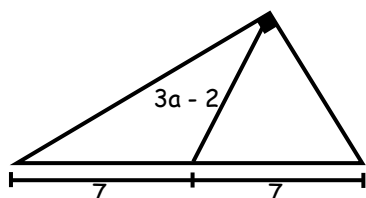
Trazamos \overline{BM} = mediana BM

Se cumple :

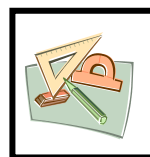
- $BM = \frac{AC}{2}$
- $\alpha = \beta$
- $\theta = \delta$



Ejm. :



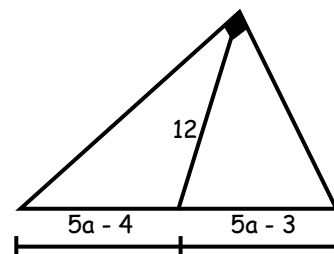
Hallar el valor de "a"



Ejercicios de Aplicación

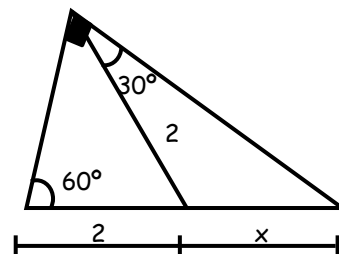
1. Hallar "a"

- 1
- 3
- 5
- 2
- N.A.



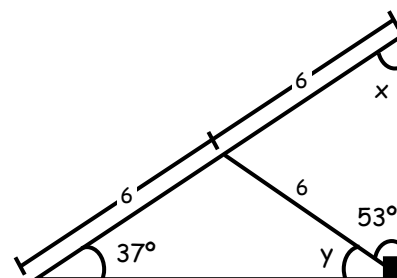
2. Hallar "x"

- 4
- 27
- 3
- 1
- N.A.



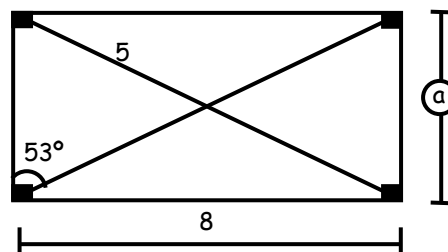
3. Hallar "x - y"

- 12°
- 15°
- 16°
- 18°
- N.A.



4. Hallar "a"

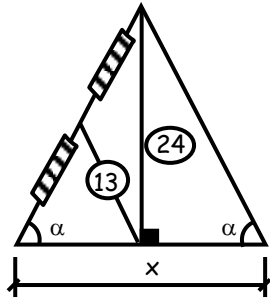
- 4
- 8
- 2
- 6



e) N.A.

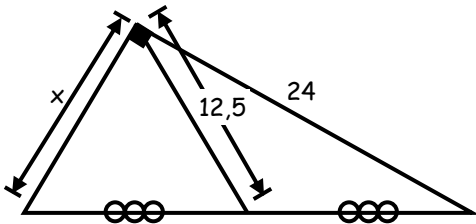
5. Hallar : "x"

- a) 20
- b) 24
- c) 18
- d) 26
- e) N.A.



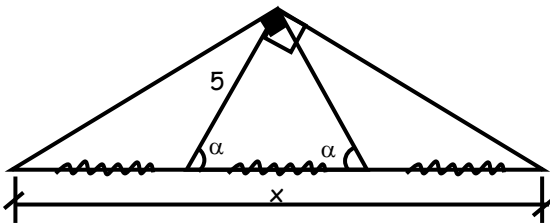
6. Hallar "x"

- a) 12,5
- b) 8
- c) 12
- d) 7
- e) N.A.



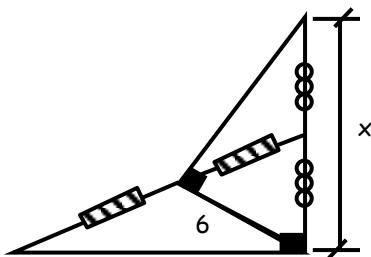
7. Hallar "x"

- a) 25
- b) 20
- c) 15
- d) 10
- e) N.A.



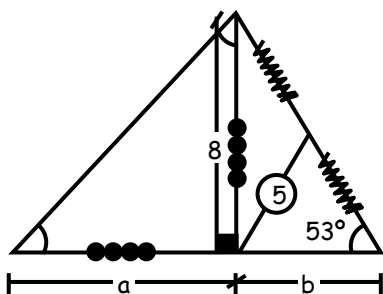
8. Hallar "x"

- a) 11
- b) 8
- c) 10
- d) 12
- e) N.A.



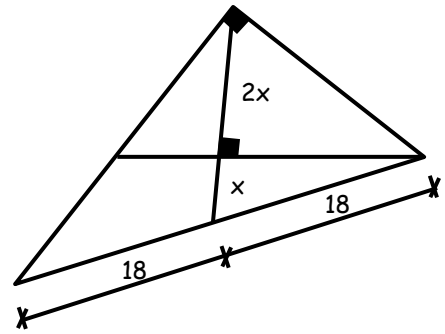
9. Hallar "a + b"

- a) 14
- b) 10
- c) 12
- d) 16
- e) N.A.



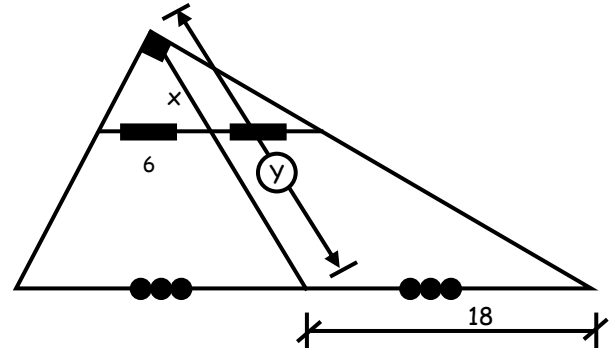
10. Hallar "x"

- a) 12
- b) 8
- c) 6
- d) 10
- e) N.A.



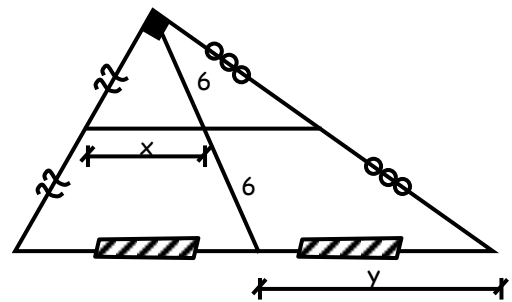
11. Hallar "y - x"

- a) 16
- b) 12
- c) 18
- d) 15
- e) N.A.

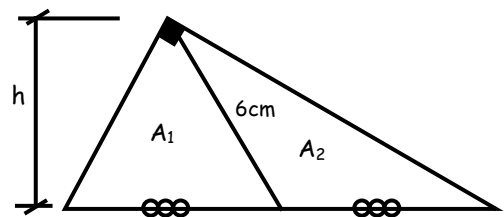


12. Hallar "x + y"

- a) 16
- b) 22
- c) 24
- d) 18
- e) N.A.



13. Hallar "h", si : $A_1 = A_2 = 12 \text{ cm}^2$



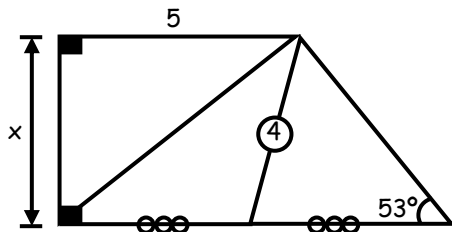
- a) 4 cm
- b) 6
- c) 9

d) 8

e) N.A.

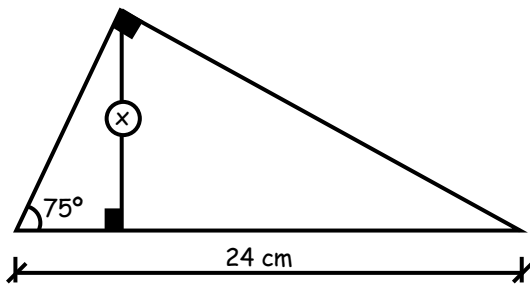
14. Hallar "x"

- a) 5
- b) 3
- c) 4
- d) 6
- e) N.A.



15. Hallar "x"

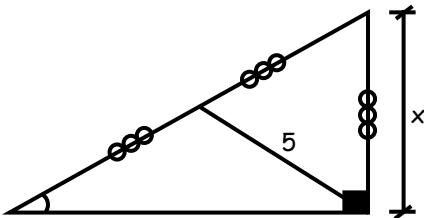
- a) 10 cm
- b) 8
- c) 6
- d) 12
- e) N.A.



Tarea Domiciliaria

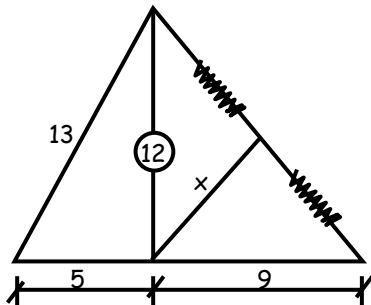
1. Hallar "x"

- a) 6
- b) 5
- c) 8
- d) 10
- e) N.A.

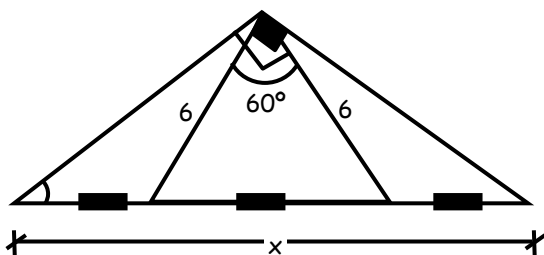


2. Hallar "2x"

- a) 12,5
- b) 7,5
- c) 6,5
- d) 9
- e) N.A.



3. Hallar "x"



a) 16

d) 12

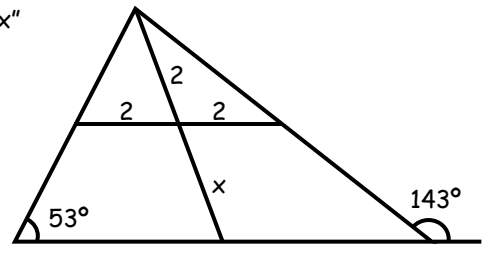
b) 24

e) N.A.

c) 18

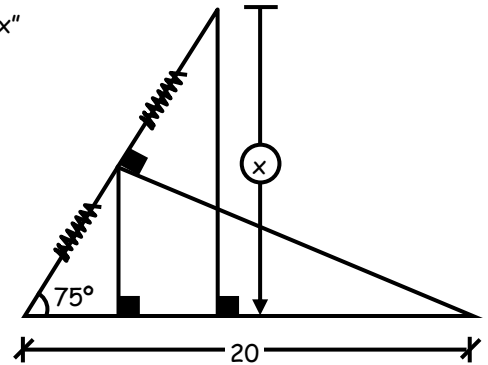
4. Hallar "x"

- a) 2
- b) 5
- c) 8
- d) 3
- e) N.A.



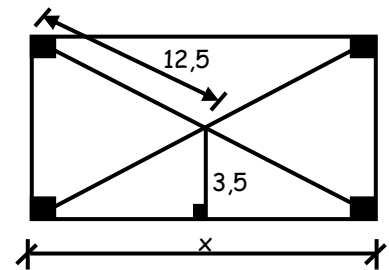
5. Hallar "x"

- a) 20
- b) 15
- c) 10
- d) 16
- e) N.A.



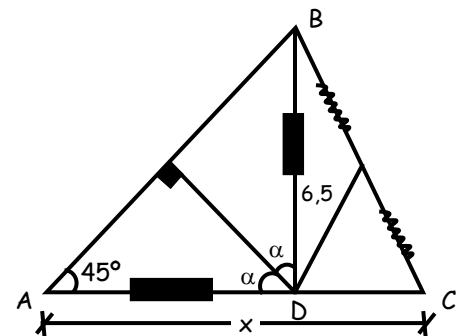
6. Hallar "x"

- a) 18
- b) 24
- c) 16
- d) 20
- e) N.A.



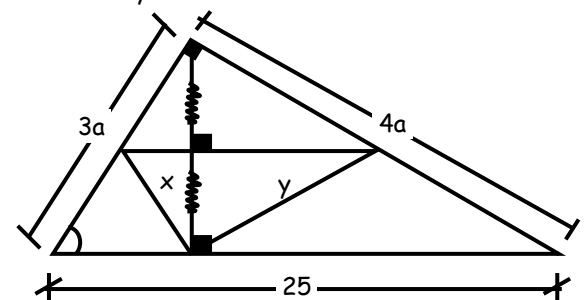
7. Hallar "x" si $\overline{BD} = 12$

- a) 17
- b) 13
- c) $12\sqrt{2}$
- d) 15
- e) N.A.



8. Hallar "x + y"

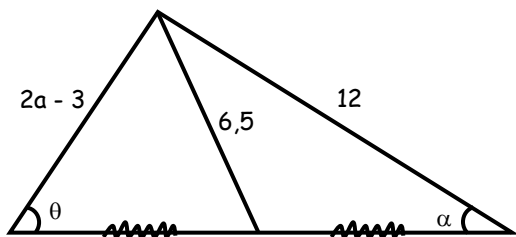
- a) 16,5
- b) 20
- c) 21,5



d) 17,5

e) N.A.

9. Hallar "a", si $\theta + \alpha = 90^\circ$



a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5

10. Hallar "x + y", si $\theta + \beta = 90^\circ$

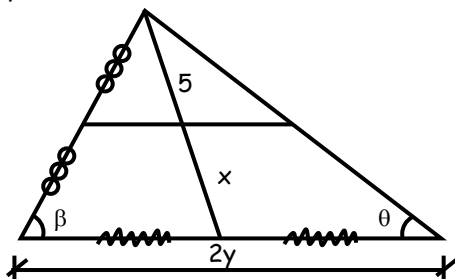
a) 10

b) 15

c) 20

d) 18

e) N.A.



11. Hallar "x", si $\theta + \alpha = 90^\circ$

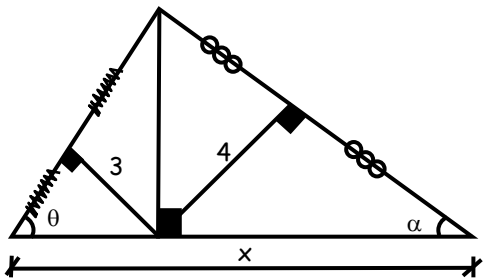
a) 12

b) 7

c) 10

d) 8

e) N.A.



12. Hallar "x", $\overline{BD} = \overline{DC}$

AD = 3

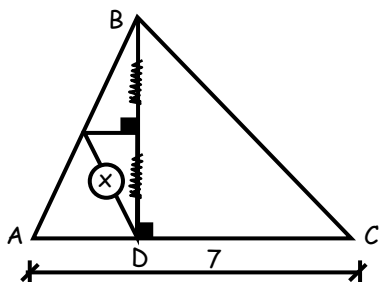
a) 2

b) 2,5

c) 3,5

d) 4

e) N.A.



13. Hallar "x + y"

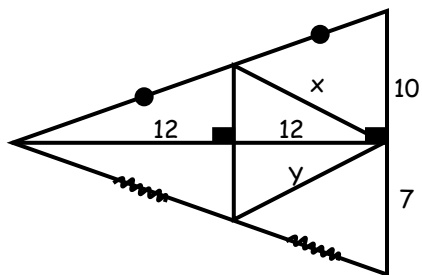
a) 19,5

b) 25,5

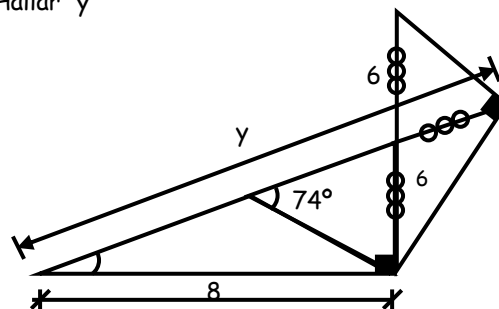
c) 23,5

d) 21,5

e) N.A.



14. Hallar "y"



a) 14

b) 15

c) 12

d) 16

e) N.A.

15. Hallar "x/2"

a) 18

b) 24

c) 20

d) 8

e) N.A.

