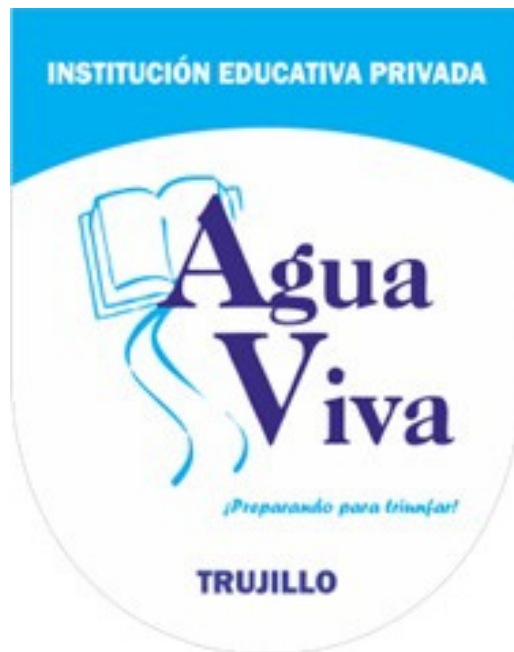


# Matemática V



Estudiante:

Docente:

2026

# INDICE

Razones y proporciones.....	1
Monomios y polinomios.....	7
Método del cangrejo.....	13
Ángulos.....	18
Ángulos trigonométrico .....	22
Método del rombo.....	27
Magnitudes y reparto proporcional.....	32
Polinomios especiales.....	39
Método de las diferencias.....	42
Ángulos entre rectas paralelas.....	46
Sistemas de medición angular.....	50
Método de la regla conjunta.....	56
Promedios .....	61
Productos notables I.....	65
Triángulos .....	69
Fórmula general de conversión.....	73

# RAZONES Y PROPORCIONES

## LA HUMANIDAD Y LA NATURALEZA EN NÚMEROS

- ♣ Un grano de veneno de cobra puede matar a 150 personas.
- ♣ Una sola pila puede contaminar 175 000 litros de agua.
- ♣ 3 bebés por segundo nacen aproximadamente en el mundo.
- ♣ 5 años tardó Bocaccio en escribir el Decameron.
- ♣ 8 ojos tienen las arañas.
- ♣ 9 días puede vivir una cucaracha sin su cabeza.
- ♣ El 10% del ingreso del gobierno ruso proviene de la venta de Vodka.
- ♣ 16 años de edad tenía la Virgen María al nacer Jesús, según la Biblia.
- ♣ 20 huesos tiene aproximadamente un gato en la cola.
- ♣ 30 minutos dura aproximadamente el orgasmo de un cerdo.
- ♣ El 35% de la gente que usa anuncios personales para citas están casados actualmente.



### RAZÓN

Se denomina razón a la comparación de 2 cantidades mediante una operación aritmética.

#### RAZÓN ARITMÉTICA

Es la comparación mediante la sustracción.  
 $a - b =$  valor de la razón aritmética.

**Ejemplo:**

Edad de Miguel 30

Edad de Juan 12

$$30 - 12 = 18 \text{ razón}$$

$$a - b = k$$

#### RAZÓN GEOMÉTRICA

Es la comparación mediante la división.

$\frac{a}{b} =$  valor de la razón geométrica

**Ejemplo:**

Edad de Rosa 24

Edad de María 8

$$\frac{24}{8} = \text{razón}$$

$$\frac{a}{b} = k$$

#### ➤ Observación:

Cuando nos digan:

2 cantidades son entre sí como 3 es a 2 podemos plantar.

$$\frac{H}{M} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{H}{3} = \frac{M}{2}$$

#### SERIE DE RAZONES GEOMÉTRICAS EQUIVALENTES

Es la igualdad de 2 o más razones geométricas que tienen el mismo valor.

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \frac{a_4}{b_4} = \dots = \frac{a_n}{b_n} = k$$

**Ejemplo:**

$$\frac{24}{6} = \frac{16}{4} = \frac{28}{7} = 4$$

➤ **PROPIEDADES:**

I.  $\frac{\text{Suma de antecedentes}}{\text{Suma de consecuentes}} = k$

II.  $\frac{\text{Producto de antecedentes}}{\text{Producto de consecuentes}} = k$

n = Número de razones que se multiplican.

**SERIE DE RAZONES GEOMÉTRICAS EQUIVALENTES CONTINUAS**

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$$

Luego:

$$\begin{aligned} c &= dk \\ b &= dk^2 \\ a &= dk^3 \end{aligned}$$

**PROPORCIONES**

Es el resultado de tener dos razones de igual valor. Pueden ser:

**PROPORCIÓN ARITMÉTICA**

✓ **DISCRETA:** Cuando los términos medios son diferentes entre sí, al último término se le llama cuarta diferencial.  
 $a - b = c - d$

a y d : extremos  
 b y c : medios  
 d : cuarta diferencial

**Ejemplo:**

Hallar la cuarta diferencial de 32, 24 y 10

✓ **CONTINUA:** Cuando los términos medios son iguales y a cada uno de ellos se les llama media diferencial ó media aritmética y a los términos diferentes se les llama tercera diferencial.  
 $a - b = b - c$

a y c : extremos ó tercera diferencial  
 b : media diferencial ó aritmética

Se observa  $b = \frac{a+c}{2}$ ;  $c < b < a$

**Ejemplo:**

Hallar la media diferencial de 18 y 12

.....  
 .....

**Ejemplo:**

Hallar la tercera diferencial de 30 y 20

.....  
 .....

**PROPORCIÓN GEOMÉTRICA**

✓ **DISCRETA:** Es cuando los términos medios son diferentes entre sí, al último término se le llama cuarta proporcional.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

a y d : extremos  
 b y c : medios  
 d : cuarta proporcional

**Ejemplo:**

Hallar la cuarta proporcional de 16, 36 y 8

.....  
 .....

✓ **CONTINUA:** Cuando los términos medios son iguales y a cada uno de ellos se les llama media proporcional o media geométrica y a los términos diferentes se les llama tercia o tercera proporcional.



$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

a y c : extremos o tercia proporcional  
 b : media proporcional

**Ejemplo:**

Hallar la media proporcional de 9 y 16

.....  
 .....

**Ejemplo:**

Hallar la tercera proporcional de 4 y 8

.....  
 .....

➤ **PROPIEDADES**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

I.  $a \times d = b \times c$

III.  $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

II.  $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

IV.  $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$



**Ejercicios de Aplicación**

1. a) Dos números son entre sí como 3 es a 5 y su suma es 96. Calcular la diferencia de dichos números.

Rpta.: .....

- b) Calcular  $A \times B$ , si  $5A = 4B$  además  $A + B = 72$ . Dar como respuesta la suma de sus cifras.

- a) 9                      b) 10                      c) 11  
 d) 12                      e) 13

2. a) Dos números se encuentran en la relación de 5/4 y su producto es 980. Hallar la suma de dichos números.

Rpta.: .....

- b) El producto de dos números es 250 y están en relación de 5 es a 2. Hallar el doble del mayor.

- a) 10                      b) 30                      c) 50  
 d) 70                      e) N.A.

3. a) En una reunión se observó que por cada mujeres, había 7 hombres. Además el número de hombres excede al de las mujeres en 28. ¿Cuál es la relación de hombres a mujeres si se retiran 14 parejas?

Rpta.: .....

- b) En una fiesta asisten 140 personas entre hombres y mujeres. Por cada 3 mujeres hay 4 hombres. Si se retiran 20 parejas. Por cada mujer ¿cuántos hombres queda?

- a) 1,5                      b) 2                      c) 2,5  
 d) 3                      e) 1

4. a) En un instante el número de varones y el número de mujeres son como 7 es a 8 cuando se retiran 6 varones quedan en la relación de 25 es a 32. ¿Cuántas mujeres habían en el salón?

Rpta.: .....

- b) Las edades de 2 personas están en relación de 5 a 7, dentro de 10 años la relación será de 3 a 4. Hace 10 años ¿cuál era la relación de sus edades?

- a) 1/2                      b) 2/3                      c) 3/4  
 d) 4/5                      e) 1/3

5. a) En una universidad la relación de hombres y mujeres es de 5 a 7, la relación de hombres en ciencias y hombres en letras es de 8 a 3. ¿Cuál es la relación de los hombres en ciencias y el total de alumnos?

Rpta.: .....

- b) En un examen los problemas resueltos y no resueltos están en la relación de 2 es a 3. Dentro de los problemas contestados, el número de problemas resueltos correctamente y los que no están en la relación de 1 a 2. ¿Cuál es la relación de los problemas mal contestados con respecto al total?

- a) 1/15                      b) 3/15                      c) 2/15  
 d) 7/15                      e) 4/15

6. a) Si el corredor A compite con el corredor B en una carrera de 100 metros A le da a B una ventaja de 20 metros. Cuando corren B contra C en una carrera de 100 m. B le da a C 25 metros de ventaja. ¿Qué ventaja debería darle el corredor A a C en una carrera de 200 m., si en los dos primeros casos los competidores llegan al mismo tiempo a la meta?

Rpta.: .....



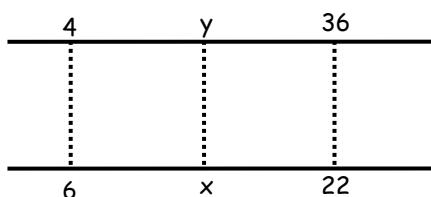
b) Juan, Aldo y Pepe participan en una competencia de 5000 metros. Al culminar Juan le ganó a Aldo por 500 m. y Aldo a Pepe por 600 m. ¿Por cuánto le ganó Juan a Pepe?

- a) 1100 m      b) 1040      c) 960  
d) 900      e) 840

7. a) Un termómetro defectuoso indica  $2^\circ$  para fundirse el hielo y  $107^\circ$  para el agua hirviendo. ¿Cuál es la temperatura real en  $^\circ\text{C}$  cuando marca  $23^\circ$ ?

Rpta.: .....

b) La figura muestra dos relojes graduados de distinta forma. Hallar "x" si  $y = 12$



- a) 15      b) 10      c) 18  
d) 20      e) 12

8. Por cada 100 huevos que compro se me rompen 10 y por cada 100 que vendo doy 10 de regalo. Si vendí 1800 huevos. ¿Cuántos huevos compre?

- a) 2200      b) 2000      c) 2100  
d) 1900      e) 2400

9. a) Si  $a \cdot b \cdot c = 1008$   
Hallar:  $a + b + c$  en:

$$\frac{a}{30} = \frac{b}{35} = \frac{c}{15} = k$$

Rpta.: .....

b) Si:  $\frac{a}{7} = \frac{b}{13} = \frac{c}{15} = \frac{d}{19}$

Además:  $a + b + c = 525$ . Hallar "d"

- a) 285      b) 280      c) 225  
d) 105      e) 295

10. a) Si:  $\frac{a}{9} = \frac{b}{6} = \frac{4}{c}$ . Además a es a b como b es a c.

Hallar:  $a - b$

Rpta.: .....

b) Si:  $\frac{a}{4} = \frac{6}{b} = \frac{c}{9}$

Además:  $b = \sqrt{a \cdot c}$  Hallar:  $\frac{a+c}{a \cdot c}$

- a)  $6/9$       b)  $15/4$       c)  $13/36$   
d)  $13/360$       e)  $17/30$

11. a) Hallar la cuarta proporcional de:  $a^2 ; a \times b ; b$

Rpta.: .....

b) Hallar la cuarta proporcional de:  $a^2 ; a/b ; b^2$

Rpta.: .....

c) Hallar la cuarta proporcional de 6, 15 y 10.

- a) 36      b) 25      c) 30  
d) 40      e) 15

d) Si la tercera proporcional de 9 y a es 25. Hallar la cuarta proporcional de 35 y 12.

Rpta.: .....

e) Hallar la tercera proporcional de 9 y 12.

Rpta.: .....

12. a) En una proporción geométrica continua la suma de los extremos es 90 y la diferencia de los mismos es 54. Hallar la media proporcional.

Rpta.: .....

b) En una proporción geométrica continua la suma de los extremos es 58 y la diferencia de ellos es 40. Hallar la media proporcional.

- a) 20      b) 25      c) 27  
d) 36      e) 21

13. a) Se tiene una proporción geométrica discreta en el cual el producto de sus términos es 2601. Hallar uno de los términos medios si la diferencia de los mismos es 14.

Rpta.: .....

b) En una proporción geométrica continua el producto de los 4 términos es 50 625. Hallar la media proporcional.

- a) 12      b) 15      c) 18  
d) 20      e) 25

14. a) Si:  $\frac{\sqrt{a^2 - 16}}{68} = \frac{\sqrt{b^2 - 25}}{85} = \frac{\sqrt{c^2 - 49}}{119}$

Además:  $a + b + c = 12$   
Determinar:  $(2a + 3b - c)$

Rpta.: .....

b) Dada la siguiente serie  
 Calcular  $a \cdot b \cdot c$  Si:  $a + b + c = 6$

$$\frac{\sqrt{1+a^2}}{1} = \frac{\sqrt{4+b^2}}{2} = \frac{\sqrt{9+c^2}}{3}$$

- a) 2                      b) 4                      c) 6  
 d) 8                      e) 12

15. a) Tres números son entre sí como 5, 7 y 8; si se suman 5, 10 y  $n$  al 1°, 2° y 3° respectivamente, la nueva relación es ahora 11; 16; 21. Hallar "n"

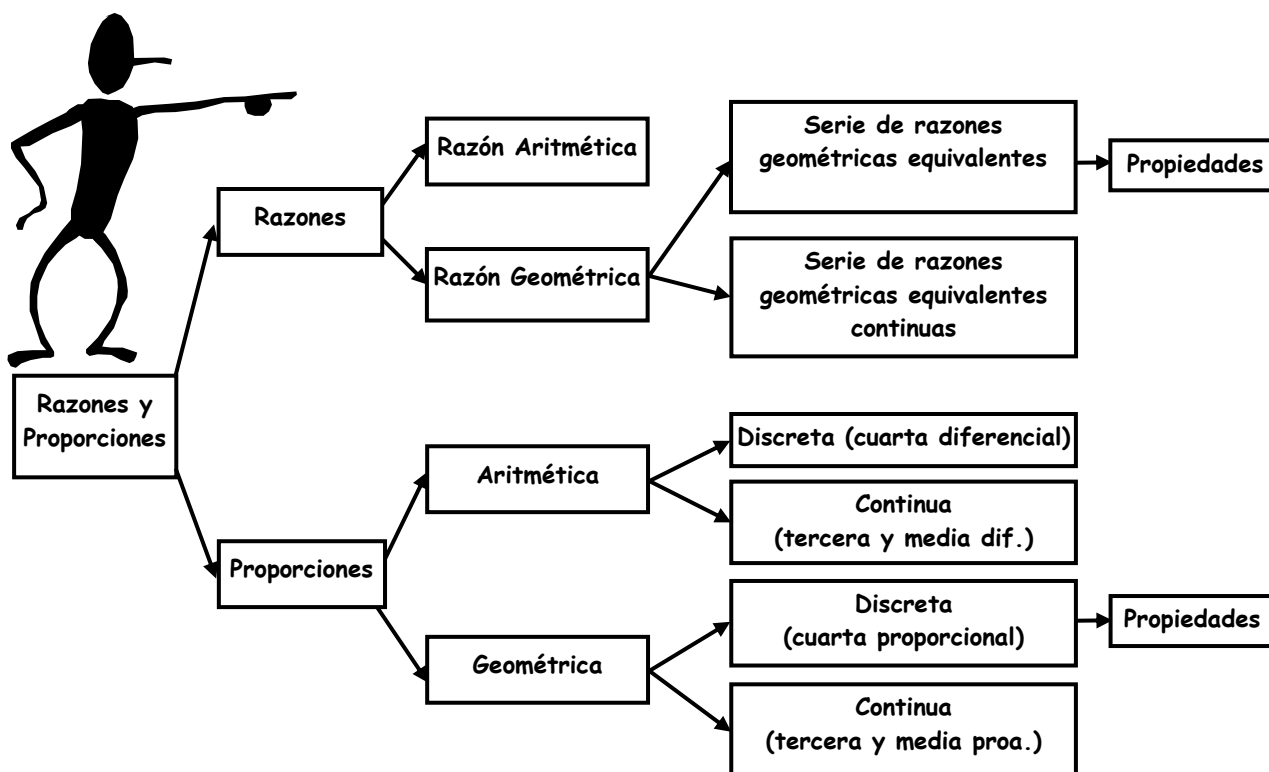
- a) 15                      b) 25                      c) 10  
 d) 5                      e) f.d.

b) Si:  $\frac{p}{a} = \frac{q}{b} = \frac{r}{c}$

Además:  $q = 4p$  y  $r = 5p$

Determinar:  $E = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{(a+b+c)}$

- a) 0,42                      b) 0,21                      c) 2,34  
 d) 2,38                      e) 4,2



### Tarea Domiciliaria

1. Ana tuvo su hijo a los 18 años ahora su edad es a la de su hijo como 8 es a 5. ¿Cuántos años tiene su hijo?  
 a) 15                      b) 13                      c) 30  
 d) 28                      e) N.A.

2. En una discoteca se observa que por cada 8 mujeres había 5 hombres, además el número de mujeres excede al número de hombres en 21. ¿Cuál es la nueva relación si se retira 16 parejas?

- a) 40/19                      b) 23/19                      c) 12/9  
 d) 7/11                      e) 7/19

3. En una fiesta hay hombres y mujeres de tal manera que el número de mujeres es al número de hombres como 4 es a 3. Si después del reparto de comida se retiran 6 mujeres. ¿Cuántos hombres hay en la fiesta si todos pueden bailar?

- a) 16                      b) 18                      c) 20  
 d) 24                      e) 30

4. En una reunión el número de hombres que bailan es al número de mujeres que no bailan como 1 a 2, además el número de mujeres es al número de hombres que no bailan como 3 es a 5. Determinar cuantas personas bailan si en total asistieron 72 personas.

a) 8                      b) 16                      c) 24  
d) 48                      e) 30

5. La edad de A y B son entre sí como 5 es a 4. La razón entre las edades de B y C es 3/7. Si la suma de las edades de las tres personas es 165. Entonces la diferencia entre la edad del mayor y menor es:

a) 48                      b) 31                      c) 26  
d) 32                      e) N.A.

6. En un encuentro futbolístico entre A y B inicialmente el número de hinchas de A es al de B como 4 es a 3, pero luego del triunfo de A, se observa que el número total de hinchas aumenta en un quinto y el de los hinchas de A en su mita. ¿Cuál es la nueva relación entre los hinchas de A y B?

a) 19/15                      b) 15/7                      c) 16/15  
d) 13/15                      e) 5/2

7. El número de vagones que lleva un tren A es los 5/11 del que lleva un tren B, el que lleva un tren C es los 7/13 de otro D. Entre A y B llevan tantos vagones como los otros dos. Si el número de vagones de cada tren no excede de 60. ¿Cuál es el número de vagones que lleva el tren C?

a) 26                      b) 14                      c) 39  
d) 52                      e) 28

8. En algunos países escandinavos se realizan certámenes de escultura en hielo. En cierta oportunidad por elaborar una de estas estatuas se uso un bloque de hielo de 800 kg. para realizar una replica en la escala de 1:20. ¿Cuál será el peso del nuevo bloque de hielo?

a) 400 kg                      b) 40 kg                      c) 4 kg  
d) 400 gr                      e) 100 gr

9. Calcular  $A + B + C$  sabiendo que:  
A es cuarta proporcional de 8, 18 y 20  
B es tercera proporcional de A y 15  
C es media proporcional de  $(A + B)$  y  $(B - 3)$

a) 80                      b) 60                      c) 75  
d) 46                      e) 20

10. Sumándole un número constante a 20, 50 y 100 resulta una proporción geométrica, la razón común es:

a) 5/3                      b) 4/3                      c) 3/2  
d) 1/2                      e) 1/3

11. Si:  $\frac{m}{n} = \frac{4}{3}$                        $\frac{r}{t} = \frac{9}{14}$   
entonces el valor de:  $\frac{3mr - nt}{4nt - 7nr}$  es:

a)  $-5 \frac{1}{2}$                       b)  $-1 \frac{1}{4}$                       c) 11/14  
d) -11/14                      e) N.A.

12. La suma de los 4 términos de una proporción geométrica continua es 18. Halla la diferencia de los extremos.

a) 6                      b) 3                      c) 4  
d) 5                      e) 2

13. La diferencia entre el mayor y menor término de una proporción geométrica continua es 25. Si el otro término es 30. Hallar la suma de los términos, si los cuatro son positivos.

a) 120                      b) 125                      c) 135  
d) 130                      e) 115

14. El valor de la razón de una proporción geométrica es 5/9, si el producto de los antecedentes es 1800 y la suma de los consecuentes es 162. Hallar la suma de los extremos.

a) 108                      b) 168                      c) 90  
d) 140                      e) 124

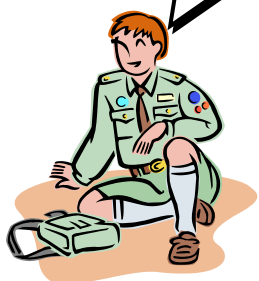
15. Hallar la suma de los 4 términos de una proporción geométrica continua si se sabe que la suma de sus términos extremos es a su diferencia como 17 es a 15 y la diferencia entre el tercer término y la razón es 24.

a) 175                      b) 164                      c) 324  
d) 223                      e) 195



# MONOMIOS Y POLINOMIOS

El uso de las letras en lugar de números es necesario para generalizar expresiones o propiedades.



Normalmente a los polinomios se les representa de la forma:  $P(x)$ ;  $Q(x)$ ;  $R(x)$ ; ...



El valor numérico de un polinomio  $P(x)$  para  $x = a$  se representa por  $P(a)$



### MONOMIO

Término algebraico cuyas variables tienen exponentes naturales e incluido el cero.

$-51xy^5z^4 \rightarrow$  \_\_\_\_\_

$2x^{-3}y \rightarrow$  \_\_\_\_\_

### POLINOMIOS

Suma limitada de monomios no semejantes.

$3x^4y - 7x^3y^4 + 2xz + z^5 \rightarrow$  \_\_\_\_\_

### CARACTERÍSTICAS DE LOS MONOMIOS Y POLINOMIOS

#### 1. VALOR NUMÉRICO (VN)

Al cambiar las variables por números en un monomio o polinomio éstos se convertirán en VN.

Ejm.: Valor numérico de  $M = 4x^2y^3$

Para  $x = 2$ ;  $y = 3$

$VN(M) = 4(2)^2(3)^3 = 432$

□ Hallar el VN de las siguientes expresiones para  $x = 1$ ;  $y = 2$ ;  $z = 3$

$M = 2x^3y =$  \_\_\_\_\_

$N = 5x^2y^2z =$  \_\_\_\_\_

$P = 3x^3 + 2y =$  \_\_\_\_\_

#### 2. NOTACIÓN

Las variables en un monomio o polinomio pueden ser expresadas en forma explícita mediante una cierta notación.

$M(x, y) \rightarrow$  Monomio de variables "x" e "y"

$P(x, y, z) \rightarrow$  Polinomio de variables "x, y, z"

$P(x - 4) \rightarrow$  Polinomio de variable (x - 4)

$P(5) \rightarrow$  Valor numérico

□ Ejm 1: Calcular el VN de:

$P(x) = x^2 + 10x - 1$  para  $x = -2$

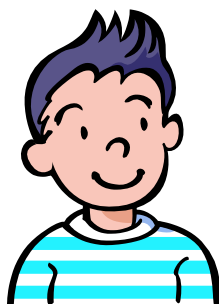
Se está pidiendo:  $P(-2)$

$P(-2) = (-2)^2 + 10(-2) - 1$

$P(-2) = -17$  (VN)

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$



□ **Ejm. 2:** Si:  $P_{(x-4)} = x^2 - x + 10$

Hallar:  $P_{(3)}$

$$x - 4 = 3 \Rightarrow x = 7$$

$$P_{(7-4)} = 7^2 - 7 + 10$$

$$P_{(3)} = 52$$

□ **Ejm. 3:** Si:  $P_{(x)} = 3x + 1$

Hallar:  $P_{(x+7)}$

Colocamos  $(x + 7)$  en vez de "x"

$$P_{(x+7)} = 3(x + 7) + 1$$

$$P_{(x+7)} = 3x + 22 \text{ (cambio de variable)}$$

□ **Ejm. 4:** Si:  $P_{(x)} = 4x + 10$

Hallar:  $P_{[P_{(x)}]}$

$$P_{[P_{(x)}]} = 4P_{(x)} + 10$$

$$P_{[P_{(x)}]} = 4(4x + 10) + 10$$

$$P_{[P_{(x)}]} = 16x + 50$$

## Ahora Tú:

□ Si:  $P_{(x)} = 5x^2 - 2x + 3$

Hallar:  $P_{(-3)}$



□ Si:  $P_{(x+5)} = 2x^2 + 7$

Hallar:  $P_{(2)}$

□ Si:  $P_{(x)} = 2x - 3$

Hallar:  $P_{(5x + 4)}$

□ Si:  $P_{(x)} = 2x + 3$

Hallar:  $P_{[P_{(x)}]}$

### 3. GRADO

El grado es una característica exclusiva de los monomios y polinomios referida a los exponentes de sus variables. En consecuencia los grados no podrán ser enteros negativos. El grado puede ser:

**Absoluto:** Cuando se refiere a todas sus variables.

**Relativo:** Cuando se refiere a una variable en particular.

El grado de toda constante es siempre cero.



#### PARA EL MONOMIO:

- El GA estará definido por la suma de los exponentes de las variables.
- El GR de un monomio se refiere al exponente de una variable en particular.

Ejm.:

$$M_{(x,y)} = 4^3 x^2 y^5 \begin{cases} GA = 2 + 5 = 7 \\ GR_x = 2 \\ GR_y = 5 \end{cases} \quad M_{(x,y)} = 2^5 x^3 y^7 \begin{cases} GA = \\ GR_x = \\ GR_y = \end{cases}$$

$$M_{(x,y)} = 9x^3 y^7 z^5 \begin{cases} GA = 3 + 7 = 10 \\ GR_x = 3 \\ GR_y = 7 \\ GR_z = 0 \end{cases} \quad M_{(x,y)} = 7x^8 y^4 z^{10} \begin{cases} GA = \\ GR_x = \\ GR_y = \\ GR_z = \end{cases}$$

#### PARA EL POLINOMIO:

- El GA está definido por el monomio de mayor grado.
- El GR de un polinomio está definido por el mayor exponente que afecta a dicha variable.

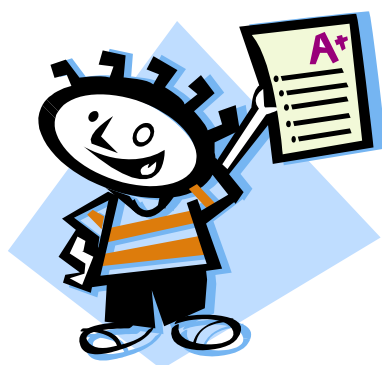
Para el Polinomio:

$$P_{(x,y)} = 10x^3 y^9 - 7x^4 y^6 + 4x^5 y^8 - y^7 \quad \begin{cases} GA = 13 \\ GR_x = 5 \\ GR_y = 9 \end{cases}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$   
 $12^\circ \quad 10^\circ \quad 13^\circ \quad 7^\circ$

$$P_{(x,y)} = 2x^5 y^8 - 12x^{10} y^4 + x^9 y^7 + y^4 \quad \begin{cases} GA = \\ GR_x = \\ GR_y = \end{cases}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$



Si el polinomio fuese de una sola variable su grado estará determinado por el máximo exponente de dicha variable.

$$\text{Así: } P(x) = 4x^2 - x^5 + 7x + 2x^6 - x^4 \quad \rightarrow \quad G = 6$$

$$P(x) = 5x^7 + 2x^3 - 4x^{10} + x^2 - 9x \quad \rightarrow$$

**OPERACIONES CON GRADOS:**

1. En la suma o resta colocamos el grado del mayor.

$$\underbrace{(x^7 - x + 1)}_{7^\circ} + \underbrace{(x^5 - x + 1)}_{5^\circ} - \underbrace{(x^2 - 1)}_{2^\circ} \quad \text{Grado} = 7$$

2. En la multiplicación los grados se suman.

$$\underbrace{(7x^2 - 1)}_{2^\circ} \underbrace{(x^2 + x - 3)}_{2^\circ} \underbrace{(x^{10} - x + 1)}_{10^\circ} \quad \text{Grado} = 2 + 2 + 10 = 14$$

3. En la división los grados se restan.

$$\frac{x^{15} - 7x^4 + x^2 + 1}{x^9 + x^2 - x + 9} \rightarrow \begin{matrix} 15^\circ \\ 9^\circ \end{matrix} \quad \text{Grado} = 15 - 9 = 6$$

4. En la potencia los grados se multiplican.

$$\underbrace{(x^5 + 10x - 7)^4}_{5^\circ} \quad \text{Grado} = 5 \times 4 = 20$$

5. En la radicación los grados se dividen.

$$\sqrt[12]{\underbrace{x^{36} + x^2 + x - 7}_{36^\circ}} \quad \text{Grado} = \frac{36}{12} = 3$$



**Ejm.:** Calcular el valor de "n" si la expresión se reduce a una de primer grado.

$$M_{(x,y)} = 3 \sqrt{\frac{x^{n-2} \sqrt[7]{x^{3n}}}{\sqrt[7]{y^{n+1}}}}$$

Por teoría:

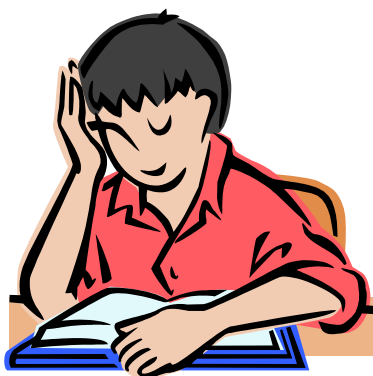
$$\text{Grado} = \frac{n-2}{3} + \frac{3n}{21} - \frac{n+1}{21} = 1$$

$$\frac{7n - 14 + 3n - n - 1}{21} = 1$$

$$9n - 15 = 21$$

$$9n = 36$$

$$n = 4$$



**¡Ahora tú!**

Hallar el valor de k en cada caso:

▪  $(x^3 + x - 3)^k \rightarrow \text{Grado} = 21$

▪  $(x^5 + x)(2x^k - 1)(x^4 + 3) \rightarrow \text{Grado} = 20$

▪  $\frac{(x^4 - 3)(x^6 + 1)}{(x^k + 2)(x^3 + 4)} \rightarrow \text{Grado} = 5$

▪  $\sqrt[4]{x^k + x^2 + 3} \rightarrow \text{Grado} = 6$

**EJERCICIOS DE APLICACIÓN**

- Hallar "a + b" si los términos:  
 $9x^{2a+1}y^7$ ;  $-2x^9y^{5b-3}$ ; son semejantes.  
 a) 3                      b) 6                      c) 7  
 d) 9                      e) 14
- Si:  $P(x) = 5x + 3$  y  $Q(x) = 2x + 2$   
 Hallar:  $P_{[P(3)+Q(5)]}$   
 a) 150                      b) 151                      c) 152  
 d) 153                      e) 154
- Si:  $P(x) = 2x + m$ ,  $P(4) = 11$ . Hallar:  $P(-2)$   
 a) -2                      b) -1                      c) 0  
 d) 1                      e) 2
- Dado el monomio:  $M(x, y) = (a + b)x^{2a-2}y^{3b}$   
 Donde:  $\text{Coef}(M) = GR(x)$ ;  $GA(M) = 27$   
 Determinar: "ab"  
 a) 5                      b) 7                      c) 12  
 d) 35                      e) 42
- En el siguiente polinomio:  
 $P(x, y) = 7x^{a+3}y^{b-2}z^{6-a} + 5x^{a+2}y^{b-3}z^{a+b}$   
 Donde:  $GR(x) - GR(y) = 3$ ;  $GA(P) = 13$   
 Calcular: "a + b"  
 a) 5                      b) 6                      c) 7  
 d) 11                      e) 12
- Si:  $P(3x-2) = 12x - 5$ . Hallar:  $M = P(x+1) - P(x-1)$   
 a) 7                      b) -1                      c) 8  
 d) 1                      e) 10
- Determinar el mayor grado relativo de una de sus variables.  
 $P(x, y) = x^{3k-1}y^k - 2x^{2k-3}y^{2k} + x^{k-3}y^{3k}$   
 Donde:  $GA(P) = 15$   
 a) 11                      b) 12                      c) 13  
 d) 14                      e) 15
- Si:  $P(x) = 2x + 5$   
 Determinar:  $A = P_{[P(m)]} + P_{[P(0)]} - P(2m)$   
 a) 5                      b) 10                      c) 15  
 d) 20                      e) 25
- Dado el polinomio:  
 $P(x, y) = 2x^m y^{n-1} + 3x^{m+1} y^n + 7x^{m-2} y^{n+2} + 6x^{m+3} y^{n+1}$   
 Si:  $GRx = 12$ ;  $GA = 18$   
 ¿Cuál es el  $GRy$ ?  
 a) 7                      b) 9                      c) 12  
 d) 5                      e) 8
- Si:  $P(x) = 3x^{47} - 81x^{44} + 5x - 3$   
 Hallar:  $M = P(3) + P(1) - P(-1)$   
 a) 5                      b) 20                      c) 28  
 d) 30                      e) 32
- Si:  $P(x) = \frac{x+3}{2x-1}$   
 Hallar:  $P_{[P(x)]}$   
 a) 1                      b)  $2x$                       c)  $x$   
 d)  $3x$                       e)  $8x$
- Si:  $P(x) = x^2 + 2x - 3$   
 Hallar:  $A = P_{(a+2)} - P_{(a+5)} + 6a$   
 a) 27                      b) -27                      c) 15  
 d) -15                      e) 10
- Si:  $P(3x+4) = 2(3x+4)^4 - 9x^2 - 24x - 16$   
 Calcular:  $P(2)$   
 a) 20                      b) 23                      c) 28  
 d) 32                      e) 34
- ¿Cuál es el polinomio de 1er grado "P" tal que:  
 $P(0) = 5$ ;  $P(13) = 4P(2)^2$   
 a)  $2x + 1$                       b)  $3x + 5$                       c)  $2x + 10$   
 d)  $6x + 5$                       e)  $9x + 5$
- En el polinomio:  $P(2x+1) = P(2x-1) + x + 1$   
 Además:  $P(3) = 1$   
 Calcular:  $P(7)$   
 a) 1                      b)  $2^3$                       c) 3  
 d) 4                      e) 5

**TAREA DOMICILIARIA N° 1**

1. Hallar "m + n" si los términos:

$$7x^{m+3}y^{n-5}; \sqrt{5}x^2y; \text{ son semejantes.}$$

- a) 3                      b) 7                      c) 5  
d) 0                      e) 2

2. Si:  $f(x) = 21x - 7$

$$g(x) = 3x^2 - 2$$

Hallar:  $f(-2) + g(4)$

- a) -3                      b) 3                      c) 9  
d) -9                      e) 49

3. Si:  $P(x) = 5x - a$ ;  $P(6) = 26$

Hallar:  $P(-4)$

- a) -10                      b) -15                      c) -20  
d) -24                      e) N.A.

4. Dado el monomio:  $M(x, y) = 4a^b x^{2a+3b} y^{5b-a}$

$$\text{Donde: } GA(M) = 10; GR(x) = 7$$

Señale su coeficiente:

- a) 2                      b) 4                      c) 8  
d) 16                      e) 64

5. Dado el polinomio:

$$P(x, y) = x^{a+2}y^{b-1} + x^{a+6}y^b + x^{a+4}y^{b+4}$$

$$\text{Donde: } GA(P) = 16; GR(x) = 10$$

Calcular:  $GR(y)$

- a) 8                      b) 6                      c) 4  
d) 2                      e) 1

6. Si:  $P(x) = 4x - 3$

Hallar:  $M = P_{(x+2)} - P_{(x-2)}$

- a) 14                      b) 15                      c) 16  
d) 17                      e) 18

7. Determinar el menor grado relativo de una de sus variables:

$$P(x, y) = x^{5a+4}y^{2a} - 2x^{4a-2}y^{3a+5} - x^{6a+1}y^{a-1}$$

Donde el  $GA(P) = 18$

- a) 11                      b) 12                      c) 17  
d) 19                      e) 20

8. Si:  $P(x) = 3x^2 + 2x - 5$ . Calcular:  $E = P_{(2)} - P_{[P]}$

- a) 6                      b) 11                      c) 15  
d) 16                      e) 21

9. En el siguiente polinomio:

$$P(x, y) = x^a y^{b-1} + x^{a+1} y^b - x^{a-2} y^{b+2} + x^{a+3} y^{b+1}$$

$$\text{Donde: } GR(x) = 10; GA(P) = 13$$

Calcular:  $GR(y)$

- a) 3                      b) 4                      c) 5  
d) 6                      e) 7

10. Si:  $P(x) = 2x^{99} - 64x^{94} + x - 5$

$$\text{Calcular: } E = P_{(2)} + P_{(-1)} + P_{(1)}$$

- a) -141                      b) -143                      c) -72  
d) -75                      e) -66

11. Si:  $F(x) = \frac{x+c}{x-1}$ ;  $x \neq 1$ ;  $c \neq -1$

El valor de  $F_{[F(x)]}$  será:

- a)  $\frac{c}{x-1}$                       b)  $\frac{x}{x-1}$                       c) c  
d) 1                      e) x

12. Si:  $P(x) = x^2 + x + 1$

Hallar:  $M = P_{(m+1)} - P_{(m-2)} - 6m$

- a) 0                      b) 1                      c) 2  
d) 3                      e) 4

13. Si:  $P_{(x+2)} = 2(x+2)^3 + x^2 + 4x + 4$

Calcular:  $P(3)$

- a) 54                      b) 58                      c) 62  
d) 63                      e) 64

14. ¿Cuál es el polinomio de primer grado "P" tal que:  $P(2) = 3$ ;  $P(3) = 2P(4)$ ?

- a)  $P(x) = -2x+1$                       b)  $P(x) = -x+4$                       c)  $P(x) = x+5$   
d)  $P(x) = -x+5$                       e)  $P(x) = x+4$


15. Dado el polinomio:  $P(x) = P_{(x-1)} + P_{(x-2)}$

$$\text{Además: } P(1) = 3; P(2) = 4$$


Calcular:  $P_{(P(0))}$

- a) 1                      b) 3                      c) 5  
d) 7                      e) 9

# MÉTODO DEL CANGREJO



Piensa un número multiplicado por 2, al producto súmale 2, al resultado elévalo al cuadrado y finalmente divídelo por 2.



Bien, .....  
Obtuve 8.  
¿En qué número pensé?

*Lo que escucho, lo olvido  
Lo que veo, lo recuerdo  
Pero lo que hago, lo entiendo*

**Confucio**

**OBJETIVOS**

- Potenciar la habilidad y rapidez en el manejo de las cuatro operaciones fundamentales, potenciación y radicación.
- Reconocer y aplicar eficazmente el método a los problemas tipo de este capítulo.



• ¿Cuándo se aplica?

• ¿Cómo se aplica?

$$\square \times 2 = \square + 2 = (\square)^2 = \square \div 2 = \square$$

## ¡Ahora hazlo tú solo!



Pensó un número, lo dividió entre 2, le resto 3, lo multiplico por 4, le sumo 5 y por último extrajo raíz cuadrada. Si obtuvo como resultado final 3. ¿En qué número pensó?

$$\square \div 2 = \square - 3 = \square \times 4 = \square + 5 = \sqrt{\square} = \square$$

## RETROCEDEMOS



- Miro hacia el cielo para ver si encuentro la luz, que me ilumine el camino hasta donde estés tú y poderte decir: ¿Cuál es el número que al llevarlo al cubo, sumarle 6 lo obtenido, luego dividirlo entre 7 y restarle 8 al resultado, para finalmente elevar al cuadrado, encuentro 4 como resultado final?
  - 4
  - 5
  - 6
  - 7
  - 8
- Con un cierto número Angie hizo las siguientes operaciones : Primero le sumo 3, al resultado lo multiplico por 7 enseguida al resultado anterior le extrajo la raíz cuadrada por último lo dividió entre 2, obtuvo así 7 como resultado final. Hallar la quinta parte del número
  - 25
  - 4
  - 15
  - 5
  - 12
- Ana le dice a María : "Si a la cantidad de dinero que tengo le agrego 5 soles, a ese resultado lo elevo al cuadrado, luego lo dividí entre 4, para quitarle a continuación 9 soles y por último lo dividí entre 8, obtengo 5 soles". Lo que Ana tenía al inicio es :
  - S/.5
  - S/.6
  - S/.7
  - S/.8
  - S/.9
- A un número positivo lo dividimos entre 5, luego al resultado se le suma 2, al nuevo número se le eleva al cuadrado, al número así obtenido lo multiplicamos por 9, para finalmente extraer raíz cuadrada y obtener 15 como resultado final. ¿Cuál es la suma de las cifras del número?.
  - 15
  - 5
  - 10
  - 12
  - 6
- Si al número total de patas de conejo que hay en el corral se le multiplica por 3, al producto se extrae raíz cúbica y luego al resultado se le resta 3, a la diferencia se eleva al cubo, obteniendo un número al cual luego de sumarle 3 y dividirlo entre 3, se obtiene 10 como resultado final. ¿Cuántos conejos hay?.
  - 72
  - 24
  - 36
  - 45
  - 18
- El profesor de Razonamiento matemático divide entre 4 al número de alumnos de un salón, al cociente le sumo 4 y a la suma lo multiplica por 4, a continuación al producto lo multiplico por 4, para finalmente extraerle la raíz cuarta, obtuvo así 4. Si hay 18 alumnos, entonces el número de alumnos es :
  - 52
  - 36
  - 30
  - 40
  - 34
- Cuando a la edad de Michelle se divide entre 3 después de restarle 2, al resultado se le eleva al cubo a continuación se suma 19, luego a la suma se le extrae la raíz cuadrada, para finalmente sumar 5 y elevar al cuadrado, se obtiene 289. ¿Cuál es la edad de Leonel, si éste nació cuando Michelle tenía 5 años?.
  - 17 años
  - 18 años
  - 20 años
  - 21 años
  - 22 años
- Si al número de hojas de mi libro de Razonamiento Matemático se le divide entre , al cociente se le suma 13, a la suma se le extrae raíz cuadrada, luego al resultado se le eleva al cubo, seguidamente se resta 13 y divide entre 22, para finalmente elevar al cuadrado y dividir entre 25, se obtiene así 9 como resultado final. Entonces el número de páginas es:
  - 216
  - 432
  - 108
  - 260
  - 264
- Un estudiante gastó las hojas de su cuaderno en 2 días y lo hizo del modo siguiente : Cada día gastó la mitad de hojas en blanco, más 8 hojas. ¿Cuántas páginas tenía el cuaderno?
  - 48
  - 24
  - 96
  - 144
  - 100

10. Un vendedor de huevos, una cierta mañana vendió los huevos que tenía de una manera muy extraña. Cada hora vendió la mitad de los huevos más 2 huevos, quedándose al final de 3 horas con sólo un huevo. ¿Cuántos huevos vendió esa mañana?

- a) 36                      b) 72                      c) 35  
d) 18                      e) 34

## JUEGOS Y APUESTAS



*Anthony, jugamos dos partidas de billar, con la condición de que el que pierda duplicará el dinero al vencedor*

Anthony	Leo

*Así es Leo, y el primero en perder fuiste tú, luego yo. Además al final quedamos con S/.8 cada uno. ¿Con cuánto empezamos?*



**: Anthony empezó con : S/.**  
**: Leo empezó con : S/.**



11. Leonel y Anthony juegan a las cartas, con la condición que aquel que pierda duplicará el dinero al otro. Si cada uno ha perdido una partida en el orden en que han sido nombrados, quedaron luego de haber perdido el último, con 12 soles cada uno. ¿Cuántos soles más tenía uno que el otro?

- a) S/.10                      b) S/.4                      c) S/.15  
d) S/.9                      e) S/.6

12. Alexandra y Diana juegan a los dados de tal manera que la perdedora duplicará el dinero a la otra. Se sabe que pierden en el orden indicado y al final cada una quedó con 40 soles. ¿Con cuánto empezó Alexandra.

- a) S/.20                      b) S/.30                      c) S/.40  
d) S/.50                      e) S/.60

13. Vanessa y Karina juegan a los naipes y convienen en que el que pierda la partida duplicará el dinero al vencedor. Pierden una partida cada uno en el orden indicado y quedan con 60 y 80 soles respectivamente. ¿Con cuánto empezó Vanesa?

- a) S/.55                      b) S/.75                      c) S/.65

d) S/.35                      e) S/.85

14. Carlos y Andrés juegan a las cartas, con la condición que el que pierda duplicará el dinero al otro. Si cada jugador perdió una partida en el orden mencionado, resulta que se quedaron con 50 y 45 soles respectivamente. ¿Cuánto tenían al iniciar el juego?

- a) S/.50 y S/.45                      d) S/.15 y S/.80  
b) S/.60 y S/.35                      e) S/.25 y S/.70  
c) S/.55 y S/.40

15. Luis y Miguel juegan unas partidas de dominó con la condición de que el que perdiera triplicará el dinero del otro. Habiendo perdido cada jugador una partida en el orden mencionado quedan con 18 soles cada uno. ¿Quién ganó?

- a) Luis                      b) empataron                      c) Miguel  
d) No ganaron ni perdieron                      e) N.A.

16. Jessica y Kike juegan a los naipes y convienen en que el que pierda la partida triplicará el dinero al otro. Ellos pierden cada uno una partida en el orden

indicado, quedando con S/.30 y S/.40 respectivamente. ¿Quién perdió?

- a) Jessica  
 b) No puede saberse  
 c) Kike  
 d) No ganaron ni perdieron  
 e) Faltan Datos

17. Dos jugadoras convienen en que cada vez que una gane, la otra le paga tanto como para duplicar lo que tiene. Después de dos partidas que la ganó la misma jugadora ambas tienen la misma cantidad : 40 soles. Lo que tenían al inicio es :

- a) S/.20 y S/.60  
 b) S/.30 y S/.50  
 c) S/.10 y S/.70  
 d) S/.40 y S/.40  
 e) S/.35 y S/.45

18. Tres jugadores A, B y C juegan unas partidas de billar y convienen en que el que pierde duplicará el dinero de los otros dos. Se sabe que perdieron en el orden indicado y al final cada uno quedó con 40 soles. ¿Quién ganó?

- a) Sólo A  
 b) Sólo B  
 c) Sólo C  
 d) A y C  
 e) B y C

19. Tres amigos Alberto, Brian y Carlos juegan a los dados y acuerdan que aquel que pierda un juego, debe duplicar su dinero a los otros dos. Si luego de tres juegos, cada uno perdió un juego en el orden mencionado y se retiran con S/. 24 cada uno. ¿Cuánto ganó o perdió el primero?.

- a) S/.3  
 b) S/.4  
 c) S/.5  
 d) S/.12  
 e) S/.15

20. Tres jugadores A, B y C están jugando a los naipes. El perdedor de cada juego duplicará el dinero de los otros dos. Si pierden una partida cada uno en orden alfabético y quedan con 40, 20 y 50 soles respectivamente. ¿Quién ganó?

- a) C  
 b) B  
 c) A  
 d) B y C  
 e) A y C



## DESAFIO

De la granja de Toñito se pasaron a la granja de Luchito tantas gallinas como el doble de las que habían en esta granja. Al día siguiente se regresaron de la granja de Luchito a la de Toñito tantas gallinas como el triple de las que quedaron la noche anterior. Si ahora Toñito tiene 40 gallinas y Luchito 45. ¿Quién ganó y cuántas?

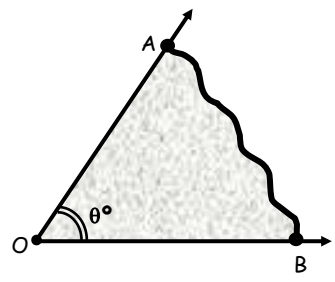


1. Leonel se puso a jugar con el dinero que llevaba: logra duplicarlo e inmediatamente gasta S/.20, con lo que le queda juega por segunda vez y triplica su dinero y gasta luego S/.30. Si finalmente le queda S/.6. ¿Cuánto gastó?  
 a) S/.16                      b) S/.10                      c) S/.12  
 d) S/.6                        e) S/.8
2. María pensó un número, lo multiplico por 4, le sumo 6, lo dividí entre 2 y le resto 4. Si el resultado es 39. ¿En qué número pensó?  
 a) 16                          b) 20                          c) 19  
 d) 15                          e) 21
3. Con un cierto número se hizo las siguientes operaciones: se multiplico por 5, al resultado se aumento 5, enseguida a la suma anterior se dividió entre 5, para finalmente al resultado anterior restarle 5, obteniendo 5 como resultado final. ¿Cuál fue el número?  
 a) 5                            b) 6                            c) 7  
 d) 8                            e) 9
4. La edad de Melissa se quintuplica, al resultado se le suma 21, para luego dividirlo entre 6, al cociente se le extrae la raíz cuadrada, para finalmente restarle 4, obteniendo cero años. ¿Cuál es la edad de Melissa?  
 a) 12                          b) 13                          c) 14  
 d) 15                          e) 16
5. A un número se le extrae raíz cuadrada después de agregarle 9, al resultado se le multiplica por 3 y se obtiene 9. ¿Cuál es el número?  
 a) 15                          b) 16                          c) 18  
 d) 6                            e) 8
6. Cada vez que Leo se encuentra con Carla, éste le duplica el dinero a Carla, en agradecimiento Carla le da 1 sol. Si en un día se han encontrado dos veces, luego de los cuales Carla tiene 9 soles. ¿Cuántos tenía inicialmente Carla?  
 a) S/.1                        b) S/.2                        c) S/.3  
 d) S/.4                        e) S/.5
7. Dos jugadores A y B convienen en que el que pierda la partida duplicará el dinero al otro. Si pierden una partida cada uno en orden alfabético, después de lo cual, ellos tienen cada uno 20 soles. ¿Cuántos soles más tenía uno que otro?  
 a) S/.4                        b) S/.                        c) S/.6  
 d) S/.8                        e) S/.10
8. De un salón A pasan al salón B, 10 alumnos al salón A. Si al final A y B tienen 20 y 25 alumnos respectivamente. ¿Cuántos alumnos tenía cada salón inicialmente?  
 a) 10 ; 30                      b) 15 ; 30                      c) 30 ; 10  
 d) 15 ; 25                      e) 16 ; 24
9. Angélica y María juegan a las cartas; con la condición de que la que pierda duplicará el dinero de la otra. Si pierden una partida cada una en el orden mencionado, resulta que tienen S/.12 y S/.36 respectivamente. ¿Quién ganó y cuánto?  
 a) Angélica S/.15    b) María S/.10    c) Angélica S/.12  
 d) Angélica S/.18    e) María S/.15
10. Estrella cada día gasta la mitad de lo que tiene más S/.5. Si gastó todo en 2 días. ¿Cuánto gastó el primer día?  
 a) S/.30                      b) S/.15                      c) S/.20  
 d) S/.10                      e) S/.18
11. Josselyn desea adivinar el número de hermanos que tiene Catherine, para esto Josselyn le dice a Catherine, que haga las siguientes operaciones con el número de hermanos que tiene súmale 1, a la suma multiplícalo por 3, al producto réstale 5, a la diferencia divídelo entre 7, al cociente multiplícalo por 9 finalmente extrae la raíz cuadrada. Si después de realizar las operaciones Catherine ha obtenido 3, entonces Josselyn dirá que tiene:  
 a) 2 hermanos    b) 3 hermanos    c) 4 hermanos  
 d) 5 hermanos    e) No tiene hermanos
12. Toño y Leo juegan unas partidas de billar, con la condición de que el que pierda duplicará el dinero al otro. Habiendo perdido cada jugador una partida en el orden mencionado quedan con S/.12 cada uno. ¿Quién ganó?  
 a) Toño                      b) empataron    c) Leo  
 d) No ganaron ni perdieron    e) F. Datos
13. Renato y Miguel juegan a los naipes con la condición que el que pierda triplicará el dinero al otro. Pierden una partida cada uno en el orden mencionado, resulta que el primero tiene S/.90 y el segundo S/.60. ¿Cuánto tenía Renato al inicial el juego?  
 a) S/.100                      b) S/.120                      c) S/.110  
 d) S/.50                      e) S/.40
14. Cada vez que me encuentro con mi padrino, él me entrega S/.5, luego me duplica lo que tengo ahora; pero luego me pide S/.2 para su pasaje. Hoy día me he encontrado con él, 2 veces consecutivas, terminando con S/.28. ¿Cuánto era lo que yo tenía al principio?  
 a) S/.1                        b) S/.2                        c) S/.3  
 d) S/.5                        e) S/.10
15. Con el número de bicicletas que tengo realice las siguientes operaciones.  
 Lo elevo al cubo, al resultado le resto 5, a la diferencia lo divido entre 8, al número así obtenido lo elevo al cuadrado, para luego restarle 29 y por último al resultado le extraigo raíz cuadrada, obteniendo como resultado final 14. ¿Cuántas llantas hay?  
 a) 5                            b) 8                            c) 10  
 d) 12                          e) 16

# ÁNGULOS

**CONCEPTO :**

.....  
 .....  
 .....  
 .....



**Notación :**

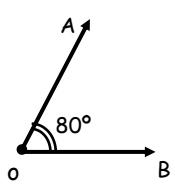
$\sphericalangle AOB$  : Ángulo AOB ó  $\hat{A}OB$  : Ángulo AOB  
 $m \sphericalangle AOB$  : Medida del ángulo AOB  
 $\rightarrow m \sphericalangle AOB = \theta^\circ$

**SABÍAS**



$0^\circ \leq \theta_{\text{GEOMÉTRICO}} \leq 360^\circ$

Ejm:

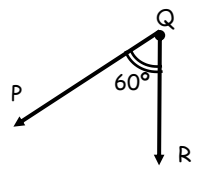


Notación :

.....  
 $\Rightarrow m \dots\dots\dots = 80^\circ$

Notación :

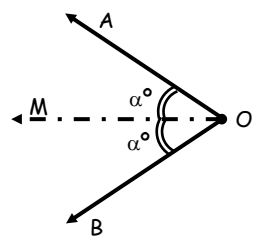
.....  
 $m \sphericalangle PQR = \dots\dots\dots$



**BISECTRIZ DE UN ÁNGULO**

.....  
 .....  
 .....  
 .....

$\overrightarrow{OM}$  : Bisectriz



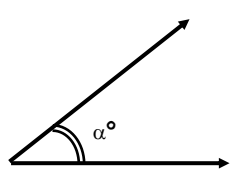
O sea :  
 $m \sphericalangle AOM = m \sphericalangle MOB = \alpha^\circ$

**CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS**

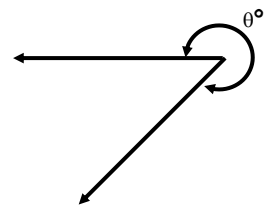
Los ángulos en geometría. Se dividen en Ángulos convexos y ángulos no convexos (cóncavos).

**Ángulos Convexos**

**Áng. No-Convexo**



$0^\circ < \alpha^\circ < 180^\circ$



$180^\circ < \theta^\circ < 360^\circ$

Ejm:

- \*  $30^\circ$
- \*  $90^\circ$
- \* .....
- \* .....
- \* .....

Ejm :

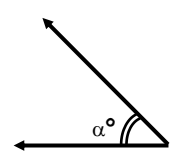
- \*  $190^\circ$
- \*  $300^\circ$
- \* .....
- \* .....
- \* .....

**CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS CONVEXOS**

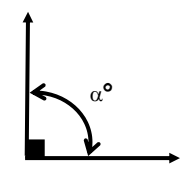
a) Según sus Medidas :

a.1 **Águdo**

a.2 **Recto**

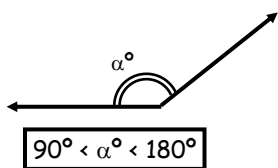


$0^\circ < \alpha^\circ < 90^\circ$

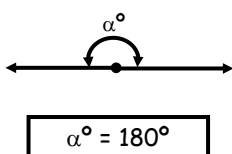


$\alpha^\circ = 90^\circ$

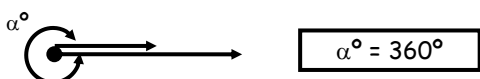
**a.3 Obtuso**



**a.4 Llano**

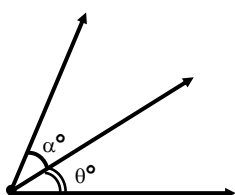


**a.5 De una Vuelta**

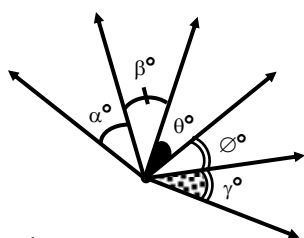


b) Según sus lados y la suma de sus medidas.

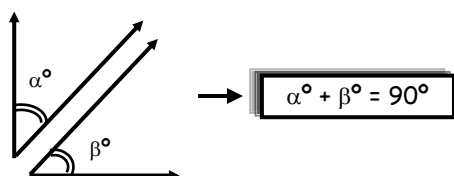
**b.1 Adyacentes**



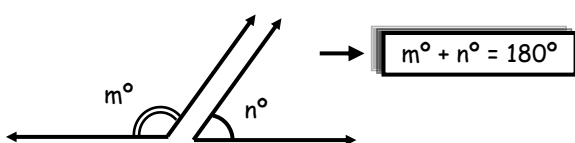
**b.2 Consecutivos**



**b.3 Complementarios**



**b.4 Suplementarios**



Ejm :

$C_{20^\circ} = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$

$C_{50^\circ} = \dots = \dots$

$C_{70^\circ} = \dots = \dots$

$CC_{60^\circ} = \dots = \dots$

$CCC_{80^\circ} = \dots = \dots$

$C_{\alpha^\circ} = 180^\circ - \alpha^\circ$

Ejm :

$S_{20^\circ} = 180^\circ - 20^\circ = \dots$

$S_{30^\circ} = \dots = \dots$

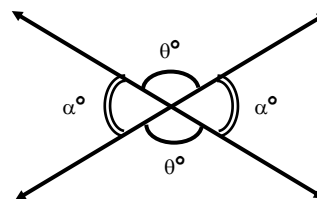
$S_{150^\circ} = \dots = \dots$

$S_{36^\circ} = \dots = \dots$

$SS_{10^\circ} = \dots = \dots$

$S_{\theta^\circ} = 180^\circ - \theta^\circ$

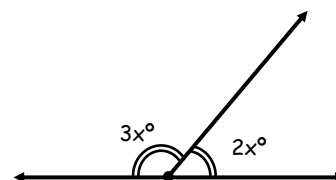
**b.5 Ángulos Opuestos por el Vértice**



**EJERCICIOS DE APLICACIÓN**

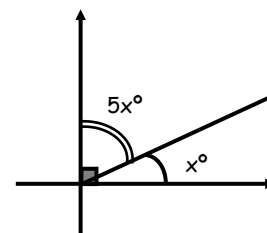
1. Del Gráfico, calcular "x".

- a) 18°
- b) 36°
- c) 54°
- d) 60°
- e) 30°



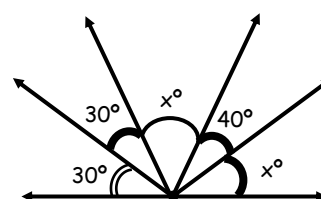
2. Calcular "x"

- a) 15°
- b) 20°
- c) 30°
- d) 18°
- e) 36°



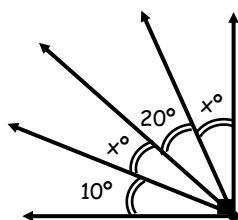
3. Calcular "x"

- a) 20°
- b) 40°
- c) 60°
- d) 80°
- e) 70°



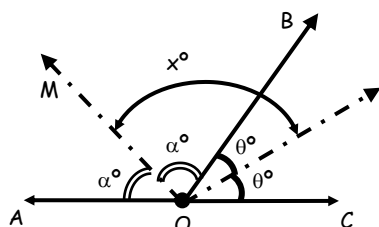
4. Calcular "x"

- a) 10°
- b) 45°
- c) 60°
- d) 30°
- e) 15°

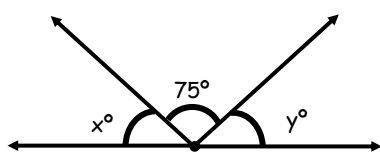


5. Calcular "x"

- a) 45°
- b) 90°
- c) 50°
- d) 15°
- e) 10°



6. Del gráfico, adjunto; cual de las relaciones se cumple :



- a)  $x^\circ + y^\circ = 105^\circ$
- b)  $x^\circ - y^\circ = 180^\circ$
- c)  $\frac{x+y}{2} = 20^\circ$
- d)  $\frac{x-y}{5} = 20^\circ$
- e)  $x + y = 90^\circ$

7. Se tiene un ángulo en el cual la suma de su complemento y su suplemento es tres veces el valor del ángulo, calcular el suplemento del complemento del ángulo en mención.

- a) 120°
- b) 124°
- c) 144°
- d) 126°
- e) 108°

8. Reducir la siguiente expresión:

$$E = \frac{SSSSSSCCCG_{54^\circ}}{CCC_{36^\circ} + SSS_{162^\circ}}$$

- a)  $\frac{1}{3}$
- b)  $\frac{1}{2}$
- c) 3
- d) 2
- e) 1

9. Si a un ángulo le restamos su suplemento resulta ser el triple de su complemento, calcular el complemento del ángulo.

- a) 45°
- b) 36°
- c) 54°
- d) 90°
- e) 72°

10. Calcular :  $SSSSCC_{\theta^\circ}$

Si :  $CCCSSSSCC_{\theta^\circ} = 40^\circ$

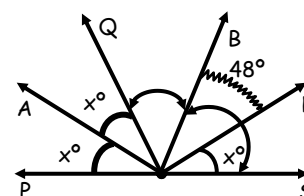
- a) 10°
- b) 20°
- c) 40°
- d) 140°
- e) 70°

11. Cuanto le falta al complemento: De un ángulo p ser igual a su suplemento:

- a) 180°
- b) 90°
- c) 45°
- d) 50°
- e) 10°

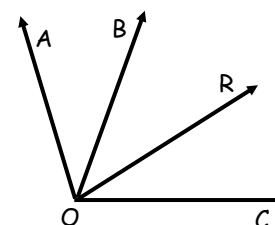
12. Del gráfico; Calcular :  $m\angle ROS$ . Si además : La  $m\angle QOB = m\angle BOS$

- a) 11°
- b) 14°
- c) 21°
- d) 23°
- e) 19°



13. De la figura;  $\overrightarrow{OR}$  es bisectriz del ángulo BOC; calcular  $m\angle AOR$ ; Si :  $m\angle AOB + m\angle AOC = 160^\circ$ .

- a) 100°
- b) 80°
- c) 70°
- d) 60°
- e) 160°



14. Se tienen los ángulos AOB, BOC y COD, consecutivos, tal que :  $m\angle BOD - 3m\angle AOB = 60^\circ$

- a) 17°
- b) 15°
- c) 14°
- d) 10°
- e) 12°

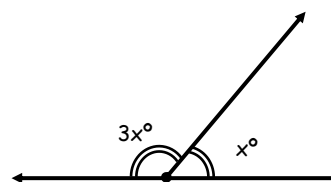
15. Hallar la medida del ángulo formado, por las bisectrices del par lineal AOB y BOC

- a) 90°
- b) 80°
- c) 65°
- d) 75°
- e) 45°

**TAREA DOMICILIARIA**

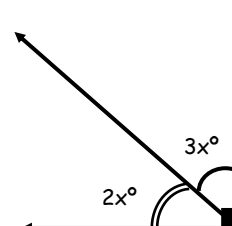
1. Del gráfico, calcular "x"

- a) 20°
- b) 30°
- c) 45°
- d) 55°
- e) 60°



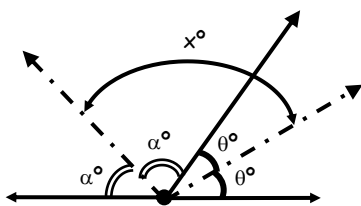
2. Calcular "x"

- a) 18°
- b) 36°
- c) 10°
- d) 15°
- e) 22°



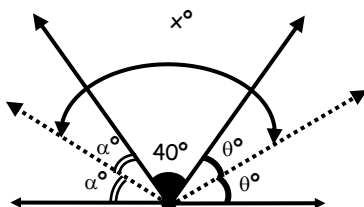
3. Calcular "x"

- a) 30°
- b) 60°
- c) 90°
- d) 120°
- e) 150°



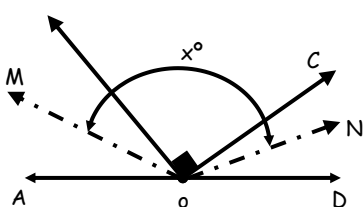
4. Calcular "x"

- a) 40°
- b) 70°
- c) 100°
- d) 110°
- e) 150°



5. Calcular "x";  $\vec{OM}$  y  $\vec{ON}$  son bisectrices de los ángulos AOB y COD

- a) 120°
- b) 135°
- c) 140°
- d) 150°
- e) 90°



6. Un ángulo, cuya medida es "α". Se le resta su suplemento y se obtiene 42°, Hallar el valor de "α".

- a) 84°
- b) 64°
- c) 42°
- d) 111°
- e) 121°

7. Los suplementos de dos ángulos son ángulos complementarios, además si al doble de uno de los ángulos se le resta el otro, resulta el doble de este último. Calcular la medida del mayor ángulo.

- a) 272°
- b) 108°
- c) 162°
- d) 62°
- e) 100°

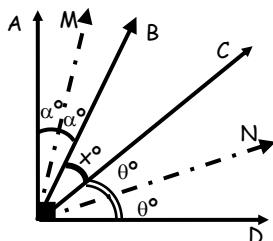
8. Calcular :  $E = \frac{55CC_{30^\circ} + 55_{10^\circ}}{55CC_{50^\circ}}$

- a) 3
- b) 1/3
- c) 1/2
- d) 2
- e) 1

9. Calcular "x"

Si :  $m\angle MON = 3(m\angle BOC)$

- a) 24°
- b) 20°
- c) 16°
- d) 12°
- e) 18°

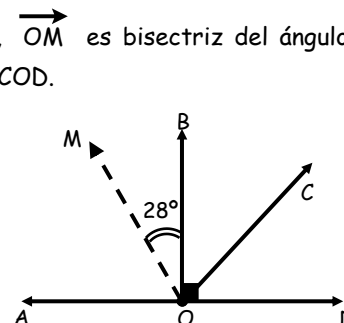


10. La suma del complemento y el suplemento cierto ángulo es igual a 110°, calcular la medida de dicho ángulo.

- a) 40°
- b) 50°
- c) 60°
- d) 70°
- e) 80°

11. En la figura,  $\vec{OM}$  es bisectriz del ángulo AOC. Hallar la  $m\angle COD$ .

- a) 46°
- b) 56°
- c) 60°
- d) 66°
- e) 18°

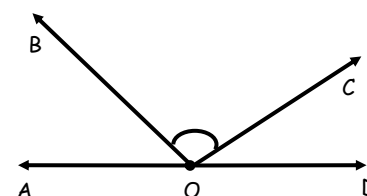


12. Sean los ángulos consecutivos AOB y BOC. Si :  $m\angle AOB = 2m\angle BOC = 60^\circ$ . Calcular la medida del ángulo formado por las bisectrices de dichos ángulos.

- a) 15°
- b) 20°
- c) 25°
- d) 30°
- e) 40°

13. Dados los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD. Calcular la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOB y COD. Si  $m\angle BOC = 100^\circ$ .

- a) 100°
- b) 150°
- c) 140°
- d) 135°
- e) 160°



14. Se tienen los ángulos AOB, BOC y COD, consecutivos, tal que :

$m\angle AOD = 90^\circ$  y  $m\angle AOC + m\angle BOD = 140^\circ$   
Calcular :  $m\angle BOC$

- a) 40°
- b) 36°
- c) 50°
- d) 54°
- e) 60°

15. Si el suplemento del suplemento del complemento de un ángulo mide 20°, Calcular el suplemento del complemento del complemento de dicho ángulo.

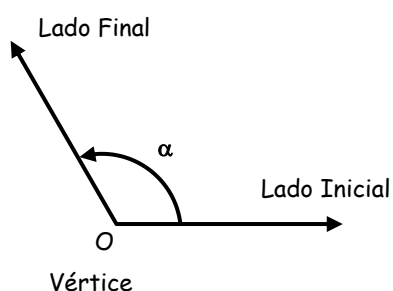
- a) 50°
- b) 90°
- c) 80°
- d) 110°
- e) 10°

# ÁNGULO TRIGONOMÉTRICO

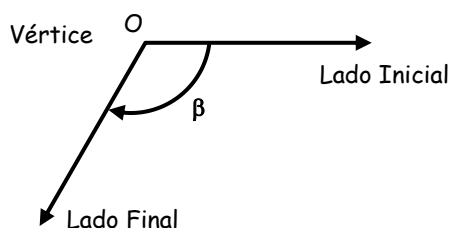
Es aquel ángulo que se genera por la rotación de un rayo alrededor de un punto fijo llamado vértice u origen desde una posición inicial hasta otra posición final, debiendo considerar que esta rotación se efectúa en un mismo plano.

Por lo tanto debemos considerar dos tipos de rotación:

### Sentido Antihorario



### Sentido Horario



### NOTA:

- ❖ Si el ángulo tiene rotación antihoraria la medida del ángulo **será positivo**.

α es positivo

- ❖ Si el ángulo tiene rotación horaria la medida del ángulo **será negativo**.

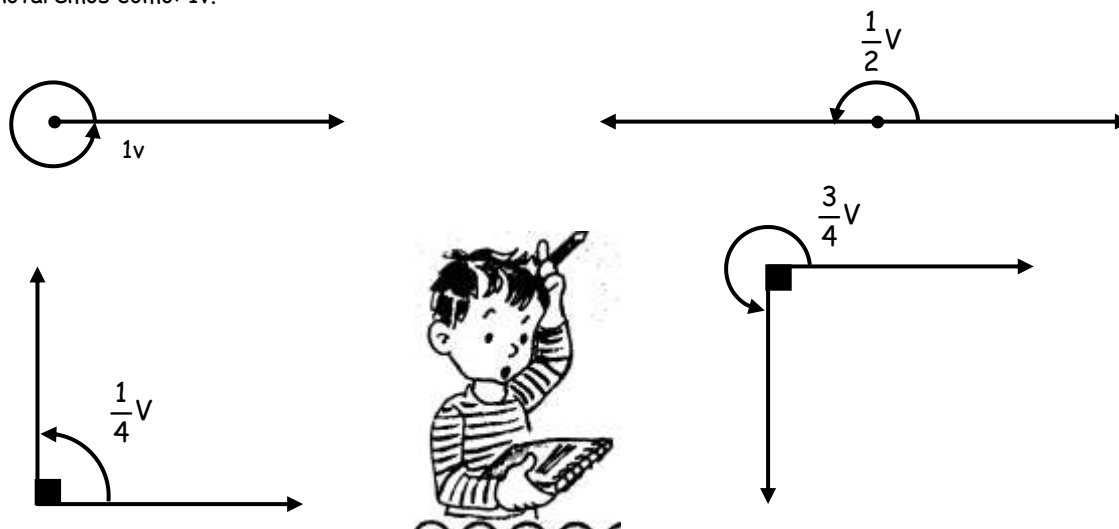
β es negativo



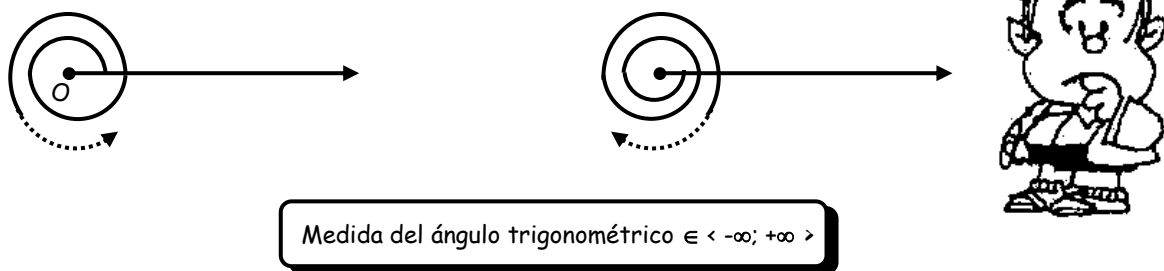
### OBSERVACIONES

#### 1. **Ángulo de una vuelta**

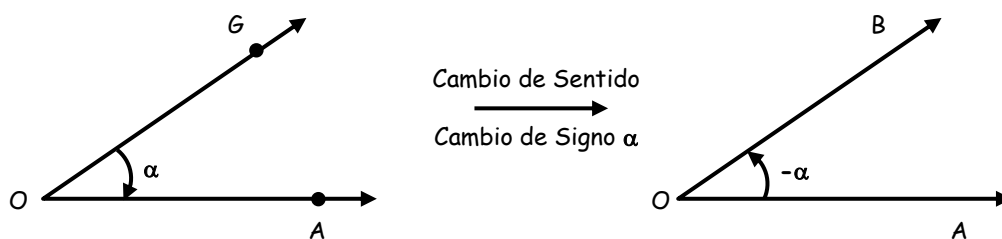
Es aquel ángulo generado, cuando la posición inicial y final coinciden por primera vez, luego de cierta rotación lo denotaremos como: 1v.



2. Los ángulos trigonométricos son **ilimitados** a diferencia de la geometría.



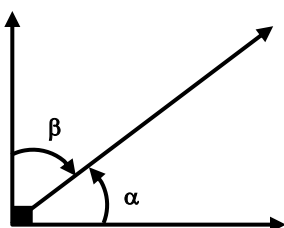
3. Para sumar o restar ángulos trigonométricos que no se pueden realizar a simple vista debemos procurar tenerlos en un solo sentido de preferencia **antihorario** para ello se recomienda el cambio de sentido.



### EJERCICIOS DE APLICACIÓN

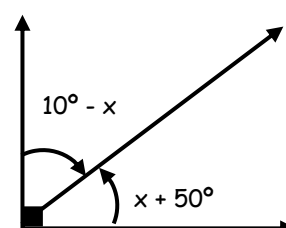
1. Señale la relación correcta entre  $\alpha$  y  $\beta$ .

- a)  $\alpha + \beta = 90^\circ$
- b)  $\alpha - \beta = 90^\circ$
- c)  $\alpha + \beta = -90^\circ$
- d)  $\alpha + \beta = 0$
- e)  $\beta - \alpha = 90^\circ$



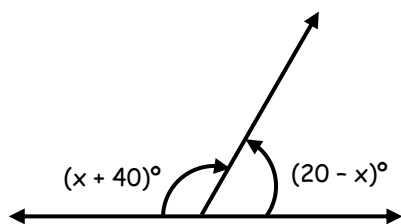
2. Del gráfico determine x.

- a)  $10^\circ$
- b)  $15^\circ$
- c)  $25^\circ$
- d)  $30^\circ$
- e)  $35^\circ$



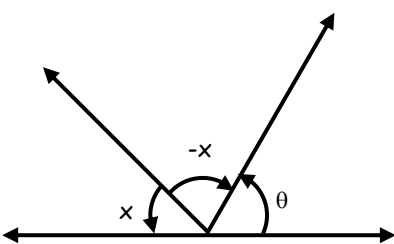
3. Calcular "x"

- a) -50
- b) -100
- c) -200
- d) -180
- e) -90



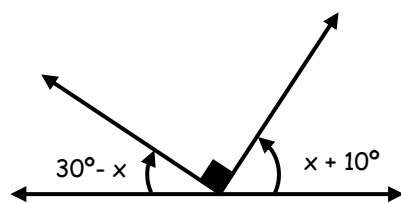
4. Hallar "x"

- a)  $90^\circ - \frac{\theta}{2}$
- b)  $90^\circ + \frac{\theta}{2}$
- c)  $180^\circ - \frac{\theta}{2}$
- d)  $180^\circ + \frac{\theta}{2}$
- e)  $270^\circ - \frac{\theta}{2}$



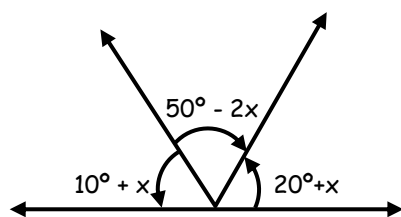
5. Del gráfico hallar "x"

- a) 15°
- b) 35°
- c) 55°
- d) 30°
- e) 60°



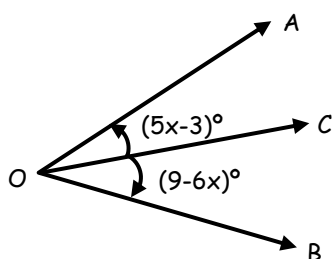
6. Del gráfico hallar "x"

- a) 10°
- b) 30°
- c) 40°
- d) 50°
- e) 60°



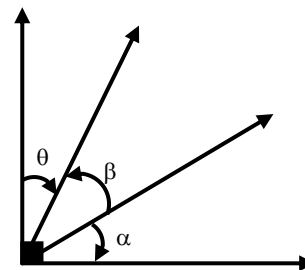
7. Del gráfico hallar "x"; si  $\vec{OC}$  es bisectriz.

- a) 2
- b) 4
- c) 6
- d) 12
- e) 18



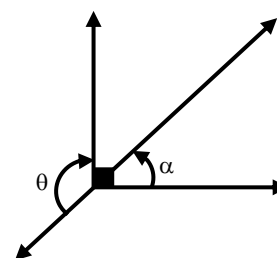
8. Hallar la relación entre  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\theta$

- a)  $\beta - \alpha - \theta = 90^\circ$
- b)  $\beta + \alpha - \theta = 90^\circ$
- c)  $\beta - \alpha + \theta = 90^\circ$
- d)  $\beta - \alpha - \frac{\theta}{2} = 90^\circ$
- e)  $\frac{\beta}{2} - \alpha - \frac{\theta}{2} = 90^\circ$



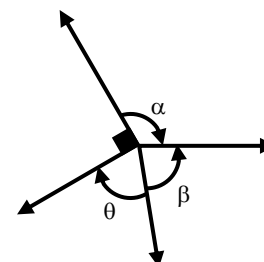
9. Señale la relación correcta respecto a los ángulos trigonométricos mostrados.

- a)  $\alpha - \theta = -90^\circ$
- b)  $\alpha + \theta = 90^\circ$
- c)  $\alpha + \theta = -90^\circ$
- d)  $\alpha - \theta = 90^\circ$
- e)  $\alpha + \theta = 180^\circ$



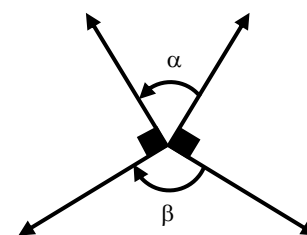
10. Señale lo correcto:

- a)  $\beta - \alpha + \theta = 90^\circ$
- b)  $\beta - \alpha + \theta = 270^\circ$
- c)  $\beta - \alpha - \theta = 270^\circ$
- d)  $\alpha - \beta + \theta = 270^\circ$
- e)  $\beta + \alpha + \theta = 270^\circ$



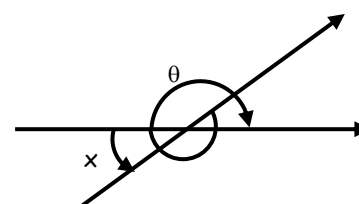
11. De acuerdo al gráfico señale lo correcto:

- a)  $\alpha + \beta = 180^\circ$
- b)  $\beta - \alpha = 180^\circ$
- c)  $\alpha - \beta = 180^\circ$
- d)  $\alpha + \beta = -180^\circ$
- e)  $\alpha + \beta = 90^\circ$



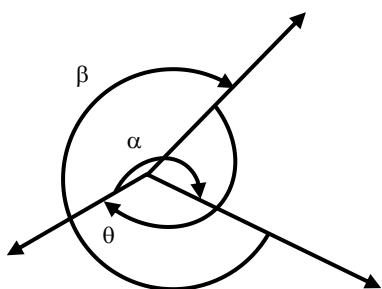
12. Calcular el valor "x" del siguiente gráfico:

- a)  $2\pi + \theta$
- b)  $\theta$
- c)  $-2\pi - \theta$
- d)  $\pi + \theta$
- e)  $\pi - \theta$



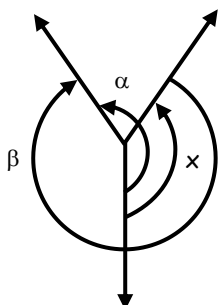
13. A que es igual  $\alpha + \beta + \theta$  a partir del gráfico adjunto:

- a)  $-450^\circ$
- b)  $-360^\circ$
- c)  $-720^\circ$
- d)  $360^\circ$
- e)  $0^\circ$



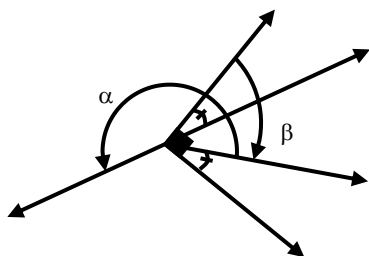
14. De la figura expresar  $x$  en términos de  $\alpha$  y  $\beta$ .

- a)  $\alpha - \beta - 360^\circ$
- b)  $\alpha + \beta - 360^\circ$
- c)  $-\alpha + \beta + 360^\circ$
- d)  $-\alpha - \beta + 360^\circ$
- e)  $\alpha - \beta - 720^\circ$



15. De acuerdo al gráfico indicar una relación entre  $\alpha$  y  $\beta$ .

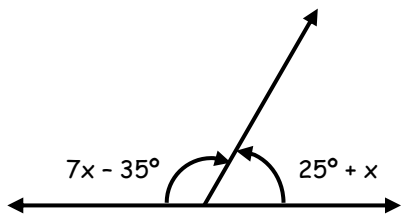
- a)  $\alpha - \beta = 180^\circ$
- b)  $2\alpha + \beta = 270^\circ$
- c)  $2\alpha - \beta = 90^\circ$
- d)  $\alpha + 2\beta = 90^\circ$
- e)  $\alpha - 2\beta = 90^\circ$



**TAREA DOMICILIARIA N° 1**

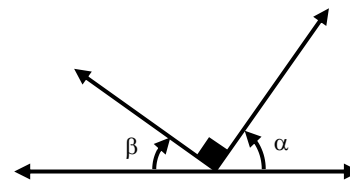
1. Hallar "x":

- a)  $-10^\circ$
- b)  $-20^\circ$
- c)  $-30^\circ$
- d)  $-40^\circ$
- e)  $-50^\circ$



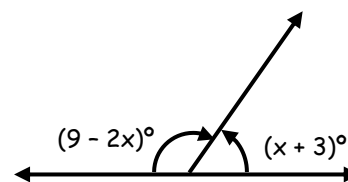
2. Del gráfico señale lo correcto:

- a)  $\alpha + \beta = 90^\circ$
- b)  $\alpha + \beta = 180^\circ$
- c)  $\alpha - \beta = 90^\circ$
- d)  $\alpha - \beta = 180^\circ$
- e)  $\alpha + \beta = -90^\circ$



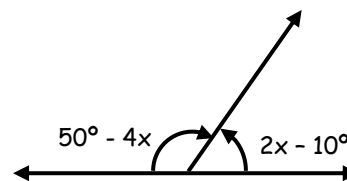
3. Del siguiente gráfico hallar "x"

- a)  $31^\circ$
- b)  $51^\circ$
- c)  $62^\circ$
- d)  $60^\circ$
- e)  $61^\circ$



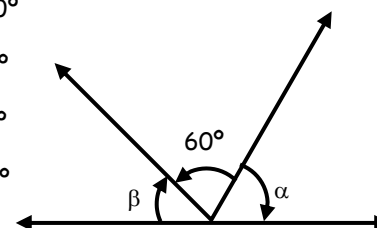
4. Hallar el valor de "x"

- a)  $10^\circ$
- b)  $20^\circ$
- c)  $30^\circ$
- d)  $40^\circ$
- e)  $50^\circ$



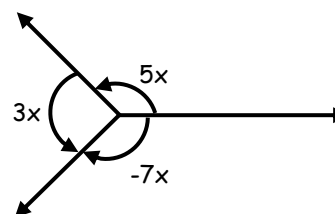
5. Del gráfico hallar la relación entre  $\alpha$  y  $\beta$ .

- a)  $\alpha + \beta = -120^\circ$
- b)  $\alpha - \beta = 120^\circ$
- c)  $\beta - \alpha = 120^\circ$
- d)  $\alpha + \beta = 120^\circ$
- e)  $\alpha + \beta = 60^\circ$



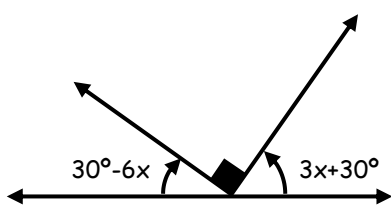
6. Calcular el valor de x:

- a)  $25^\circ$
- b)  $24^\circ$
- c)  $22^\circ$
- d)  $21^\circ$
- e)  $20^\circ$



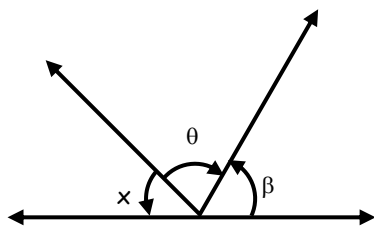
7. Hallar "x"

- a)  $10^\circ$
- b)  $30^\circ$
- c)  $-30^\circ$
- d)  $15^\circ$
- e)  $-10^\circ$



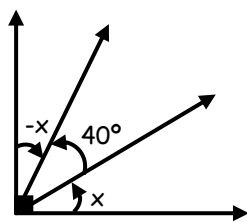
8. Hallar "x"

- a)  $90^\circ - \theta - \beta$
- b)  $90^\circ - \beta + \theta$
- c)  $180^\circ + \beta - \theta$
- d)  $180^\circ + \beta + \theta$
- e)  $180^\circ - \beta + \theta$



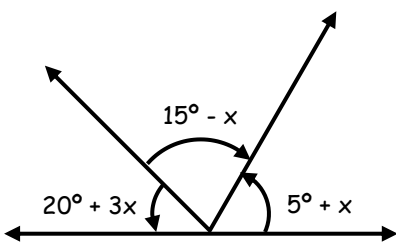
9. Del gráfico determine "x"

- a)  $10^\circ$
- b)  $15^\circ$
- c)  $25^\circ$
- d)  $35^\circ$
- e)  $45^\circ$



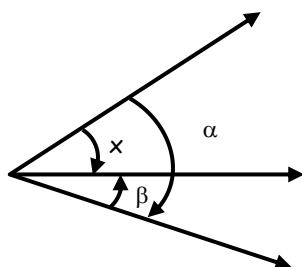
10. Del gráfico hallar "x"

- a)  $18^\circ$
- b)  $22^\circ$
- c)  $26^\circ$
- d)  $30^\circ$
- e)  $34^\circ$



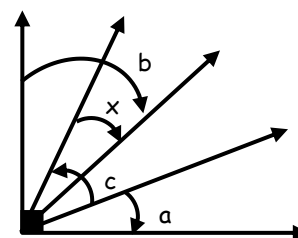
11. Del gráfico hallar "x"

- a)  $\alpha + \beta$
- b)  $\alpha - \beta$
- c)  $\beta - \alpha$
- d)  $-\alpha - \beta$
- e)  $\frac{\alpha - \beta}{2}$



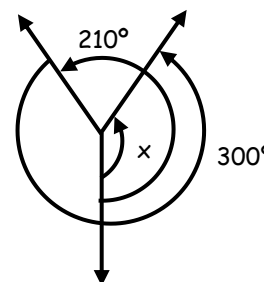
12. Del gráfico hallar x en función de a, b y c

- a)  $90^\circ - a - b + c$
- b)  $90^\circ + a + b - c$
- c)  $90^\circ - a + b - c$
- d)  $90^\circ + a - b + c$
- e)  $90^\circ - a - b - c$



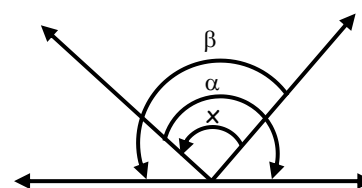
13. Hallar "x"

- a)  $155^\circ$
- b)  $150^\circ$
- c)  $160^\circ$
- d)  $170^\circ$
- e)  $175^\circ$



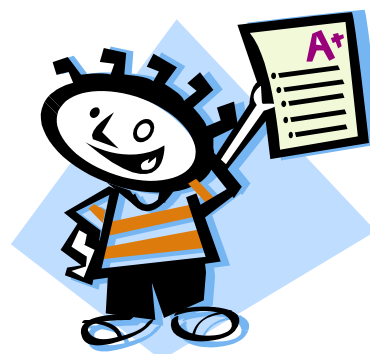
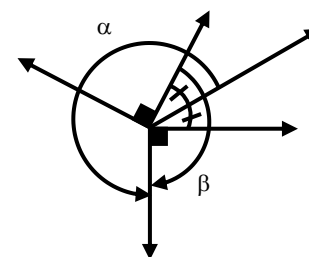
14. Del gráfico mostrado hallar x en función de  $\alpha$  y  $\beta$ .

- a)  $\beta - \alpha - 90^\circ$
- b)  $\alpha - \beta - 180^\circ$
- c)  $180^\circ - \beta + \alpha$
- d)  $\beta - \alpha - 180^\circ$
- e)  $\beta + \alpha - 180^\circ$



15. De acuerdo al gráfico señale lo correcto respecto a los ángulos trigonométricos mostrados.

- a)  $\alpha - \beta = 360^\circ$
- b)  $\alpha + \beta = 360^\circ$
- c)  $2\alpha + \beta = 630^\circ$
- d)  $2\alpha - \beta = 630^\circ$
- e)  $2\alpha - \beta = 540^\circ$



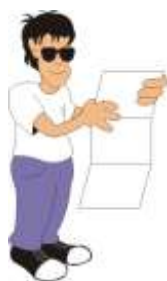
# MÉTODO DEL ROMBO

En un laboratorio de biología se cuentan en total 10 animalitos entre arañas y mosquitos, los cuales hacen un total de 66 patas. ¿Cuántos hay de cada tipo?

*"El apasionado tímido nunca es feliz, porque la felicidad tiene como precio la osadía".*  
Lope de Vega

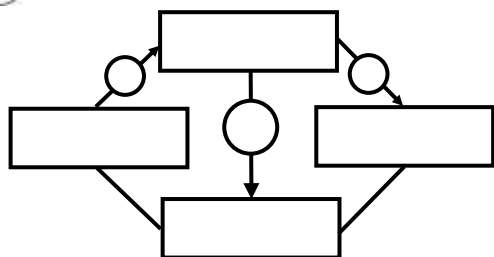
**OBJETIVOS**

- Relacionar y ordenar adecuadamente los datos en un esquema (Rombo)
- Identificar y aplicar correctamente el método a la resolución de los problemas.



● ¿Cómo se aplica?

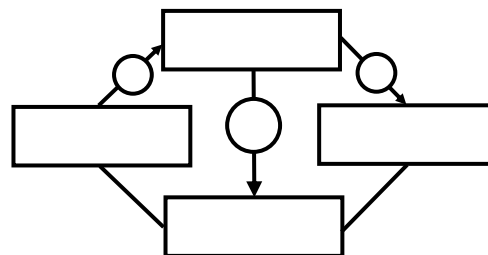
● Cuándo se aplica?



= \_\_\_\_\_

## Ahora ¡Inténtalo tú solo!

En una jaula donde hay gallinas y conejos, pueden contarse 20 cabezas y 64 patas. ¿Cuántas gallinas y conejos hay?





1. En el verano concurrían al colegio algunos con sus bicicletas y otros con sus triciclos. El Wachtman para saber que no le faltaba ninguno, contaba siempre 120 ruedas y 50 timones.

Son ciertas :

I. Hay 30 triciclos.

II. Hay 20 bicicletas.

III. Si contamos los pedales de todas las bicicletas obtenemos 60.

- a) Sólo I                      b) Sólo II                      c) Sólo III  
 d) I y II                        e) Todas.

2. En un taller fueron reparados durante un mes 120 vehículos entre automóviles y motos. El número de ruedas de los vehículos reparados fue de 336 exactamente. ¿Cuántas motos se repararon?

- a) 68                              b) 75                              c) 81  
 d) 64                              e) 72

3. En una granja donde hay vacas y gallinas, se contaron 90 cabezas y 252 patas. ¿Cuántas gallinas hay en la granja?

- a) 36                              b) 40                              c) 32  
 d) 54                              e) 52

4. En una colección de mosquitos y escarabajos se cuentan 20 cabezas y 128 patas. Entonces :

- a) Hay 4 mosquitos  
 b) Hay 16 escarabajos  
 c) Hay 8 mosquitos más que escarabajos  
 d) No hay 16 mosquitos  
 e) No hay 8 escarabajos

5. Si pagué una deuda de 1450 dólares con 38 billetes de 50 y 20 dólares. ¿Cuántos billetes de 50 dólares he usado?

- a) 15                              b) 27                              c) 23  
 d) 19                              e) 25

6. Vanesa tiene 3900 soles en billetes de 50 y 100 soles. ¿Cuál será la cantidad de billetes de mayor denominación si hay un total de 45 billetes?

- a) 28                              b) 32                              c) 25  
 d) 33                              e) 36

7. A una fiesta asistieron un total de 350 personas entre niños y niñas. Se recaudó S/.1550 debiendo que cada niño pagó S/.5 y una niña S/.4. ¿Cuál es la diferencia entre el número de niñas y el número de niños?

- a) 100                              b) 150                              c) 75  
 d) 60                              e) 50

8. En un circo las entradas de adultos costaban S/.30 y la de niños S/.10. Cierta día acudieron un total de 752 espectadores y se recaudaron S/.18240. Dar como respuesta la suma de las cifras del número de adultos que asistieron ese día

- a) 12                              b) 14                              c) 9  
 d) 11                              e) 10

9. Cada vez que voy al cine gasto S/.15 y cada vez que voy al teatro gasto S/.25. Si he salido 20 veces (al cine o al teatro) y gasté S/.360. ¿Cuántas veces he ido al teatro?

- a) 14                              b) 9                                c) 15  
 d) 6                                e) 8

10. Se desea envasar 100 litros de vino en botellas de 2 y 5 litros. Si el total de botellas es 26. ¿Cuántos son de 5 litros?

- a) 10                              b) 12                              c) 16  
 d) 15                              e) 14



11. En un salón hay 50 carpetas, unas bipersonales y otras para 4 alumnos. Si en total hay 130 alumnos ocupando estas 50 carpetas. ¿Cuántas carpetas son bipersonales?

- a) 15                              b) 20                              c) 25  
 d) 18                              e) 35

12. Un comandante de un destacamento de 100 soldados ordena a todos a hacer "planchas". En un determinado momento, el comandante pudo observar sobre el piso 280 extremidades. ¿Cuál es el número de soldados haciendo planchas?

- a) 60                              b) 40                              c) 70  
 d) 35                              e) 30

13. Una vendedora lleva al mercado 80 frutas entre plátanos y manzanas cuyo importe total es de S/.536. El precio de cada uno de ellos es de 9 y 5 soles respectivamente. Entonces el número de plátanos es :

- a) 46                      b) 43                      c) 34  
 d) 64                      e) 36

14. Jessica compra en el mercado 2000 frutas, entre peras y naranjas. Cada pera costó 0,30 ctms. Y cada naranja costo 0,80 ctms. Si gastó en total 12 soles. ¿Cuántas naranjas compró?

- a) 800                      b) 1200                      c) 900  
 d) 1500                      e) 600

15. Catherine rinde un examen de 60 preguntas. Si por cada respuesta acertada obtiene 4 puntos y por cada equivocación pierde un punto. ¿Cuántas preguntas contesto bien, si obtuvo un puntaje de 100 puntos y contestó todas las preguntas planteadas?

- a) 36                      b) 28                      c) 27  
 d) 32                      e) 35

16. La semana que trabajo el día lunes, puedo ahorrar S/.30, pero la semana que no lo hago tengo que retirar del banco S/.20. Si después de 15 semanas he podido ahorrar sólo S/.250. ¿Cuántos lunes trabajó?

- a) 4                      b) 10                      c) 8  
 d) 11                      e) 9

17. Martín trabaja en una compañía en la cuál por día de trabajo le pagan S/.30 y por cada día que falta a sus labores le descuentan S/.10 de su sueldo. ¿Cuántos días había trabajado, si al final de 40 días adeuda a la empresa la suma de S/.200?

- a) 12                      b) 13                      c) 5  
 d) 18                      e) 10

18. Leonel juega a los naipes, de tal modo que , cada partida ganada recibirá S/.5 y por cada partida que pierda pagará S/.3. Si luego de 30 partidas adeuda S/.42. ¿Cuántas partidas perdió?

- a) 18                      b) 6                      c) 24  
 d) 15                      e) 21

19. En un zoológico, entre todas las jirafas y avestruces se podían contar 30 ojos y 44 patas. Son ciertas:

- I. Hay 8 jirafas  
 II. Hay 7 avestruces  
 III. El número de alas es 16

- a) Sólo I                      b) Sólo II                      c) Sólo III  
 d) II y III                      e) Todas .

20. Cierta día Leo se encontraba en el patio de la Academia y pudo contar 49 ruedas y 40 pedales ente triciclos y bicicletas.

Son ciertas:

- I. Hay 20 vehículos.  
 II. Hay 8 triciclos  
 III. Hay 11 bicicletas

- a) Sólo I  
 b) Sólo II  
 c) Sólo III  
 d) I y III  
 e) Todas

**Qué  
Facíl**





## DESAFIO

Toñito tiró "x" veces un dado.  
 El máximo puntaje total que pudo haber obtenido es 120, pero sólo obtuvo 62 puntos y sólo saca puntaje par.  
 Si 4 veces hizo el máximo puntaje entonces. ¿Cuántas veces hizo el mínimo puntaje?



### TAREA DOMICILIARIA Nº 4

- En una granja hay 30 animales entre chanchitos y patitos. Si se cuentan 84 patas, entonces son ciertas:
  - Hay 12 patitos
  - Hay 18 chanchitos
  - Hay 24 orejas
  - Sólo I
  - Sólo II
  - Sólo III
  - I y II
  - Todas
- En un taller encontramos 50 vehículos entre autos y motocicletas, contando 130 llantas. ¿Cuántas motocicletas encontramos?
  - 15
  - 25
  - 35
  - 30
  - 45
- Leo tiene 800 soles en billetes de 10 y 50 soles. ¿Cuál será la cantidad de billetes de mayor denominación si hay un total de 20 billetes?
  - 5
  - 10
  - 15
  - 12
  - 8
- En un parque hay niños paseándose ya sea en triciclo o en bicicleta. Si en total se cuentan 20 timones y 55 ruedas. ¿Cuántos triciclos más que bicicletas hay?
  - 15
  - 5
  - 10
  - 12
  - 4
- El profesor de Razonamiento Matemático le propone a Ana 30 problemas, para que lo resuelva todos, por cada problema bien resuelto le da S/.5 y por cada mala le quita S/.1. ¿Cuántos problemas buenos hizo, si resulta que recibió S/.30?
  - 20
  - 15
  - 10
  - 12
  - 18
- Un cazador regresa de cacería y, al ser preguntado por su esposa, le dice : "Me fue muy bien", entre los patos y conejos que he cazado hay 20 cabezas y 64 patas". ¿Cuál es la diferencia entre el número de conejos y patos?
  - 5
  - 10
  - 15
  - 12
  - 8

- a) 8                      b) 12                      c) 4  
 d) 6                      e) 10
7. Un barril contiene 55 litros de vino, si éste debe ser envasado en 20 botellas, unas de 2 litros y otras de 3 litros. ¿Cuántas botellas de 3 litros se va a necesitar?
- a) 5                      b) 8                      c) 4  
 d) 10                     e) 15
8. A un cine concurren 200 personas a las localidades de platea y galería. Si cada boleto de platea vale 20 soles y de galería 12 soles y se recauda 3040 soles. ¿Cuántos boletos de platea se vendieron?
- a) 120                    b) 80                    c) 150  
 d) 60                    e) 70
9. En un examen de admisión, el número de preguntas es 140; la calificación es 4 puntos por pregunta correcta y menos 1 punto por cada pregunta errada. Si Karen ha obtenido 335, puntos al contestar todo el examen. ¿En cuántas preguntas se equivocó?
- a) 15                    b) 45                    c) 135  
 d) 95                    e) 125
10. Se compran 17 kilos de fruta entre manzanas y peras de 2 y 3 soles el kg. Respectivamente, gastando en total 46 soles. ¿Cuántos kilogramos de manzanas se compró?
- a) 5                      b) 6                      c) 7  
 d) 8                      e) 9
11. Luis y Miguel ahorran en total S/.7000. Luis ahorra S/.500 mensuales y Miguel S/.600 mensuales. El número de meses que ha ahorrado cada uno suman 13. ¿Cuántos meses ha ahorrado Miguel?
- a) 5                      b) 6                      c) 7  
 d) 8                      e) 9
12. Un camión lleva 900 maletines de dos tipos con un peso total de 2300 kg. Si los del primer tipo pesan 2 kg cada uno, y los del segundo tipo 3kg cada uno. Determinar cuántos maletines hay de cada clase.
- a) 350 , 550            b) 400 , 500            c) 360 , 540  
 d) 380 , 520            e) 450 , 450
13. En un campeonato de tiro, un aspirante gana dos puntos por cada disparo acertado y pierde medio punto por cada desacierto. Si al hacer 120 disparos obtuvo 130 puntos, el número de tiros acertados fue:
- a) 76                    b) 78                    c) 72  
 d) 74                    e) 70
14. Los pasajes en microbús valen S/.0,25 y S/.0,13 para adultos y universitarios, respectivamente.
- Luego de una vuelta en que viajaron 255 personas se recaudó S/.52,35. ¿Cuántos universitarios viajaron?
- a) 95                    b) 80                    c) 90  
 d) 100                   e) 98
15. Una persona concurre al hipódromo a apostar en las carreras de caballos. En cada carrera que acierta gana S/.30 y si no acierta pierde S/.10. Después de 50 carreras, su capital ha aumentado en S/.780. ¿Cuántas carreras acertó?
- a) 18                    b) 20                    c) 35  
 d) 16                    e) 10
16. En un zoológico hay 100 animales entre aves y felinos. Si se cuenta el número total de patas tenemos que es 270. ¿Cuál es la diferencia entre el número de aves y felinos?
- a) 65                    b) 20                    c) 30  
 d) 45                    e) 35
17. En un taller mecánico hay 100 vehículos entre autos y motos. Si cada auto lleva una llanta de repuesto, y en total se cuentan 320 neumáticos, entonces son verdaderas:
- I. Hay 40 autos.  
 II. Hay 60 motos  
 III. Si cada auto pagará S/.3 y cada moto S/.2 se recaudaría S/.240
- a) Sólo I                      b) Sólo II                      c) Sólo III  
 d) II y III                    e) Todas.
18. Una empresa contrata a un administrador por 18 semanas, con la condición de que la empresa le abonara 120 soles por cada día que asista y por cada inasistencia le descontará 30 soles de su sueldo. Si trabaja de lunes a viernes y al final no recibe nada. ¿Cuántos días trabajó?
- a) 16                    b) 8                      c) 72  
 d) 12                    e) 18
19. Si trabaja los domingos inclusive, un profesor economiza 40 soles semanales, en cambio la semana que no trabaja el día domingo, tiene que retirar 20 soles de sus ahorros. Si durante 10 semanas logra economizar 220 soles. ¿Cuántos domingos dejó de trabajar en estas semanas?
- a) 3                      b) 5                      c) 1  
 d) 7                      e) 9
20. Un heladero gana un promedio diario de S/.50 y gasta por día S/.32,5 pero el día que no trabaja gasta S/.8 más. ¿Cuántos días no trabajó, después de 60 días esta adeudado con S/.110?
- a) 20                    b) 16                    c) 25  
 d) 40                    e) 5

# MAGNITUDES Y REPARTO PROPORCIONAL

## MATEMÁTICAS BABILÓNICAS

Los babilónicos vivieron en Mesopotamia, en unos claros de tierras fértiles entre los ríos Tigris y Eufrates, hacia finales del milenio IV antes de cristo.

Desarrollaron una forma abstracta de escritura basada en símbolos cuneiformes.

Los babilónicos usaban la siguiente fórmula para hacer la multiplicación más fácil puesta que no tenían tablas de multiplicar.

$$a \cdot b = \frac{(a+b)^2 - a^2 - b^2}{2}$$

Aun mejor es la fórmula:

$$a \cdot b = \frac{(a+b)^2}{4} - \frac{(a-b)^2}{4}$$

Un ejemplo numérico es:

$$2 \cdot 4 = \frac{(2+4)^2}{4} - \frac{(2-4)^2}{4}$$

$$8 = 8$$



## SONRÍE

- Papá, papá ¿me haces el problema de matemáticas?  
o hijo, no estaría bien.  
ueno inténtalo de todas maneras.
- La lógica es la forma correcta de llegar a la respuesta equivocada pero sintiéndose contento consigo mismo.
- ¿Qué es un niño complejo?  
Uno con la madre real y el padre imaginario.
- ¿Qué le dice la curva a la tangente?  
No me toques
- Me gustan los polinomios pero hasta cierto grado.
- El 20 por ciento de las personas muere por fumar por lo tanto el 80 por ciento de las personas muere por no fumar. Asi quedó demostrado que no fumar es peor que fumar.



**MAGNITUDES PROPORCIONALES**

**MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONAL**

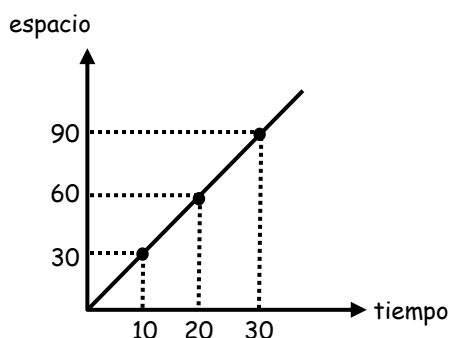
2 magnitudes serán directamente proporcionales si el cociente de sus valores correspondientes es siempre constante.

$$A \propto B \Rightarrow \frac{A}{B} = \text{cte.}$$

**Ejemplo:** El espacio es D.P. al tiempo.

$$\frac{e}{t} = \frac{30}{10} = \frac{60}{20} = \frac{90}{30} = \frac{30k}{10k}$$

**Gráficamente:**



**MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES**

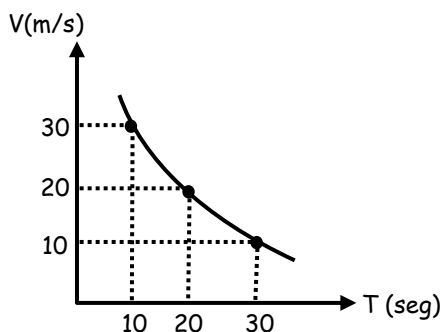
2 magnitudes son inversamente proporcionales cuando el producto de sus valores correspondiente siempre es constante.

$$A \propto \frac{1}{B} \Rightarrow A \times B = \text{cte.}$$

**Ejemplo:** La velocidad es inversamente proporcional al tiempo.

$$v \times t = 10 \times 30 = 20 \times 15 = 30 \times 10$$

**Gráficamente:**



**PROPIEDADES**

I.  $A \propto B \Rightarrow B \propto A$

II.  $A \propto \frac{1}{\alpha} B \Rightarrow A \propto \frac{1}{B}$

III.  $A \propto B$   
 $A \propto C \Rightarrow A \propto B \times C$

IV.  $A \propto B$   
 $A \propto \frac{1}{\alpha} C \Rightarrow \frac{A \times C}{B \times D} = \text{cte.}$   
 $A \propto D$

**Ejemplo:**

✓  $A \text{ DP } B$   
 $A \text{ IP } C^2 \Rightarrow \frac{A \times C^2}{B} = \text{cte.}$

✓  $A \propto B$   
 $A \propto \frac{1}{\alpha} \sqrt{C}$   
 $A \propto D^2$   
 $A \propto \frac{1}{\alpha} E^2 \Rightarrow \frac{A \sqrt{C} E^2}{B \cdot D^2} = \text{cte.}$



**REPARTO PROPORCIONAL**

**REPARTO SIMPLE**

**Procedimiento:**

- ✓ Se suman los índices.
- ✓ Se divide la cantidad entre dicha suma siendo el cociente la constante de proporcionalidad (k).
- ✓ Las partes se obtienen multiplicando cada índice por la constante.

**Ejemplo:**

Repartir 750 en forma D.P. a 6, 7 y 12

✓  $750 \left\{ \begin{array}{l} 6k \\ 7k \\ 12k \\ \hline 25k \end{array} \right.$



$$\checkmark \frac{750}{25} = k = 30$$

$$\checkmark \begin{aligned} 6 \times 30 &= 180 \\ 7 \times 30 &= 210 \\ 12 \times 30 &= 360 \end{aligned}$$

**REPARTO INVERSO**

**Procedimiento:**

- ✓ Se efectúa en forma inversamente proporcional a los índices.
- ✓ Se multiplica a todos por el m.c.m. de los denominadores.
- ✓ Se efectúan el reparto directo.

**Ejemplo:**

Repartir 594 en forma I.P. a 2 ; 3 ; 6 y 10

$$\checkmark \begin{array}{l} 594 \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{6} \\ \frac{1}{10} \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{m.c.m.} \\ 30 \end{array} \begin{array}{l} \frac{1}{2} \times 30 = 15k \\ \frac{1}{3} \times 30 = 10k \\ \frac{1}{6} \times 30 = 5k \\ \frac{1}{10} \times 30 = \frac{3k}{33k} \end{array} \end{array}$$

$$\checkmark \frac{594}{33} = k = 19 \Rightarrow \begin{aligned} 15 \times 18 &= 270 \\ 10 \times 18 &= 180 \\ 5 \times 18 &= 90 \\ 3 \times 18 &= 54 \end{aligned}$$

**REPARTO COMPUESTO**

**Procedimiento:**

- ✓ Se convierte la relación I.P. a D.P. (invirtiendo los índices).
- ✓ Se multiplica los índices de las dos relaciones D.P. (o más según el caso).
- ✓ Se efectúa un reparto simple directo con los nuevos índices.

**Ejemplo:**

Repartir 648 en forma D.P. a 4 y 6 y a la vez en forma I.P. a 3 y 9.

$$\checkmark \begin{array}{l} \text{D.P.} \quad \text{I.P.} \\ 648 \left\{ \begin{array}{l} 4 \quad \frac{1}{3} \\ 6 \quad \frac{1}{9} \end{array} \right. \end{array}$$

$$\checkmark \begin{array}{l} 648 \left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{3} \\ \frac{2}{3} \end{array} \right. \quad \text{m.c.m.} = 3 \end{array}$$

$$\checkmark \begin{array}{l} 648 \left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{3} \times 3 = 4k \\ \frac{2}{3} \times 3 = 2k \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} 2k \\ \frac{k}{3k} \end{array} \end{array}$$

$$k = \frac{648}{3} = 216$$

$$\begin{aligned} 2 \times 216 &= 432 \\ 1 \times 216 &= 216 \end{aligned}$$



**Ejercicios de Aplicación**

1. a) A es D.P. a B e I.P. a C. Hallar A cuando B = 10 y C = 5. Si cuando B = 20 y C = 15.

Rpta.: .....

b) Si A varía D.P. con la diferencia de 2 números. Cuando A = 15, la diferencia es 6. ¿Cuánto vale esta diferencia si A = 18?

- a) 10                      b) 8                      c) 5  
d) 6                      e) 7,2

2. a) Si M es D.P. a B e I.P. a  $\sqrt[3]{C}$ . Calcular el valor de M cuando B = 2 y C = 64, si se sabe que cuando M = 16; C = 216 y B = 6.

Rpta.: .....

c) Si A es D.P. a B<sup>2</sup> y D.P. a  $\sqrt{C}$ . Hallar A cuando B = 2 y C = 25. Si cuando B = 5 y C = 16; A = 15.

- a) 2                      b) 3                      c) 4  
d) 5                      e) 6



3. a) Si  $A$  varía proporcionalmente a  $B$ , al cuadrado de  $C$  e inversamente proporcional a  $D$ . Si cuando  $A = 8$ ,  $B = 5$  y  $C = 4$  entonces  $D = 2$ . ¿Cuánto valdrá  $B$  cuando  $A = 2D$  y  $D = 4C$ ?

Rpta.: .....

- b) Si  $M$  es D.P. con  $P^2$  e inversamente proporcional con  $N/2$ , cuando  $M = 18$ ,  $P = 3$  y  $N = 8$ . Hallar  $N$ , cuando  $P$  es 6 y  $M$  es 45.

- a) 6,4                      b) 7,2                      c) 8,4  
d) 10,5                     e) 7,8

4. a) Dos ruedas de 24 y 45 dientes están engranadas. En el transcurso de 10 minutos una da 280 vueltas más que la otra. Hallar la velocidad mayor en rev/min.

Rpta.: .....

- b) Dos engranajes de 24 y 38 dientes están concatenados y en el transcurso de 4 minutos uno da 70 vueltas más que el otro. Hallar la velocidad menor en rev/min.

- a) 25                      b) 30                      c) 35  
d) 40                      e) 60

5. a) Una rueda dentada  $A$  de 50 dientes esta unida mediante un eje con el engranaje  $B$  y este a su vez engrana con otra  $C$ . Sabiendo que  $B$  y  $C$  tienen respectivamente 28 y 42 dientes. Si  $A$  da 3690 revoluciones por minuto. ¿Cuánto tiempo empleará la rueda  $C$  en dar 48 000 vueltas?

Rpta.: .....

- b) Una rueda  $A$  de 80 dientes engrana con otra rueda  $B$  de 50 dientes; fija del eje  $B$  hay otra rueda  $C$  de 15 dientes que engrana con una rueda  $D$  de 40 dientes, Si  $A$  da 120 vueltas por minuto. ¿Cuántas vueltas dará la rueda  $D$ ?

- a) 70                      b) 72                      c) 60  
d) 90                      e) 96

6. a) La potencia de un circuito varía en forma D.P. con la resistencia del conductor eléctrico y con el cuadrado de la corriente que circula. Si la corriente se reduce a su mitad y la resistencia se triplica. ¿Qué sucede con la potencia?

Rpta.: .....

- b) Dos magnitudes son inversamente proporcionales, si una de ellas disminuye en  $1/4$  de su valor. ¿En cuánto aumenta o disminuye la otra?

- a) aumenta  $1/4$                       d) disminuye  $1/4$   
b) aumenta  $1/8$                       e) disminuye  $1/8$   
c) aumenta  $1/3$

7. a) Se sabe que  $A$  es directamente proporcional al cuadrado de  $B$  y la cubo de  $C$  e inversamente proporcional con la raíz cuadrada de  $F$ . Del siguiente cuadro determinar el valor de:  $(x + y)$

Magnitudes	Cantidades		
A	x	108	324
B	5	2	4
C	2x	3x	y
F	25	9	16

Rpta.: .....

- b) Sabiendo que  $A$  es D.P. a  $B^2$ , las variaciones de las magnitudes  $A$  y  $B$  se muestran en el siguiente cuadro. Hallar:  $a + b + d$

A	27	$6a + d$	d	a
B	a	b	4	8

- a) 48                      b) 21                      c) 35  
d) 20                      e) 28

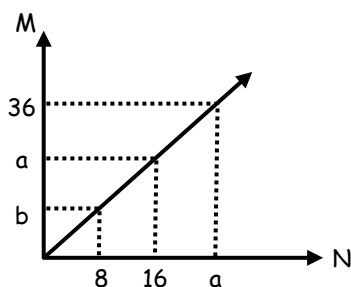
8. a) El precio de un televisor a color varía en forma D.P. al cuadrado de su tamaño e I.P. a la raíz cuadrada de la energía que consume. Si cuando su tamaño es de 14 pulgadas y consume "E" de energía su precio es de S/. 360. ¿Cuánto costará un televisor cuyo tamaño es de 21 pulgadas y consume  $E/4$  de energía?

Rpta.: .....

- b) El precio de una casa es directamente proporcional al área e inversamente proporcional a la distancia que lo separa de Lima. Si una casa ubicada a 75 km cuesta S/. 45 000. ¿Cuánto costará una casa del mismo material si su área es el doble y se encuentra a 150 km. de distancia?

- a) 45 000                      b) 22 500                      c) 11 250  
d) 9 000                      e) 18 000

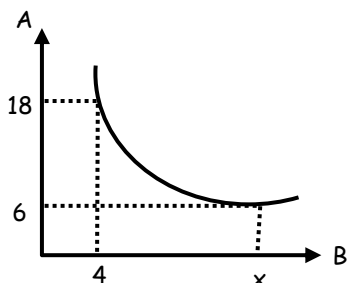
9. a) Si  $M$  y  $N$  son magnitudes proporcionales representados mediante el siguiente gráfico. Calcular  $a$ .  $b$



Rpta.: .....

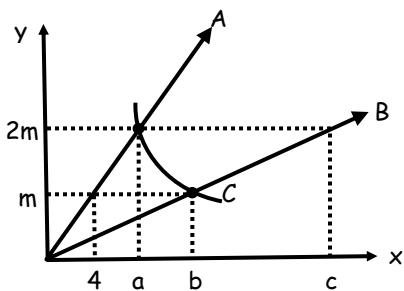
- b) Si  $A$  y  $B$  son magnitudes proporcionales representadas mediante el siguiente gráfico. Calcular " $x$ ".

- a) 14
- b) 12
- c) 16
- d) 18
- e) 20



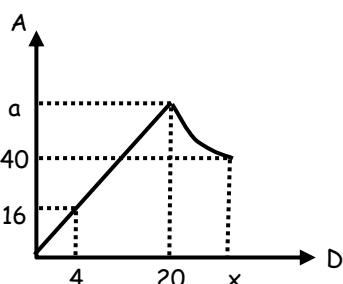
10. a) En el siguiente gráfico  $A$  y  $B$  son rectas y  $C$  es la rama de una hipérbola. Si:  $a + b + c + m = 60$ . Hallar " $m$ ".

- a) 2
- b) 4
- c) 6
- d) 7
- e) N.A.



- b) Si  $A$  y  $D$  son magnitudes proporcionales representadas mediante el siguiente gráfico. Calcular " $x$ ".

- a) 50
- b) 30
- c) 20
- d) 40
- e) 60



11. a) Repartir 6000 en forma I.P. a los números: 2; 3 y 6 dar la parte intermedia.

Rpta.: .....

- b) Repartir 1800 en partes D.P. a los números 2; 3 y 4. Dar la menor parte.

- a) 400
- b) 200
- c) 300
- d) 800
- e) N.A.

12. a) Dividir el número 410 en partes I.P. a  $\frac{2}{3}$ ; 6 y  $\frac{11}{9}$ . Hallar la parte mayor.

Rpta.: .....

- b) Repartir S/. 9000 en forma I.P. a los números  $\frac{1}{20}$ ;  $\frac{1}{30}$ ;  $\frac{1}{40}$ . Dar como respuesta la parte intermedia.

- a) S/. 2000
- b) S/. 3000
- c) S/. 4000
- d) S/. 5000
- e) N.A.

13. a) Dividir 400 directamente proporcional a  $\sqrt{12}$ ,  $\sqrt{75}$ ,  $\sqrt{147}$ , y  $\sqrt{363}$ . Dar como respuesta la suma de las 2 menores partes.

Rpta.: .....

- b) Repartir 36 en partes proporcionales a  $\sqrt{28}$ ,  $\sqrt{63}$ ,  $\sqrt{343}$  y dar como respuesta la mayor de las partes.

- a) 15
- b) 18
- c) 6
- d) 9
- e) 21

14. a) Repartir S/. 2712 entre 3 personas de modo que la parte de la primera sea a la segunda como 8 es a 5 y que la parte de la segunda sea a la de la tercera como 6 es a 7. Hallar la diferencia entre la mayor y menor de las partes.

Rpta.: .....

- b) Repartir S/. 3936 entre 3 personas de modo que la parte de la primera sea a la segunda como 7 es a 6 y que la segunda sea a la de la tercera como 4 es a 5. Hallar la parte intermedia.

- a) S/. 1344
- b) S/. 1152
- c) S/. 1536
- d) S/. 1056
- e) S/. 1440

15. a) Repartir S/. 4536 en 4 partes cuyos cuadrados sean directamente proporcionales a: 20; 45; 80; 125. ¿Cuál es la mayor cantidad repartida?

Rpta.: .....

b) Al repartir 42 900 en 3 partes; tales que los cuadrados de dichas partes son inversamente proporcionales a: 75; 147 y 243. Dar como respuesta la menor cantidad repartida.

- a) 18 900      b) 10 500      c) 13 500  
d) 10 800      e) 10 000

16. a) Al repartir una cantidad en forma I.P. a 1 y 2 y a la vez también I.P. a  $1/6$  y 1 se obtuvo que la parte menor fue S/. 7 200. ¿Cuál fue la cantidad repartida?

Rpta.: .....

b) Se reparte una cantidad en forma D.P. a 7 y 12 y a la vez I.P. a 10 y 15; además se obtuvo que la parte menor resulta ser S/. 5 600. ¿Cuál fue la cantidad repartida?

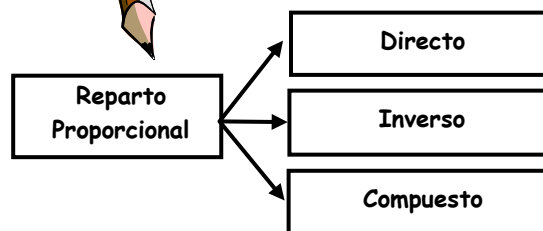
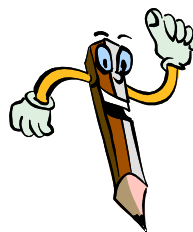
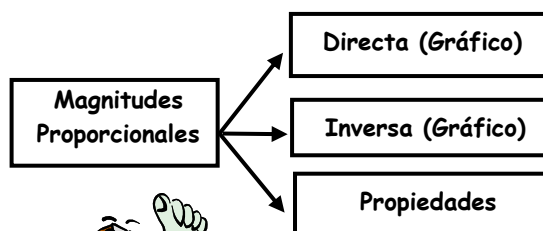
- a) 15 000      b) 12 000      c) 18 000  
d) 9 000      e) 64 000

17. Tres ciclistas deben recorrer una distancia y se ponen de acuerdo para distribuirse S/. 94500 en forma directamente proporcional a sus velocidades. Efectuando el recorrido resulto que el primero tardo 3 horas, el segundo 5 horas y el tercero 6 horas. ¿Cuánto recibió el más veloz?

- a) S/. 35 000      b) 55 000      c) 40 500  
d) 45 000      e) 50 500

18. Las edades de siete hermanos son números consecutivos, si se reparte una suma de dinero proporcionalmente a sus edades, el menor recibe la mitad del mayor y el tercero 80 000. ¿Cuánto recibe el quinto si el primero es el mayor?

- a) 64 000      b) 60 000      c) 56 000  
d) 54 000      e) 81 000



## Tarea Domiciliaria

1. Repartir S/. 1600 D.P. a 1, 4, 5 y 6. Dar como respuesta la parte mayor.

- a) 500      b) 600      c) 700  
d) 604      e) 720

2. Repartir S/. 4 950 en forma I.P a 12, 18 y 6. Indicar la mayor parte.

- a) 500      b) 600      c) 700  
d) 604      e) N.A.

3. Al repartir una cantidad en forma D.P. a 36, 60 y 45 e I.P. a 16, 24 y 60. Se observo que la diferencia entre el mayor y menor de las partes es 5600. La suma de cifras de la cantidad repartida es:

- a) 14      b) 15      c) 16  
d) 17      e) 18

4. Al repartir una cantidad en forma D.P. a 10, 35 y 45 y a la vez I.P. de  $1/4$ ,  $3/2$  y  $5/2$ , se obtuvo que la parte mayor resulto ser S/. 3000, ¿Cuál fue la cantidad menor?

- a) 6 000      b) 4 000      c) 2 400  
d) 6 100      e) 5 400

5. Se divide el número 747 en tres partes tales que sus raíces cuadradas sean proporcionales a los números 3, 5 y 7. La suma de los dígitos de la parte menor es:

- a) 9                      b) 8                      c) 7  
d) 6                      e) 5

6. Las edades de 4 hermanos son cantidades enteras y consecutivas. Se reparte una suma de dinero proporcionalmente a sus edades de tal manera que el menor recibe los  $\frac{4}{5}$  del mayor. ¿Cuánto recibe el mayor, si el segundo recibe S/. 140?

- a) S/. 100                  b) 110                  c) 120  
d) 150                    e) 140

7. Repartir 93 000 en tres partes tales que la primera sea a la segunda como 2 es a 3 y que la segunda sea a la tercera como 2 es a 7. ¿Cuál es la menor de ellos?

- a) 12 000                  b) 18 000                  c) 63 000  
d) 15 000                  e) 21 000

8. Si  $\sqrt[3]{A}$  es D.P. a  $M$  y  $P^2$  y cuando  $A = 1$ ;  $M = 20$  y  $P = 3$ . Calcular el valor de  $M$  cuando  $A = 8$  y  $P = 6$ .

- a) 2                      b) 4                      c) 12  
d) 10                    e) 8

9. Se tienen 3 magnitudes  $A$ ,  $B$  y  $C$  tales que  $A$  es D.P. a  $C$  a I.P. a  $\sqrt{B}$ . Hallar  $A$  cuando  $B = C^2$  sabiendo que  $A = 10$ ,  $B = 144$  y  $C = 15$ .

- a) 4                      b) 8                      c) 12  
d) 16                    e) 15

10. Una rueda  $A$  de 90 dientes engrana con otra rueda  $B$  de 60 dientes y fija al eje  $B$  hay otra rueda  $C$  de 15 dientes con la cual engrana una rueda  $D$  de 45 dientes. Si la rueda  $A$  da 10 R.P.M. ¿Qué tiempo empleo la rueda  $D$  en dar 500 revoluciones?

- a) 110 min                  b) 200                      c) 100  
d) 170                      e) 50

11. Dos veteranos de guerra tienen concedidas pensiones que son D.P. a las raíces cuadradas del número de balazos que recibieron. Si el primero recibió 24 balazos más que el segundo y las pensiones están en la relación de 91 a 65. ¿Cuántos balazos recibió el segundo?

- a) 25                      b) 20                      c) 15  
d) 27                      e) 30

12. El peso "w" de un cilindro varía proporcionalmente a su altura "h" y al cuadrado del diámetro "d" de su base. ¿Cuál es la suma de números con que se llenará los espacios en blanco de la siguiente tabla?

w	25		7,2
h	2,5	4	2
d	2	0,6	

- a) 4,80                      b) 5,04                      c) 6,80  
d) 7,20                      e) 7,44

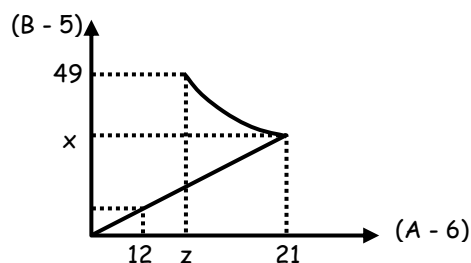
13. El costo de un terreno es I.P. al cuadrado de la distancia que lo separa de Lima y D.P. a su área. Un cierto terreno cuesta 500 mil soles y otro terreno de doble área y situado a una distancia cuádruple que la anterior costará:

- a) S/. 250 000                  d) S/. 500 000  
b) S/. 375 000                  e) N.A.  
c) S/. 450 000

14. El sueldo de un empleado es directamente proporcional a su rendimiento e inversamente proporcional al número de días que ha faltado a trabajar. Si Juan tuvo un sueldo mensual de S/. 600 y su rendimiento es como 5 y faltó 4 días entonces. ¿Cuál es el sueldo de Carlos, su rendimiento es como 8 y falta 3 días?

- a) S/. 960                      d) S/. 1 440  
b) S/. 1 080                      e) S/. 980  
c) S/. 1 280

15. Hallar  $(x + y + z)$  del siguiente gráfico y de la tabla.



A	18	27	a
B	25	y	54

- a) 39                      b) 90                      c) 50  
d) 60                      e) 40

# POLINOMIOS ESPECIALES

Los coeficientes han de ser considerados con el signo que los precede.



Para entender bien los polinomios especiales debemos tener presente lo siguiente:

## IGUALDAD, EQUIVALENCIA O IDENTIDAD DE POLINOMIOS

Se dice que dos polinomios son idénticos ( $\equiv$ ) cuando ambos poseen siempre el mismo valor numérico.

La igualdad:  $5x^2 - 3x + 1 = 5x^2 - 3x + 1$ ; es una identidad porque los VN de ambos polinomios son iguales.

$$\Rightarrow 5x^2 - 3x + 1 \equiv 5x^2 - 3x + 1$$

## CARACTERÍSTICAS DE LA IDENTIDAD

- Tienen variables por lo cual se usa el símbolo ( $\equiv$ ).
- Tienen los mismos coeficientes.
- Tienen el mismo grado.

## POLINOMIOS ESPECIALES

↳ P. Homogéneo. - Aquel en donde todos los términos tienen igual grado.

Ejm.:  $x^6y^4 - 5x^9y + 7x^5y^5 - y^{10}$

$\downarrow$        $\downarrow$        $\downarrow$        $\downarrow$   
 6    4    9    1    5    5    10

↳ P. Ordenado. - Aquel en donde los exponentes de las variables se ubican en un mismo sentido.

Ejm.:  $2x^{14} - 3x^9 + x^7 + x^2 + 5$  → Ordenado en forma \_\_\_\_\_

↳ P. Completo. - Aquel en donde se encuentran todos los exponentes de la variable desde el mayor hasta el grado cero (llamado término independiente).

Ejm.:  $P(x) = x^3 + 7 - x^2 + 4x^5 - x^4 + 5x$

↳ Término Independiente

↳ P. Idénticamente Nulo. - Es aquel en donde el VN del polinomio es siempre igual a cero.

Ejm.:  $0x + 0 \equiv 0$

Para cualquier valor de "x" el VN es igual a cero.

∴ Si:  $ax^2 + bx + c \equiv 0$

Se cumplirá que:  $a = 0$ ;  $b = 0$ ;  $c = 0$

En un polinomio completo y de una sola variable se cumplirá lo siguiente:  
# de términos = Grado + 1



Ejm.:

$$x^4 + x - 3x^2 + x^3 - 8$$

Grado = 4

# de Términos = 5

**EJERCICIOS DE APLICACIÓN**

1. Calcular la suma de coeficientes del polinomio:

$$P(x, y) = a^2x^{a+7} - bx^ay^b + aby^{b+4}$$

Sabiendo que es homogéneo:

- a) 35                      b) 36                      c) 37  
d) 38                      e) 39

2. Hallar la suma de coeficientes del siguiente polinomio homogéneo:

$$P(x, y, z) = 2ax^ay^bz^c + 2bx^by^az^8 + 7cx^4y^6z^3$$

- a) 66                      b) 56                      c) 16  
d) 46                      e) N.A.

3. Determinar  $(m + n + p)$ , sabiendo que el polinomio:

$$P(x, y) = 15x^{m+2}y^n - 6x^{n+1}y^2 - 3x^{2p}y^q + x^{q-1}y^5$$

Es homogéneo de grado 7.

- a) 23                      b) 15                      c) 8  
d) 18                      e) 7

4. Hallar  $(m + n + p)$  si se sabe que el polinomio:

$$P(x) = x^{m-10} + 3x^{m-n+15} + 2x^{p-n+6}$$

Es completo y ordenado descendientemente.

- a) 10                      b) 30                      c) 39  
d) 58                      e) 12

5. Si:  $P(x) = x^{a+b} + 2x^{b+c} + 3x^{c+d} + 4x^{d+4}$   
Es completo y ordenado ascendientemente.  
Calcular:  $abcd$

- a) -12                      b) 12                      c) -6  
d) 6                      e) -3

6. Dado el polinomio:

$$P(x) = (n-1)x^{n-1} + (n-2)x^{n-2} + (2p+1)x^{q-3} + (q+1)x^{p+1} - 1$$

Es completo y ordenado, la suma de sus coeficientes es:

- a) 13                      b) 10                      c) 9  
d) 12                      e) 8

7. Calcular la suma de coeficientes del siguiente polinomio completo y ordenado:

$$P(x) = ax^a + (a+2)x^2 - (a-1)x + (a+3)x^{a-3}$$

- a) 12                      b) 11                      c) 10  
d) 9                      e) 8

8. Determinar:  $E = \frac{p+1}{q}$ ; sabiendo que la

igualdad se cumple para todo valor de "x":  
 $27 - 6x = p(x-2) + q(x+1)$

- a) 0                      b) -6                      c) 4  
d) -2                      e) -8

9. Si:  $a(x+4) + b(x-3) \equiv 4x+9$

Calcular:  $a^2 - b^2$

- a) 3                      b) 6                      c) 7  
d) 8                      e) 5

10. Si el polinomio:

$$P(x) = 18x^{a-8} + 32x^{a-b+15} + 18x^{c-b+16}$$

Es completo y ordenado en forma ascendente.

Calcular: "a + b + c"

- a) 18                      b) 32                      c) 36  
d) 68                      e) 92

11. Si:  $a(x+5)^2 - b(x-5)^2 \equiv 3(x+5)^2 + 4(2a+b)x$

Calcular: "a + b"

- a) 3                      b) 6                      c) 9  
d) 12                      e) 15

12. Hallar:  $(m + n - 2p)$  en:

$$(m-n-2)x^8 + (m+n-5)x^4 + (p-1) \equiv 0$$

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
d) 4                      e) 7

13. Si el polinomio:

$$3ax^2 + 8bx + 3a + 2bx^2 + 12ax + 6$$

Es idénticamente nulo, calcular:  $(2a - 3b)$

- a) -12                      b) -10                      c) -13  
d) 12                      e) 13

14. Determinar el valor de "a" para que los polinomios:

$$P(x) = x^4 + 2x^3 - 16x - 16$$

$$Q(x) = x^2(x^2 + x - a)^2 + b(x^2 + x)^2 - a(x+2)^2$$

Sean idénticos :

- a) 2                      b) 4                      c) 6  
d) 1                      e) 3

15. En cuanto excede la suma de coeficientes al grado del siguiente polinomio homogéneo:

$$P(x, y) = ax^{a^b} + by^{12}x^{\sqrt{a-b}} + x^3y^{13} + y^{b^a}$$

- a) 2                      b) -4                      c) -8  
d) -10                      e) -12

**TAREA DOMICILIARIA N° 2**

- Hallar "a<sup>2</sup> + b" sabiendo que:  

$$P(x,y) = x^{a-2b}y^{a+b} - 15x^b y^{2b-a} + 2x^{a-b}y^8$$
 Es un polinomio homogéneo.  
 a) 70                      b) 100                      c) 160  
 d) 200                      e) 240
- Calcular "a + b + c" si el polinomio:  

$$P(x, y) = x^{a+3}y^2 + 5x^{b-5}y + 6x^8y^{c+4} + x^{10}y^9$$
 Es homogéneo:  
 a) 44                      b) 43                      c) 42  
 d) 41                      e) 40
- Hallar el valor de "m" si el polinomio:  

$$P(x,y) = 2x^{2m-5}y^{4n} + 3x^{2m-4n}y^3 + x^4y^9$$
 Es homogéneo:  
 a) 2                      b) 3                      c) 5  
 d) 7                      e) 12
- Si el polinomio:  

$$P(x) = 2x^{a+7} - 5x^{2a-b+10} + 3x^{c+b-4}$$
 Es completo y ordenado descendientemente, hallar: (a + b + c)  
 a) 0                      b) 1                      c) -1  
 d) 2                      e) 7
- Si el polinomio completo:  

$$a + 2b - c + x^{a+b} + ax^{a+c} - x^{a-5}$$
 Esta ordenado. Entonces la suma de sus coeficientes será:  
 a) 4                      b) 8                      c) 18  
 d) 19                      e) N.A.
- Si el polinomio:  

$$3x^4 - 2x^{m+n} - 4x^2 + 8x - x^{m-2n}$$
 Es completo y ordenado.  
 Hallar el valor de "m - n"  
 a) 3                      b) 2                      c) 1  
 d) 5                      e) N.A.
- Si el siguiente polinomio de 14 términos es completo y ordenado:  

$$P(x) = x^{n+4} + \dots + x^{a-1} + x^{a-2} + x^{a-3}$$
 Calcular: "a + n"  
 a) 3                      b) 9                      c) -4  
 d) 16                      e) 12

- Si:  $(3a + 2b)x^2 + (5a - 6b) \equiv 3x^2 - 7$   
 Hallar: 8a - 4b  
 a) 1                      b) 4                      c) -4  
 d) -5                      e) -1
- Hallar (p - q) si se cumple que:  

$$8x + 27 \equiv p(x + 4) + q(2x + 3)$$
  
 a) 7                      b) 5                      c) 1  
 d) 3                      e) 4
- Si el polinomio:  

$$P(x) = 3x^{3a-9} + x^{a+b-3} + 6(x^2)^{4b+a-c}$$
 Es completo y ordenado crecientemente.  
 Calcular: "a + b + c"  
 a) 1                      b) 3                      c) 6  
 d) 10                      e) 15
- Hallar el valor de (I + V + A + N)  
 Si los polinomios son idénticos:  

$$6x^2 + 15x + 24 \equiv I(x + A)^2 + 3(x + V + N)$$
  
 a) 12                      b) 13                      c) 14  
 d) 17                      e) 18
- Si el polinomio:  

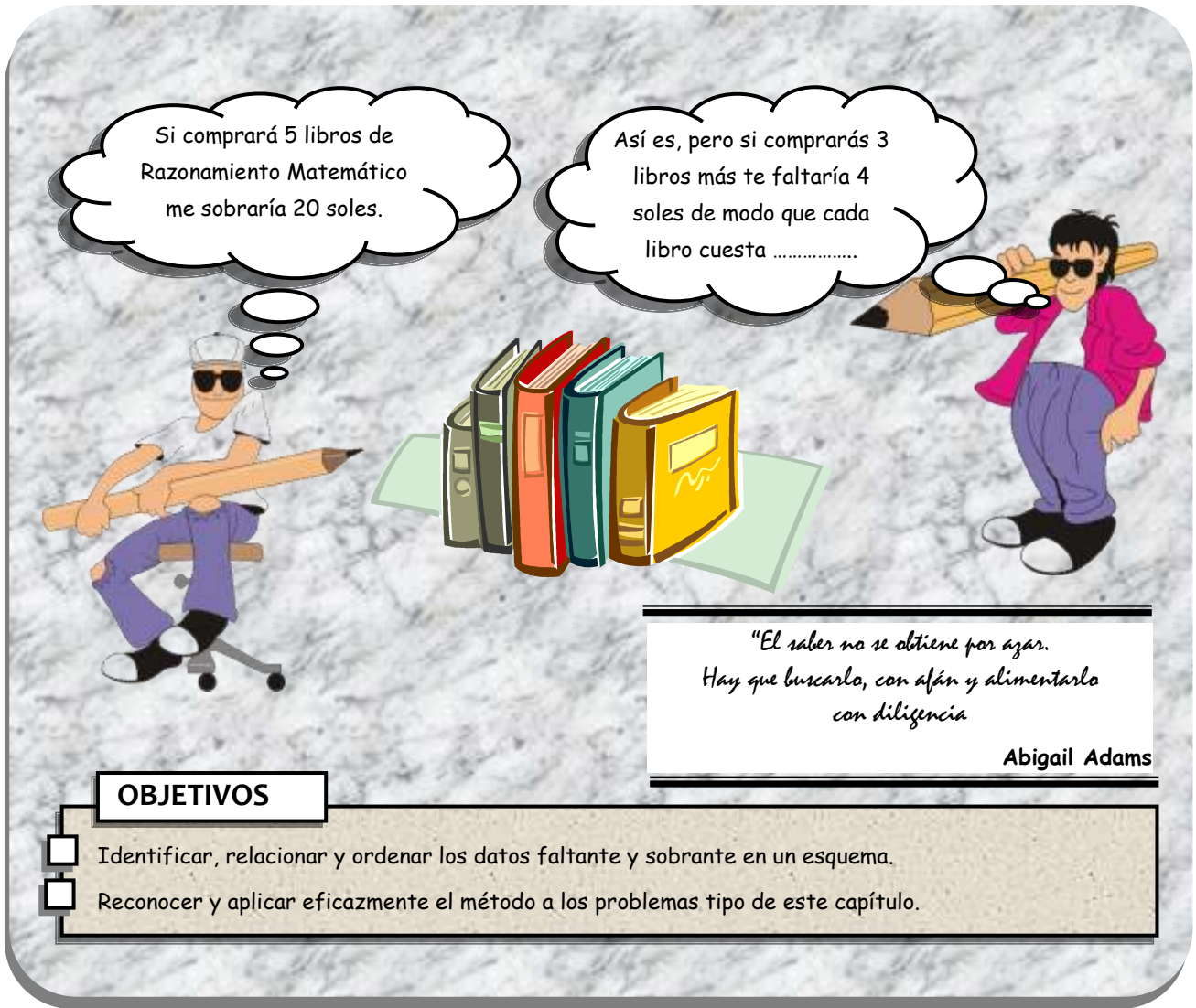
$$P(x) = (a + b - 2)x^3 + (a + c - 3)x + (b + c - 5)$$
 Se anula para cualquier valor de "x".  
 Calcular: "a + b + c"  
 a) 2                      b) 3                      c) 4  
 d) 5                      e) 7
- El polinomio:  

$$P(x, y) = mx^2y + nx^2y - 4x^2y + mxy - xy - nxy$$
 Es idénticamente nulo. Hallar: 4mn  
 a) 15                      b) 3                      c) 2  
 d) 4                      e) N.A.
- Hallar: (A + B + C) en:  

$$A(x + 1)(x - 1) + Bx(x + 1) + Cx(x - 1) \equiv 6x^2 + x - 3$$
  
 a) 1                      b) 2                      c) 3  
 d) 4                      e) 6
- Hallar la suma de coeficientes de:  

$$P(x,y,z) = a^3x^{a^b} - b^2y^{b^a} + abz^{a^{a-b}}$$
 Si el polinomio es homogéneo.  
 a) 70                      b) 68                      c) 10  
 d) 73                      e) 74

# MÉTODOS DE LAS DIFERENCIAS (Rectángulo)



Si compraré 5 libros de Razonamiento Matemático me sobraría 20 soles.

Así es, pero si comprarás 3 libros más te faltaría 4 soles de modo que cada libro cuesta .....

*"El saber no se obtiene por azar. Hay que buscarlo, con afán y alimentarlo con diligencia"*

Abigail Adams

**OBJETIVOS**

- Identificar, relacionar y ordenar los datos faltante y sobrante en un esquema.
- Reconocer y aplicar eficazmente el método a los problemas tipo de este capítulo.



● ¿Cuándo se aplica?

● ¿Cómo se aplica?

## ¡Ahora hazlo tú solo!

Leo razona así: "Si compraré 7 chocolates me faltaría 1 sol, pero si comprara sólo 5 chocolates me sobraría 3 soles". ¿Cuánto cuesta cada chocolate?.



1. Si Leonel compra 5 helados le sobra 3 soles; pero si quiere comprar 8 helados le faltan 9 soles. ¿Cuánto cuesta cada helado?
  - a) S/.1
  - b) S/.2
  - c) S/.3
  - d) S/.4
  - e) S/.5
2. Si doy 5 caramelos a cada uno de mis hermanos sobran 6 caramelos; pero si doy 2 más a cada uno, faltan 8 caramelos. ¿Cuántos hermanos somos?
  - a) 5
  - b) 6
  - c) 7
  - d) 8
  - e) 9
3. Diana al comprar 10 plátanos, le sobran S/.15; pero al adquirir 14 plátanos, le faltarían S/.9. ¿Cuánto cuesta cada plátano?
  - a) S/.2
  - b) S/.3
  - c) S/.4
  - d) S/.5
  - e) S/.6
4. Gian Marco pensó comprar 8 camisas y entonces le sobra 360 soles, pero si comprara 12 camisas le faltarían 80 soles. ¿Cuánto cuesta cada camisa?
  - a) S/.50
  - b) S/.60
  - c) S/.70
  - d) S/.80
  - e) S/.90
5. Un estudiante dice : "Para comprar una docena de lapiceros me faltan S/.15, pero si compro 8 lapiceros me sobran S/.3. ¿Cuánto cuesta cada lapicero y cuánto es lo que tiene?
  - a) S/.4 y S/.39
  - b) S/.4,5 y S/.39
  - c) S/.4 y S/.36
  - d) S/.4,5 y S/.3
  - e) N.A.
6. Jessica quiere repartir cierto número de caramelos a sus hermanos. Si les da 5 caramelos a cada uno le sobraría 15; pero si les da 12 caramelos a cada uno le faltarían 20 caramelos. ¿Cuántos caramelos tiene?
  - a) 20
  - b) 30
  - c) 25
  - d) 35
  - e) 40
7. Un empresario decía : "Si le pago S/.15 a cada uno de mis empleados, me faltarían S/.50; pero si sólo les pago S/.10, me sobrarían S/.30. ¿Cuántos empleados tengo?
  - a) 15
  - b) 16
  - c) 17
  - d) 18
  - e) 19
8. Un tío reparte propina entre sus sobrinos. Si les da 3 soles a cada uno, le sobrarían 8 soles, y si les da 7 soles a cada uno, le faltarían 12 soles. ¿Cuántos sobrinos tiene?
  - a) 3
  - b) 4
  - c) 5
  - d) 6
  - e) 7
9. Se realizó una colecta para obsequiarle un pantalón a la tutora el día de su cumpleaños. Si cada alumno colabora con 5 soles sobrarían 50 soles, pero si cada uno de ellos diera 3 soles, faltarían 30 soles. ¿Cuánto costo el pantalón?
  - a) S/.120
  - b) S/.90
  - c) S/.150
  - d) S/.110
  - e) S/.140
10. En el problema anterior, ¿Cuántos alumnos hay en el salón?
  - a) S/.30
  - b) S/.35
  - c) S/.40
  - d) S/.45
  - e) S/.50
11. Un carpintero pensó comprar 12 martillos pero observó que le sobrarían 80 soles y si compra 15 martillos, también le sobrarían 50 soles. ¿Cuánto cuesta cada martillo?
  - a) S/.10
  - b) S/.8
  - c) S/.12
  - d) S/.9
  - e) S/.14
12. En el problema anterior, ¿de cuánto dinero disponía el carpintero?
  - a) S/.100
  - b) S/.150
  - c) S/.200
  - d) S/.250
  - e) S/.300
13. Si comprase 13 CDs me faltarían 20 soles y si comprase 9 CDs me sobrarían 20 soles. ¿Cuánto cuesta cada CD?
  - a) S/.25
  - b) S/.10
  - c) S/.12
  - d) S/.15
  - e) S/.20



14. Carla dice : "Si compro 7 pelotas me faltan 75 soles, pero si sólo compro 5 pelotas me faltan 25 soles. ¿Cuánto cuesta cada pelota?.

- a) S/.15                      b) S/.12                      c) S/.25  
 d) S/.30                      e) S/.35

15. En el problema anterior. ¿De qué suma disponía Carla?.

- a) S/.150                      b) 120                      c) S/.100  
 d) S/.110                      e) S/.130

16. Un gerente quiere premiar a algunos de sus empleados, dando 50 soles a cada uno le faltarían 180 soles y dándoles 20 soles le sobrarían 120 soles. Dar la suma del número de empleados y el número total de soles.

- a) 120                      b) 320                      c) 520  
 d) 330                      e) 400

17. Para ganar \$300 en la rifa de un cuadro, se imprimieron 200 boletos, sin embargo; sólo se vendieron 120 boletos, originándose una pérdida de \$20. ¿A cuánto se vendió cada boleto?.

- a) \$1                      b) \$2                      c) \$3  
 d) \$4                      e) \$5

18. En el problema anterior. ¿Cuánto cuesta el cuadro?.

- a) \$300                      b) \$400                      c) \$500  
 d) \$600                      e) \$700

19. Para rifar una bicicleta se imprimieron cierto número de boletos. Si se vende cada uno en S/.3 se pierde S/.50 y si se vende a S/.5 cada uno se gana S/.250. ¿Cuántos boletos se imprimieron?.

- a) 100                      b) 120                      c) 150  
 d) 90                      e) 80

20. La tutora al acomodar a los alumnos en el aula trata de razonar de la siguiente forma : "Si a los alumnos los hago sentar de 2 en 2 me sobran 5 alumnos, pero si les hago sentar de 3 en 3 me sobrarían 5 carpetas. ¿Cuántas carpetas hay en el salón?.

- a) 18                      b) 20                      c) 25  
 d) 30                      e) 32



1. Cuando Karen compró 5 galletas le sobró 5 soles, en cambio si hubiera comprado 9 galletas le hubiera faltado 3 soles. ¿Cuánto cuesta cada galleta?.

- a) S/.1                      b) S/.2                      c) S/.3  
 d) S/.4                      e) S/.5

2. Leonel razona así : Si doy 3 rosas a cada una de mis amigas sobran 3 rosas; pero si doy 3 más a cada una, faltan 9 rosas. ¿Cuántas amigas tiene Leonel?.

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
 d) 4                      e) 5

3. Un sastre pensó comprar 4 tijeras pero observo que le sobrarían 4 soles y si comprara 2 tijeras más le faltaría 6 soles. ¿De cuánto dinero dispone?.

- a) S/.20                      b) S/.24                      c) S/.30  
 d) S/.32                      e) S/.28

4. Si se vende cierta cantidad de libros a 15 soles cada uno, se obtendría como ganancia 150 soles y si lo vendemos a 12 soles se ganaría sólo 60 soles. ¿Cuántos libros se tiene para la venta?.

- a) 20                      b) 25                      c) 30  
 d) 35                      e) 40

5. Luis Miguel al comprar 9 polos, le sobran 80 soles; pero para adquirir 15 polos le faltarían 70 soles. ¿De cuánto dinero disponía?.

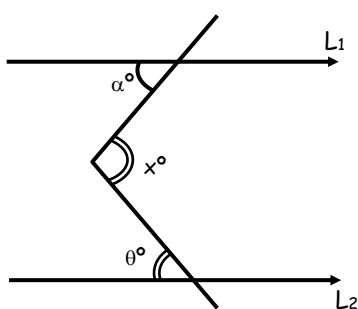
- a) S/.175                      b) S/.205                      c) S/.325  
 d) S/.305                      e) S/.375

6. Se organiza una función de teatro en nuestro Colegio. Si el señor Quiroz paga S/.5 por cada entrada le sobrarían S/.11 y si paga S/.2 por cada entrada le sobrarían S/.47. ¿Cuántas entradas compró?.

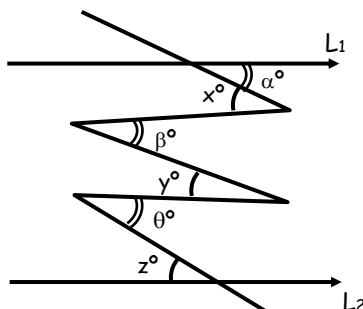
- a) 10                      b) 8                      c) 11  
 d) 9                        e) 12
7. Un tío quiere compartir entre sus sobrinos cierto número de caramelos. Si les da 5 caramelos a cada uno le sobran 15 y si les da 8 caramelos a cada uno le falta 6 caramelos. ¿Cuál es el número de sobrinos?
- a) 5                        b) 6                      c) 7  
 d) 8                        e) 9
8. Si compro libros de 15 soles cada uno me sobran 20 soles; pero si compro el mismo número de libros a 20 soles cada uno me faltan 40 soles. ¿Cuánto es mi dinero?
- a) S/.200                b) S/.180                c) S/.240  
 d) S/.220                e) S/.160
9. Fabian pensó comprar 10 lapiceros y observo que le sobraría 20 soles, pero si compra 18 lapiceros entonces le faltaría 4 soles. ¿Cuánto cuesta cada lapicero?
- a) S/.1                    b) S/.2                    c) S/.3  
 d) S/.4                    e) S/.5
10. En el problema anterior, ¿De qué suma disponía Fabian?
- a) S/.42                    b) S/.45                    c) S/.48  
 d) S/.50                    e) S/.60
11. Angie dice : "Al comprar 6 litros de Yogurt me sobran 4 soles y me faltan 2 soles para comprar uno mas". ¿Cuánto cuesta el litro de Yogurt?
- a) S/.5                    b) S/.6                    c) S/.7  
 d) S/.8                    e) S/.9
12. Del problema anterior, ¿De qué suma disponía Angie?
- a) S/.50                    b) S/.45                    c) S/.60  
 d) S/.40                    e) S/.48
13. Coco invita al cine a su enamorada y sus cuñados. Si quieren sacar entradas de S/.10, Coco dice que le sobraría S/.40, pero si quieren sacar entradas de S/.15 su enamorada le dice que le sobraría S/.10. ¿Cuántos cuñados tiene Coco?
- a) 6                        b) 5                        c) 4  
 d) 3                        e) 2
14. En el problema anterior ¿De que suma disponía Coco?
- a) S/.120                b) S/.100                c) S/.150  
 d) S/.80                    e) S/.90
15. Un padre va al cine con sus hijos y al sacar entradas de S/.15 observa que le falta dinero para 2 de ellos, entonces tiene que sacar entradas de S/.10 así entran todos y aún le sobran S/.5 . ¿Cuántos eran los hijos?
- a) 7                        b) 6                        c) 5  
 d) 4                        e) 3
16. Un grupo de palomas se aproxima a un grupo de postes. Si en cada poste se posan 4 palomas resultarían 3 postes sobrantes, en cambio si en cada poste se posan 3 palomas harían falta 3 postes mas. ¿Cuántas son las palomas?
- a) 21                      b) 36                      c) 42  
 d) 72                      e) 84
17. Un profesor distribuye a los alumnos colocando 6 alumnos por carpeta. Si ubicara 2 alumnos en cada carpeta se necesitarían 10 carpetas mas. ¿Cuántas carpetas se iban a utilizar inicialmente?
- a) 4                        b) 5                        c) 6  
 d) 7                        e) 9
18. Para ganar S/.150 en la rifa de un bicicleta; se imprimieron 100 boletos; sin embargo, sólo se vendieron 60 boletos, originándose una pérdida de S/.50. Hallar el precio de la bicicleta.
- a) S/.250                b) S/.300                c) S/.350  
 d) S/.400                e) S/.450
19. Si se vende cierta cantidad de libros a 20 soles cada uno, se obtendría como ganancia 60 soles y si los vendemos a 17 soles se ganaría sólo 24 soles. Calcule el número de libros que se tiene para la venta.
- a) 10                      b) 12                      c) 15  
 d) 16                      e) 18
20. En el problema anterior el costo de cada libro es:
- a) S/.10                    b) S/.15                    c) S/.12  
 d) S/.16                    e) S/.20

# ÁNGULOS ENTRE RECTAS PARALELAS

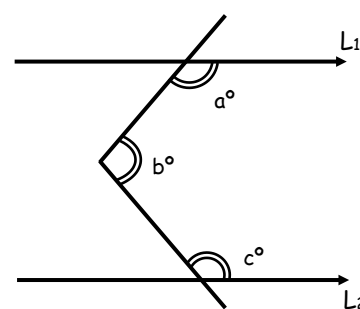
● PROPIEDADES : Si  $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$



$$x^\circ = \alpha^\circ + \theta^\circ$$



$$x^\circ + y^\circ + z^\circ = \alpha^\circ + \beta^\circ + \theta^\circ$$



$$a^\circ + b^\circ + c^\circ = 360^\circ$$

## Sabias que :

**Tales de Mileto (c. 625 - c. 546 a.c).**

Filósofo griego nacido en Mileto (Asia Menor) fue el fundador de "La Filosofía Griega" y esta considerado como uno de los siete sabios de Grecia. Tales llegó a ser famoso por sus conocimientos de astronomía después de predecir el eclipse de sol que ocurrió el 28 de mayo del 585 a.C. Se dice también que introdujo la geometría en Grecia. Según Tales "El principio original de todas las cosas es el agua", de la que todo procede y a la que todo vuelve otra vez.

Antes de Tales, las explicaciones del universo eran mitológicas, y su interés por la sustancia física básica del mundo marca, el nacimiento del cono científico. Tales no dejó escritos; el conocimiento que se tiene de el procede de lo que se cuenta en la Metafísica de Aristóteles.

A tales se le atribuyen cinco teoremas de la Geometría Elemental

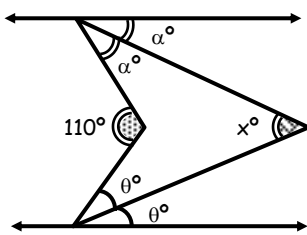
- "Los ángulos de la base de un triángulo Isósceles son iguales".
- Un círculo es bisecado por algún diámetro".
- Los ángulos entre dos líneas rectas que se cortan, son iguales".
- Dos triángulos son congruentes, si ellos tienen dos pares de ángulos y el par de lados iguales.
- Todo ángulo inscrito en una circunferencia es Recto.



**EJERCICIOS DE APLICACIÓN**

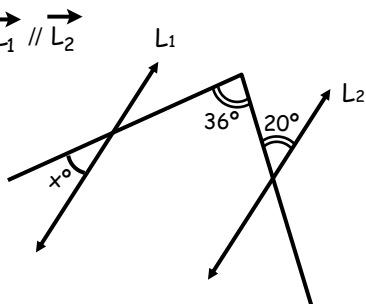
1. Calcular "x". Si:  $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

- a)  $50^\circ$
- b)  $100^\circ$
- c)  $110^\circ$
- d)  $55^\circ$
- e)  $65^\circ$



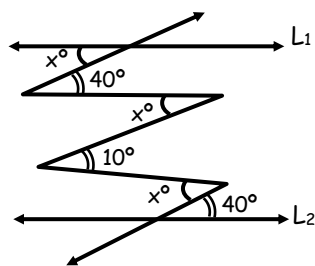
2. Calcular "x";  $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

- a)  $16^\circ$
- b)  $32^\circ$
- c)  $24^\circ$
- d)  $18^\circ$
- e)  $20^\circ$



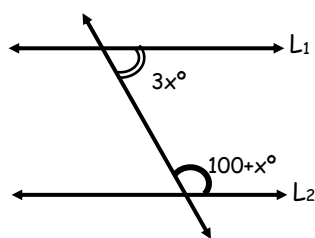
3. Calcular "x".  $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

- a)  $60^\circ$
- b)  $36^\circ$
- c)  $15^\circ$
- d)  $30^\circ$
- e)  $18^\circ$



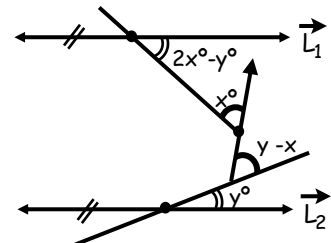
4. Calcular "x",  $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

- a)  $10^\circ$
- b)  $20^\circ$
- c)  $35^\circ$
- d)  $40^\circ$
- e)  $80^\circ$



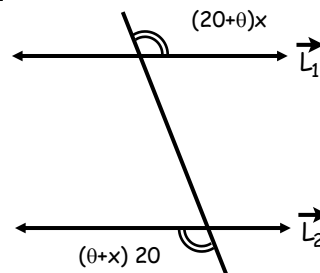
5. Determinar el valor que puede tomar "y"; si "x" toma su mínimo valor entero.

- a)  $88^\circ$
- b)  $104^\circ$
- c)  $64^\circ$
- d)  $62^\circ$
- e)  $84^\circ$



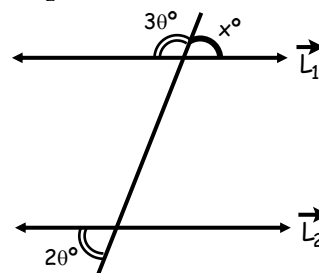
6. Calcular "x"; ( $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$ )

- a) 60
- b) 20
- c) 40
- d) 65
- e) 30



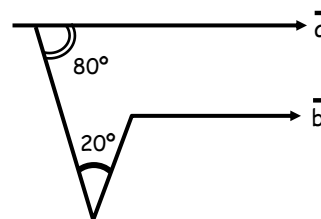
7. Calcular "x"; ( $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$ )

- a)  $54^\circ$
- b)  $36^\circ$
- c)  $64^\circ$
- d)  $72^\circ$
- e)  $108^\circ$



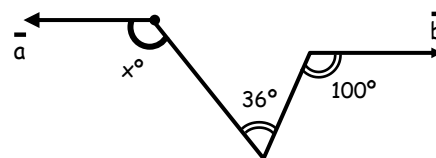
8. Determine "x"; ( $\vec{a} \parallel \vec{b}$ )

- a)  $60^\circ$
- b)  $80^\circ$
- c)  $100^\circ$
- d)  $120^\circ$
- e)  $140^\circ$



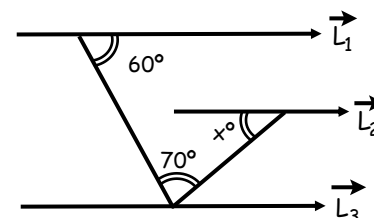
9. Calcular "x"; ( $\vec{a} \parallel \vec{b}$ )

- a) 66
- b) 116
- c) 86
- d) 96
- e) 80



10. Calcular "x";  $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2 \parallel \vec{L}_3$

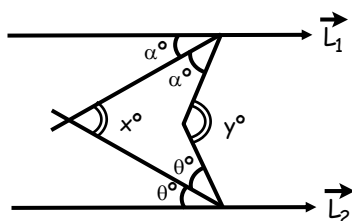
- a)  $50^\circ$
- b)  $30^\circ$
- c)  $60^\circ$
- d)  $80^\circ$
- e)  $70^\circ$



TAREA DOMICILIARIA

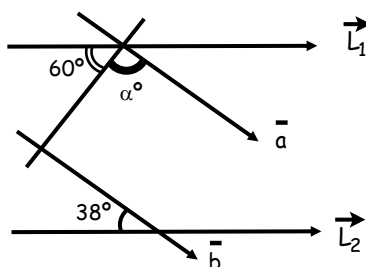
11. Calcular " $\frac{x}{y}$ "; Si:  $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

- a) 0,5
- b) 0,3
- c) 2
- d) 1
- e) 1,5



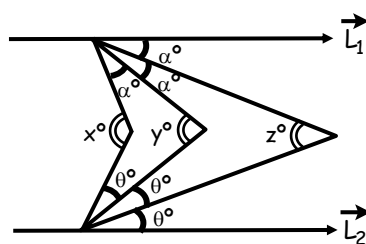
12. Calcular " $\alpha$ "; Si  $(\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2)$  y  $(\vec{a} \parallel \vec{b})$

- a)  $62^\circ$
- b)  $72^\circ$
- c)  $82^\circ$
- d)  $92^\circ$
- e)  $102^\circ$



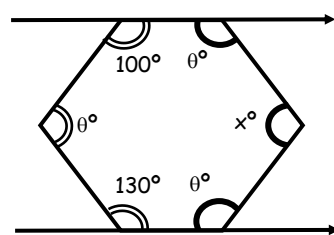
13. Calcular " $\frac{x+y}{z}$ "; Si  $(\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2)$

- a) 5
- b) 4
- c) 3
- d) 2
- e) 1



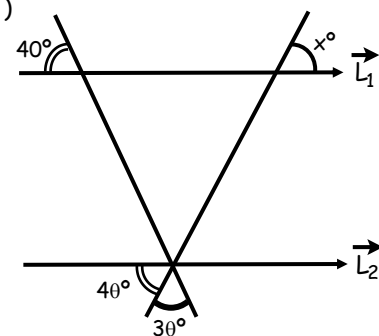
14. Calcular "x";  $(\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2)$

- a)  $100^\circ$
- b) 160
- c) 150
- d) 70
- e) 120



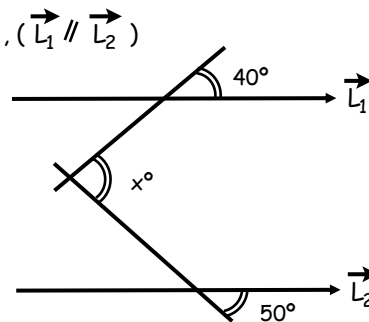
15. Calcular "x"  
Si:  $(\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2)$

- a)  $20^\circ$
- b)  $60^\circ$
- c)  $80^\circ$
- d)  $70^\circ$
- e)  $100^\circ$



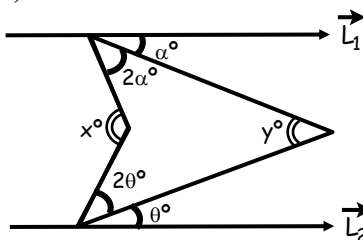
1. Calcular "x",  $(\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2)$

- a)  $50^\circ$
- b)  $60^\circ$
- c)  $75^\circ$
- d)  $90^\circ$
- e)  $45^\circ$



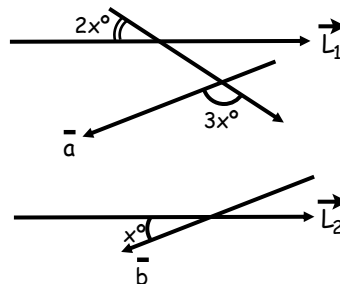
2. Calcular:  $\left(\frac{x}{y}\right)$ ;  $(\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2)$

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d)  $3/2$
- e) 5



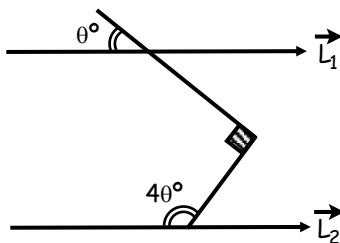
3. Calcular "x";  $(\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2)$  y  $(\vec{a} \parallel \vec{b})$

- a)  $60^\circ$
- b)  $30^\circ$
- c)  $20^\circ$
- d)  $15^\circ$
- e)  $10^\circ$



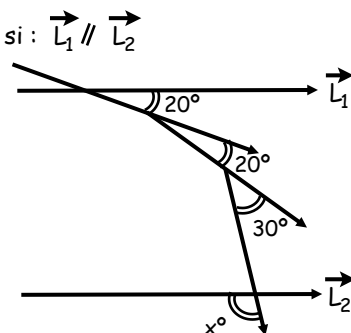
4. Calcular "Q"; Si:  $(\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2)$

- a)  $15^\circ$
- b)  $30^\circ$
- c)  $60^\circ$
- d)  $45^\circ$
- e)  $80^\circ$



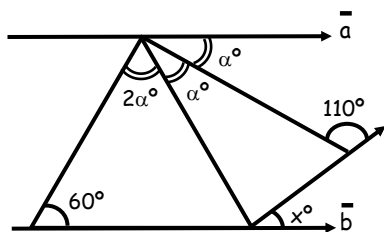
5. Calcular "x", si:  $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

- a)  $100^\circ$
- b)  $150^\circ$
- c)  $110^\circ$
- d)  $120^\circ$
- e)  $105^\circ$



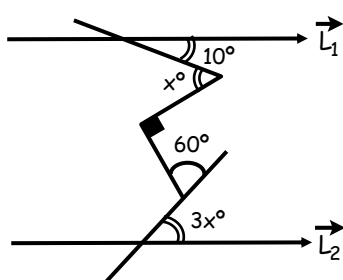
6. Calcular "x", si:  $\vec{a} \parallel \vec{b}$

- a)  $120^\circ$
- b)  $60^\circ$
- c)  $80^\circ$
- d)  $40^\circ$
- e)  $20^\circ$



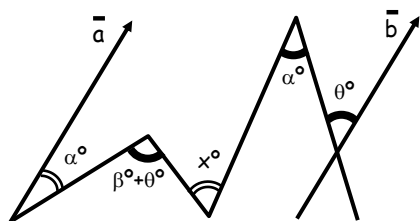
7. Calcular "x";  $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

- a)  $66^\circ$
- b) 25
- c) 15
- d) 60
- e) 10



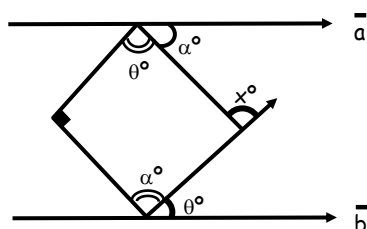
8. Calcular "x"; si:  $\vec{a} \parallel \vec{b}$ :

- a)  $\alpha^\circ$
- b)  $2\alpha^\circ$
- c)  $\beta^\circ$
- d)  $2\beta^\circ$
- e)  $\theta$



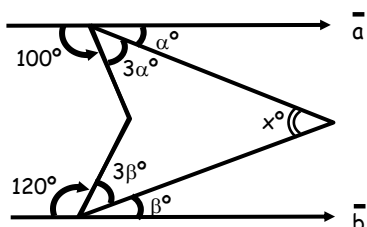
9. Calcular "x";  $\vec{a} \parallel \vec{b}$

- a)  $20^\circ$
- b)  $25^\circ$
- c)  $45^\circ$
- d)  $65^\circ$
- e)  $162,5^\circ$



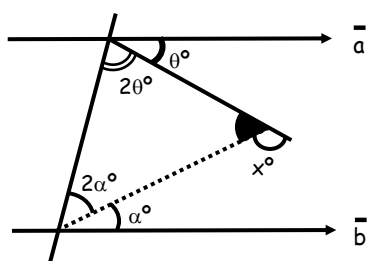
10. Calcular "x";  $\vec{a} \parallel \vec{b}$

- a)  $36^\circ$
- b)  $35^\circ$
- c)  $45^\circ$
- d)  $120^\circ$
- e)  $10^\circ$



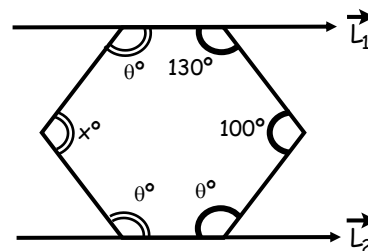
11. Calcular "x",  $\vec{a} \parallel \vec{b}$

- a)  $100^\circ$
- b)  $60^\circ$
- c)  $120^\circ$
- d)  $15^\circ$
- e)  $10^\circ$



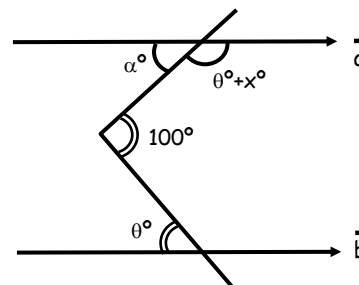
12. Calcular "x",  $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

- a)  $40^\circ$
- b)  $80^\circ$
- c)  $120^\circ$
- d)  $100^\circ$
- e)  $130^\circ$



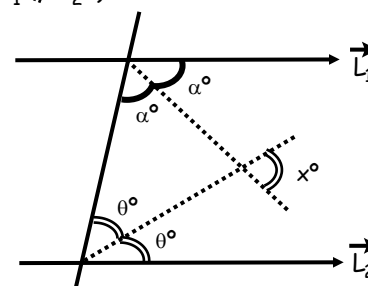
13. Calcular "x"; ( $\vec{a} \parallel \vec{b}$ )

- a)  $60^\circ$
- b)  $40^\circ$
- c)  $20^\circ$
- d)  $80^\circ$
- e)  $100^\circ$



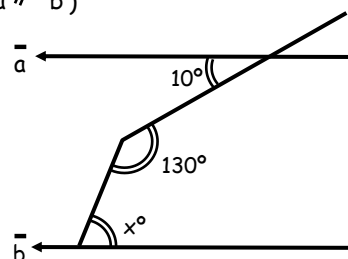
14. Calcular "x"; ( $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$ )

- a)  $60^\circ$
- b)  $45^\circ$
- c)  $90^\circ$
- d)  $36^\circ$
- e)  $18^\circ$



15. Calcular "x" ( $\vec{a} \parallel \vec{b}$ )

- a)  $20^\circ$
- b) 30
- c) 50
- d) 70
- e) 60



# SISTEMAS DE MEDICIÓN ANGULAR

## (Conversión entre Sistemas)

### SISTEMA DE MEDICIÓN

Son las distintas formas o medios para medir ángulos cada una con sus propias reglas y unidades.

Las unidades de medida en cada sistema se crean en forma arbitraria, tal es así que se le puede tomar como unidad de medida un ángulo cuyo arco es equivalente a  $\frac{1}{360}$ ,  $\frac{1}{400}$ , etc. parte de un ángulo de una vuelta.

Por lo expuesto se entiende que existen muchos sistemas para medir ángulos, pero los más usuales o conocidos son tres:

Sistema Sexagesimal

Sistema Centesimal

Sistema Radial

### SISTEMA SEXAGESIMAL (S)

Llamado Sistema Inglés, es aquel que tiene como unidad a:

Un Grado Sexagesimal  $\rightarrow 1^\circ$

Dicho sistema divide al ángulo de una vuelta (1 v) en 360 partes iguales y a cada parte se le denomina  $1^\circ$  por lo tanto:

$$1 \text{ vuelta} = 360^\circ$$

Sus unidades:

$$\square \quad 1 \text{ minuto sexagesimal} \quad \rightarrow \quad 1'$$

$$\square \quad 1 \text{ segundo sexagesimal} \quad \rightarrow \quad 1''$$

Equivalencia:

$$\begin{array}{|c|} \hline 1^\circ = 60' \\ \hline 1' = 60'' \\ \hline \end{array} \quad \rightarrow \quad 1^\circ = 3600''$$



**SISTEMA CENTESIMAL (C)**

Llamado también francés, es aquel que tiene como unidad a:

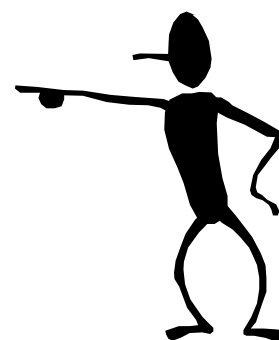
Un Grado Centesimal  $\rightarrow 1^g$

Dicho sistema divide al ángulo de una vuelta (1 v) en 400 partes iguales y a cada parte se le denomina  $1^g$  por lo tanto:

1 vuelta =  $400^g$

Sus unidades:

- 1 minuto centesimal  $\rightarrow 1^m$
- 1 segundo centesimal  $\rightarrow 1^s$



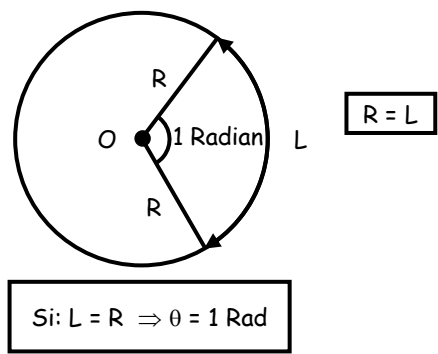
Equivalencia:

$1^g = 100^m$	$\rightarrow$	$1^g = 10\,000^s$
$1^m = 100^s$		

**SISTEMA RADIAL O CIRCULAR (R)**

También llamado circular o internacional es aquel que tiene como unidad a un radian (1 rad).

**1 Radian (1 Rad).** - Se define así a la medida del ángulo central que subtiende en cualquier circunferencia un arco de longitud igual al radio.



Luego:

1 vuelta =  $2\pi\text{rad}$

Obs.  $\pi$  (Pi) = 3,141592654.....

Pero el valor de  $\pi$  se le atribuye valores aproximados como:

$\pi = 3,14$  ó  $\pi = \frac{22}{7}$

**NOTA:** Evolución de Pi ( $\pi$ ) a través del tiempo.

PERSONA/PUEBLO	AÑO	VALOR
Biblia	550 A.C.	3
Egipto	2 000 A.C.	3,1605
Ptolomeo	200 A.C.	$\frac{377}{120}$
Cheng Huing	300 A.C.	$\sqrt{10}$
Aryabhata	500	3,1416
Fibonacci	1220	3,141818
Machin	1706	100 decimales
Lambert	1766	Nombro a Pi irracional
Lindeman	1882	Nombro a Pi trascendente
IBM 7090	1961	100,000 decimales
CRAY - 2(Canadá)	1987	100,000 000 decimales
Univ. de Tokio	1995	4 294 960 000 decimales

**EQUIVALENCIAS ENTRE LOS 2 SISTEMAS**

$9^\circ = 10^g$	$\pi \text{rad} = 180^\circ$	$\pi \text{rad} = 200^g$
------------------	------------------------------	--------------------------

$1 \text{ vuelta} = 360^\circ = 400^g = 2\pi \text{ rad}$
-----------------------------------------------------------

**NOTA:**

Lo correcto seria  $9^\circ$  equivale  $10^g$  pero por comodidad para operar diremos que  $9^\circ = 10^g$ .

**Consideraciones:**

1.  $1 \text{ rad} > 1^\circ > 1^g$
2.  $180^\circ < > 200^g < > \pi \text{rad}$
3.  $9^\circ < > 10^g$        $27' < > 50^m$        $81'' < > 250^s$
4.  $\alpha = x^\circ y' z'' = x^\circ + y' + z''$       ( $\alpha = 3^\circ 50' 27'' = 3^\circ + 50' + 27''$ )
5.  $\beta = x^g y^m z^s = x^g + y^m + z^s$       ( $\beta = 4^g 50^m 20^s = 4^g + 50^m + 20^s$ )



**Conversión Entre Sistemas:** Es el procedimiento por el cual la medida de un ángulo se expresa en otras unidades diferentes a la primera.

**Aplicaciones:**

1. Convertir  $15^\circ$  a radianes.

Observamos que vamos a relacionar el sistema (S) y (R) entonces utilizaremos una equivalencia donde aparezcan ambos sistemas.

$$\pi \text{ rad} = 180^\circ$$

$$15^\circ \times \frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ} \Rightarrow \frac{\pi}{12} \text{ rad}$$

2. Convertir  $80^\circ$  a sexagesimales.

Utilizaremos la equivalencia.

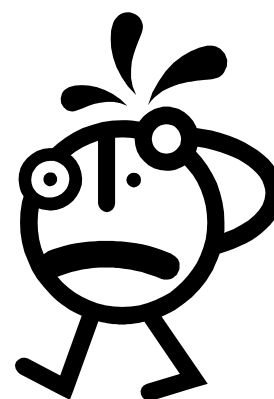
$$9^\circ = 10^g$$

$$80^g \cdot \frac{9^\circ}{10^g} \Rightarrow 72^\circ$$

3. Convertir  $\frac{3\pi}{2}$  rad a sexagesimales.

Ahora utilizaremos  $180^\circ = \pi \text{ rad}$

$$\frac{3}{2} \overset{180^\circ}{\pi \text{ rad}} \Rightarrow \frac{3 \times 180^\circ}{2} = 270^\circ$$



**EJERCICIOS DE APLICACIÓN**

1. Expresar el complemento de  $30^\circ$  en el Sistema Circular.

- a)  $\frac{\pi}{3}$  rad      b)  $\frac{\pi}{6}$  rad      c)  $\frac{\pi}{4}$  rad  
 d)  $\frac{\pi}{5}$  rad      e)  $\frac{\pi}{8}$  rad

2. Expresar el suplemento de  $100^g$  al Sistema Radial.

- a)  $\frac{\pi}{3}$  rad      b)  $\frac{\pi}{6}$  rad      c)  $\frac{\pi}{8}$  rad  
 d)  $\frac{\pi}{2}$  rad      e)  $\frac{\pi}{4}$  rad

3. Determine:  $\sqrt{a+b+c}$   
 Si:  $140^g = abc^\circ$

- a) 1      b) 2      c) 3  
 d) 4      e) 5

4. Calcular el valor de x:

$$(4x + 10)^\circ = \frac{3\pi}{20} \text{ rad}$$

- a) 7      b) 9      c) 11  
 d) 13      e) 15

5. Determine a + b + c.

$$\text{Si: } a^\circ b' c'' = 3^\circ 25' 42'' + 4^\circ 45' 38''$$

- a) 25      b) 39      c) 52  
 d) 63      e) 120

6. La diferencia de dos ángulos suplementarios es  $\frac{\pi}{3}$  rad determine el mayor de ellos.

- a)  $90^\circ$       b)  $100^\circ$       c)  $120^\circ$   
 d)  $160^\circ$       e)  $130^\circ$

7. Calcular:  $E = \frac{25^\circ + 50^g + \frac{\pi}{3} \text{ rad}}{64^\circ + 40^g + \frac{\pi}{6} \text{ rad}}$

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
d) 4                      e) 5

8. Reducir:  $\frac{T^\circ + R^\circ + I^\circ + L^\circ + C^\circ + E^\circ}{T^g + R^g + I^g + L^g + C^g + E^g}$

- a) 10/9                      b) 9/10                      c) 1/10  
d) 1/9                      e) Faltan datos

9. Expresar en el sistema centesimal:

$$\alpha = \left( \frac{x^\circ (3x)'}{x'} \right)^\circ$$

- a) 60<sup>g</sup>                      b) 70<sup>g</sup>                      c) 50<sup>g</sup>  
d) 40<sup>g</sup>                      e) 80<sup>g</sup>

10. Si:  $\frac{\pi}{64} \text{ rad} = x^\circ y' z''$

Calcular el complemento de  $(x + y - z)^\circ$

- a) 80°                      b) 81°                      c) 85°  
d) 82°                      e) 54°

11. La suma de las medidas de dos ángulos es  $\frac{1}{(a+1)(b+4)}^\circ$  y su diferencia es  $\frac{1}{(a-7)(b-5)}^\circ$ . ¿Cuál es la medida circular del mayor?

- a)  $\frac{\pi}{10} \text{ rad}$                       b)  $\frac{\pi}{5} \text{ rad}$                       c)  $\frac{3\pi}{5} \text{ rad}$   
d)  $\frac{3\pi}{10} \text{ rad}$                       e)  $\frac{2\pi}{5} \text{ rad}$

12. Calcular: n

$$\frac{1'}{2} + \frac{1'}{6} + \frac{1'}{12} + \frac{1'}{20} + \dots + \frac{1'}{n(n+1)} = \frac{\pi \text{ rad}}{11340}$$

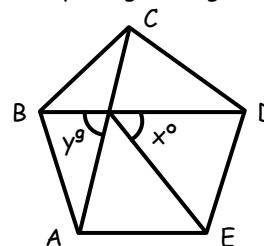
- a) 19                      b) 20                      c) 21  
d) 29                      e) 30

13. En la igualdad:  $\sum_{k=1}^n \{(k!)^\circ\} = m^g$ ; donde "m" es el menor entero posible. Calcular: m - n

- a) 2                      b) 3                      c) 5  
d) 6                      e) 7

14. Del gráfico calcular:  $E = \sqrt{\frac{y}{8} + x}$

Siendo ABCDE un pentágono regular.



- a) 7  
b) 8  
c) 9  
d) 6  
e) 10

15. Se crea un nuevo sistema de medición angular "TRILCE" tal que su unidad (1<sup>T</sup>) resulta ser la 480ava parte del ángulo de una vuelta. Señale el equivalente de 1°12' en este nuevo sistema.

- a) 0,4<sup>T</sup>                      b) 0,6<sup>T</sup>                      c) 0,8<sup>T</sup>  
d) 1,2<sup>T</sup>                      e) 1,6<sup>T</sup>

### TAREA DOMICILIARIA N° 2

1. Expresar el suplemento de 60° en el Sistema Radial.

- a)  $\frac{\pi}{3} \text{ rad}$                       b)  $\frac{\pi}{6} \text{ rad}$                       c)  $\frac{\pi}{4} \text{ rad}$   
d)  $\frac{2\pi}{3} \text{ rad}$                       e)  $\frac{5\pi}{4} \text{ rad}$

2. Expresar el complemento de 20<sup>g</sup> al sistema Sexagesimal.

- a) 70°                      b) 72°                      c) 82°  
d) 56°                      e) 74°

3. Convertir  $\frac{33\pi}{25} \text{ rad}$  al Sistema Centesimal.

- a) 260<sup>g</sup>                      b) 264<sup>g</sup>                      c) 266<sup>g</sup>  
d) 270<sup>g</sup>                      e) 300<sup>g</sup>

4. Convertir  $\frac{\pi}{10} \text{ rad}$  al Sistema Centesimal.

- a) 10<sup>g</sup>                      b) 20<sup>g</sup>                      c) 30<sup>g</sup>  
d) 40<sup>g</sup>                      e) 50<sup>g</sup>

5. Convertir  $\frac{7\pi}{20}$  rad al Sistema Sexagesimal.

- a)  $60^\circ$                       b)  $62^\circ$                       c)  $63^\circ$   
 d)  $64^\circ$                       e)  $65^\circ$

6. Determine "x" si:  $(x + 7)^\circ = (x + 9)^\circ$

- a) 9                                  b) 10                              c) 11  
 d) 13                              e) 27

7. Si:  $a^\circ b' c'' = 5^\circ 48' 23'' + 6^\circ 25' 40''$

Calcular:  $\sqrt{a+b+c-4}$

- a) 1                                  b) 2                              c) 3  
 d) 4                              e) 5

8. Simplificar:  $E = \frac{a^\circ b' + b^\circ a'}{(a+b)'}$

- a) 60                              b) 61                              c) 120  
 d) 121                            e) 180

9. Si:  $\frac{\pi}{24}$  rad =  $a^\circ b'$

Calcular: b - a

- a) 21                              b) 22                              c) 23  
 d) 25                              e) 30

10. Simplificar:  $E = \frac{50^g + 25^\circ}{\frac{\pi}{36} \text{ rad} + 5^\circ}$

- a) 3                                  b) 5                              c) 7  
 d) 8                              e) 9

11. Si:  $K = \frac{90^g + 9^\circ}{36^\circ - \frac{\pi}{30} \text{ rad}}$

Además  $\left(\frac{\pi}{k+1}\right) \text{ rad} = \overline{ab}^\circ$

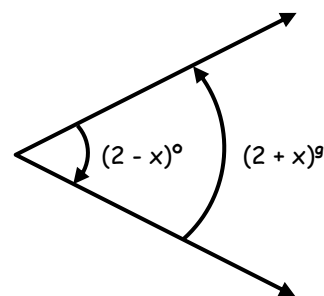
Calcular: b - a

- a) 1                                  b) 2                              c) 3  
 d) 4                              e) 5

12. Si:  $\theta = (x + 12)^\circ$  además:

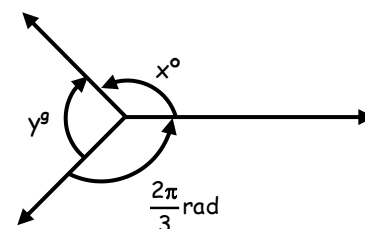
Hallar  $\theta$  en radianes:

- a)  $\frac{5\pi}{18}$  rad  
 b)  $\frac{2\pi}{9}$  rad  
 c)  $\frac{\pi}{5}$  rad  
 d)  $\frac{2\pi}{5}$  rad  
 e)  $\frac{3\pi}{5}$  rad



13. Del gráfico calcular:  $10x - 9y$

- a) 240  
 b) 2 400  
 c) 24 000  
 d) 180  
 e) 1 800



14. Calcular "x" si se cumple:

$$\left[\frac{(x+3)^\circ}{5^g}\right] = \left[\frac{(4x-18)^\circ}{15^g}\right]^g$$


- a) 40                              b) 41                              c) 42  
 d) 43                              e) 45

15. Se tiene un sistema de medida angular denominado "x" en donde 3 grados "x" equivalen a  $5^\circ$  determinar a cuántos radianes equivalen 27 grados "x".

- a)  $\frac{\pi}{3}$  rad                      b)  $\frac{\pi}{6}$                               c)  $\frac{\pi}{4}$  rad  
 d)  $\frac{\pi}{7}$  rad                      e)  $\frac{2\pi}{5}$  rad




# MÉTODO DE LA REGLA CONJUNTA



*"El hombre es el arquitecto de su propio destino"*  
 José Inaenieros

**OBJETIVOS**

- Relacionar y ordenar los datos de una misma especie.
- Reconocer y aplicar eficazmente el método a los problemas tipo de este capítulo.



● **¿Cómo se aplica?**

● **Cuándo se aplica?**

## Ahora ¡Hazlo Tú solo!

Ejemplo :  
 Con 8 cuadernos se obtiene un libro; con 8 libros una enciclopedia. ¿Cuántas enciclopedias se obtendrán con 512 cuadernos?.



1. Si te doy un plátano me das 6 manzanas, si me das 8 manzanas sólo recibirías 2 piñas. ¿Cuántos plátanos debo darte si me das 15 piñas?  
 a) 8                      b) 10                      c) 9  
 d) 11                     e) 12
2. Por un melón me dan 4 naranjas por 6 naranjas solo recibo 8 chirimoyas. ¿Cuántos melones debo dar para recibir 16 chirimoyas?  
 a) 1                      b) 2                      c) 3  
 d) 4                     e) 5
3. En un pueblo africano, por cada 16 espejos, dan 2 diamantes y por cada 6 diamantes dan 4 monedas de oro. ¿Cuántas monedas de oro darán por 36 espejos?  
 a) 1                      b) 2                      c) 3  
 d) 4                     e) 5
4. En un bazar se observa que el precio de 4 pantalones equivalen al precio de 6 camisas, 9 camisas cuestan tanto como 2 chompas. ¿Cuántas chompas se pueden comprar con 3 pantalones?  
 a) 1                      b) 2                      c) 3  
 d) 4                     e) 5
5. En una cierta distribuidora de autos se observa que : El precio de 6 autos Toyota es igual al de 15VW; 10VW cuestan tanto como 8 Fiat; el precio de 4 Fiat equivale al de "x" Toyota. Hallar "x"  
 a) 1                      b) 2                      c) 4  
 d) 6                     e) 8
6. Sabiendo que 12 varas de paño cuestan lo mismo que 15 metros y que 6 metros valen S/.20. ¿Cuánto costarán 18 varas?  
 a) S/.65                      b) S/.45                      c) S/.75  
 d) S/.85                     e) S/.55
7. En una investigación científica se ha demostrado que 8 chivos comen tanto como 2 toros, 20 gatos comen tanto como 3 toros y 6 chivos tanto como 2 tigres. ¿Cuántos gatos hacen falta entonces para observar la misma cantidad de alimento de una docena de tigres?  
 a) 20                      b) 30                      c) 40

d) 50                      e) 60

8. Sabiendo que 6 marcos alemanes equivalen a 4 dólares, que 2 dólares equivalen a 3 libras esterlinas y que 4 soles equivalen a una libra esterlina. ¿Cuántos soles equivalen a 5 marcos?  
 a) S/.10                      b) S/.20                      c) S/.30  
 d) S/.40                     e) S/.50
9. En un Mercado por 4 kilos de arroz, dan 3 kilos de azúcar, de la misma manera por 6 kilos de azúcar dan 8 kilos de papas, por 10 kilos de papas dan 2 kilos de carne de res. ¿Cuántos kilos de carne de res nos darán por 15 kilos de arroz?  
 a) 1                      b) 2                      c) 3  
 d) 4                     e) 5
10. Hace algunos años, el cambio monetario era el siguiente :  
 8 soles                      : 6 cruzados  
 10 cruzados                : 4 pesos  
 2 pesos                      : 5 dólares.  
 ¿Cuántos soles daban por 3 dólares?  
 a) S/.1                      b) S/.2                      c) S/.3  
 d) S/.4                     e) S/.5



11. El trabajo de cuántos hombres equivaldrá al trabajo de 12 niños, si el trabajo de 4 niños equivale al de 6 niñas, el de una mujer al de 2 niñas y el de 3 mujeres al de un hombre.  
 a) 8                      b) 5                      c) 2  
 d) 6                     e) 3
12. En una librería, 5 lapiceros equivalen a 2 reglas , 3 reglas equivalen a 8 plumones, del mismo modo que 4 plumones es a 6 cuadernos. Si por S/.3 dan 2 cuadernos. ¿Cuántos lapiceros dan por S/.12?  
 a) 5                      b) 6                      c) 7  
 d) 8                     e) 9
13. En una feria venden 4 plátanos al mismo precio que 6 duraznos, 5 duraznos al mismo precio que 20 nísperos. Una docena de nísperos al mismo precio que una piña. Si 4 piñas cuestan S/.2. ¿Cuánto cuesta cada plátano?  
 a) S/.1                      b) S/.0.25                      c) S/.2  
 d) S/.0.75                      e) S/.0.50

14. En una feria agropecuaria 8 gallinas cuestan lo mismo que 2 pavos, 6 patos cuestan lo mismo que 2 pavos; 3 conejos cuestan lo mismo que 4 patos. ¿Cuánto cuestan 2 gallinas, si un conejo cuesta 16 soles?

- a) S/.15                      b) S/.16                      c) S/.18  
 d) S/.20                      e) S/.24

15. En una joyería, 2 cadenas de oro equivalen a 6 de plata, 10 de plata, 10 de plata equivalen a 2 de diamantes, del mismo modo que, uno de diamantes es a 16 de acero. Si por S/.6 me dan 8 cadenas de acero. ¿Cuántas cadenas de oro darán por S/.180?

- a) 20                          b) 25                          c) 30  
 d) 35                          e) 45

16. En una feria se observó que por 3 patos me dan 2 pollos; por 4 pollos me dan 3 gallinas; por 12 gallinas dan 8 monos; 5 monos cuestan S/.150. ¿Cuánto tengo que gastar para adquirir 5 patos?

- a) 75                          b) 30                          c) 50  
 d) 40                          e) 80

17. En un trueque, por 5 cuadrados se reciben 6 círculos, por 10 rectángulos se reciben 9 círculos y por 15 rombos se reciben 8 rectángulos. ¿Cuántos triángulos pueden recibirse por 60 rombos, si por 2 triángulos se reciben 3 cuadrados?

- a) 5                              b) 24                              c) 18  
 d) 12                            e) 16

18. ¿Qué suma necesita un gobierno para pagar a 3 generales, si el sueldo de 8 coroneles equivale al de 2 comandantes, el de 3 comandantes al de 6 tenientes, el de 2 generales al de 4 coroneles, el de 4 tenientes al de 3 sargentos y si 3 sargentos ganan S/.3600 al mes?

- a) S/.2700                      b) S/.2500                      c) S/.2400  
 d) S/.3500                      e) S/.3200

19. Seis gotas del grifo "A" equivalen a 4 gotas del grifo "B"; 5 gotas del grifo "B" equivalen a 3 gotas del grifo "C"; 6 gotas de este grifo es como 5 gotas del grifo "D", del mismo modo que 15 gotas del grifo "D" es a 4,5 litros. ¿Cuántos litros existe en 40 gotas del grifo "A"?

- a) 1L                            b) 2L                            c) 3L  
 d) 8L                            e) 4L

20. Si  $10\text{m}^3$  de madera de abeto pesan lo mismo que  $7\text{m}^3$  de madera de acacia,  $10\text{m}^3$  de madera de cerezo lo que  $9\text{m}^3$  de madera de acacia;  $5\text{m}^3$  de madera de cerezo lo que  $3,6\text{m}^3$  de madera de eucalipto, y esta última pesa lo mismo que el agua. Calcular el peso de  $1\text{m}^3$  de madera de abeto.

- a) 520kg                      b) 260kg                      c) 560kg  
 d) 480kg                      e) 450kg



## Sabías que ...

- 50 veces su propio peso es lo que puede levantar una hormiga.
- 74 letras tiene el alfabeto más largo del mundo, el de Camboya.
- 42 dientes tiene un perro, mientras que el hombre sólo 32.
- 16 días tarda una hembra de Hamster en tener un hamstercito.
- 1 vuelta al mundo puede dar la unión de venas, arterias y vasos del cuerpo humano.



1. El trabajo de cuántas mujeres equivaldrá al trabajo de 3 hombres, si el trabajo de 9 hombres equivale al de 12 niños, el de 3 niñas al de 1 niño y el de 2 mujeres al de 6 niñas.
  - a) 1
  - b) 2
  - c) 3
  - d) 4
  - e) 5
2. Sabiendo que 10 pulgadas de alambre cuestan lo mismo que 30cm y que 45cm valen S/.6. ¿Cuánto costarán 20 pulgadas?.
  - a) S/.9
  - b) S/.16
  - c) S/.10
  - d) S/.12
  - e) S/.8
3. Por un coco me dan 4 melones, por 2 melones sólo recibo 3 piñas. ¿Cuántos cocos debo dar para recibir 30 piñas?.
  - a) 1
  - b) 2
  - c) 3
  - d) 4
  - e) 5
4. En una juguetería por 4 carritos me dan 6 pelotas; por 4 pelotas, 9 rompecabezas; por 15 rompecabezas, 2 pistolas. Si 3 pistolas cuestan S/.10. ¿Cuál es el precio de 8 carritos?.
  - a) S/.15
  - b) S/.12
  - c) S/.18
  - d) S/.24
  - e) S/.27
5. Sabiendo que 4 soles equivalen a un dólar, que 3 dólares equivalen a 4 libras esterlinas, que 6 euros equivalen a 5 libras esterlinas. ¿A cuántos soles equivalen 2 euros?.
  - a) S/.4
  - b) S/.3
  - c) S/.5
  - d) S/.7
  - e) S/.6
6. En un trueque, por un cuadrado se reciben 4 círculos y por 6 círculos se reciben 3 triángulos. ¿Cuántos cuadrados pueden recibirse por 24 triángulos?.
  - a) 30
  - b) 24
  - c) 36
  - d) 48
  - e) 12
7. En una panadería por 4 panes de yema dan uno de baguet, por 12 cachitos dan 3 de baguet, por 36 caramandungas dan 15 cachitos. Si 20 caramandungas cuestan S/.2. ¿Cuánto cuesta 10 panes de yema?.
  - a) S/.2,5
  - b) S/.2
  - c) S/.2,8
  - d) S/.2,3
  - e) S/.2,4
8. En cierto pueblo de la sierra se realiza un trueque.
  - 5 sacos de papa se cambian por 4 de camote.
  - 10 sacos de yuca se cambian por 6 de olluco.
  - 8 sacos de camote se cambian por 3 de olluco.
  - 2 sacos de yuca se cambian por "x" de papa.
 Calcular "x" :
  - a) 1
  - b) 2
  - c) 4
  - d) 8
  - e) 6
9. Cinco gallinas cuestan tanto como 9 pavos, 8 patos valen lo mismo que 15 pavos. Si, se sabe que 6 patos cuestan S/.20. ¿Cuánto cuestan 2 gallinas?.
  - a) S/.6,2
  - b) S/.6
  - c) S/.6,4
  - d) S/.6,5
  - e) S/.6,8
10. En un bazar se observa que el precio de 8 camisas equivalen al precio de 3 pantalones, 15 pantalones cuestan tanto como 12 chompas. Si 10 chompas cuestan S/.800. ¿Cuál es el precio de 5 camisas?.
  - a) S/.120
  - b) S/.100
  - c) S/.150
  - d) S/.110
  - e) S/.130
11. En un restaurante, 3 platos de ceviche cuestan lo mismo que 8 platos de tallarines; 12 platos de tallarines cuestan lo mismo que 9 platos de lomo, del mismo modo que 16 platos de lomo cuestan lo mismo que 15 platos de bistec. Si por S/.24 nos dan 3 platos de bistec. ¿Cuántos platos de ceviche dan por S/.60?.
  - a) 1
  - b) 2
  - c) 3
  - d) 4
  - e) 5
12. En el supermercado por 15 plátanos dan 12 naranjas; por 8 naranjas dan 10 melocotones; por 15 melocotones dan 9 papayas; 4 papayas cuestan S/.2. ¿Cuánto tengo que gastar para adquirir 10 plátanos?.
  - a) S/.2
  - b) S/.4
  - c) S/.6
  - d) S/.3
  - e) S/.8

13. Si una ficha blanca equivale a dos fichas azules y 3 fichas azules equivalen a 4 fichas rojas y 5 fichas rojas a 6 fichas negras. ¿A cuántas fichas negras equivale 10 fichas blancas?
- a) 24                      b) 25                      c) 27  
 d) 30                      e) 32
14. En una feria, 6 cuadernos equivalen a 9 borradores, 2 reglas equivalen a 4 borradores, del mismo modo que 3 calculadoras es a 12 reglas. Si por S/.72 dan 6 calculadoras. ¿Cuántos cuadernos dan por S/.18?
- a) 5                        b) 6                        c) 7  
 d) 8                        e) 9
15. En una ferretería 3 baldes de pintura equivalen a 10 brochas, 4 brochas a un martillo, 2 martillos a 9 alicates y 2 kilos de clavos a 5 alicates. Si por S/.28 dan 6 kilos de clavos. ¿Cuántos baldes de pintura dan por S/.35?
- a) 3                        b) 4                        c) 5  
 d) 6                        e) 7
16. Por una docena de naranjas dan dos manos de plátanos, por 18 manzanas dan 15 plátanos y por 7 manzanas sólo recibo 9 melones. ¿Cuántas naranjas debo dar para recibir 27 melones?
- a) 18                      b) 20                      c) 15  
 d) 21                      e) 24
17. En una tribu, por cada 15 linternas dan 24 diamantes, por 8 diamantes dan 6 perlas y por 10 perlas dan 4 monedas de oro. ¿Cuántas monedas de oro darán por 75 linternas?
- a) 32                      b) 36                      c) 30  
 d) 24                      e) 45
18. ¿Cuánto costará 2 metros de lanilla, sabiendo que 5 metros de lanilla cuestan lo mismo que 3 metros de casmir, que 8 de casmir lo mismo que 15 de polystel y que 9 metros de polystel cuesta S/.120?
- a) S/.20                      b) S/.25                      c) S/.30  
 d) S/.35                      e) S/.40
19. El precio de 2 TV marca Sony es igual al precio de 3 TV Panasonic, el de 4 TV marca Panasonic es igual al de 9 TV LG y el de 6 TV LG cuestan igual que 8 TV Samsung. Si 3 TV Sony cuestan \$630. ¿Cuál es el precio de 6 TV marca Samsung?
- a) \$280                      b) \$140                      c) \$260  
 d) \$180                      e) \$120
20. Cinco destres mallorquines equivalen a 12 canas, 48 canas a 80 varas y 1 vara, a 0,625 de metro. Hallar la equivalencia del destre con el metro.
- a) 2,0                      b) 2,1                      c) 2,2  
 d) 2,5                      e) 2,8

# PROMEDIOS

✂ PROMEDIOS

☑ **PROMEDIO ARITMÉTICO (P.A.)**

Si tenemos "n" números ordenados en forma creciente.

$$\underbrace{a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_n}_{\text{"n" números}}$$

Se define el promedio aritmético como aquel número comprendido entre el menor y el mayor que puede reemplazar a todos ellos sin que su suma se altere.

$$P.A. ("n" \text{ números}) = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$$

$$a_1 < P.A. < a_n$$

**Ejm.:** Hallar el promedio aritmético de 2, 5, 9 y 12.

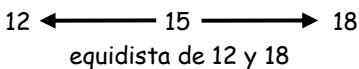
$$P.A. = \frac{2 + 5 + 9 + 12}{4} = 7$$

☑ **MEDIA ARITMÉTICA (Para dos cantidades)**

$$M.A. (A, B) = \frac{A + B}{2}$$

**Ejm.:** Hallar la media aritmética de 12 y 18

$$M.A.(18, 12) = \frac{18 + 12}{2} = 15$$



☑ **PROMEDIO GEOMÉTRICO (P.G.)**

Se define el promedio geométrico de "n" números como aquel valor comprendido entre el mayor y el menor y que puede reemplazar a todos ellos sin que su producto se altere.

$$P.G. ("n" \text{ números}) = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots a_n}$$

$$a_1 < P.G. < a_n$$

**Ejm.:** Hallar el P.G. de 5, 6, 9

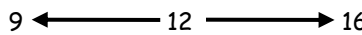
$$P.G.(4, 6, 9) = \sqrt[3]{4 \times 6 \times 9} = 6$$

☑ **MEDIA GEOMÉTRICA (Para dos cantidades)**

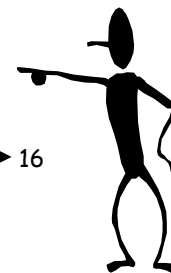
$$M.G.(A, B) = \sqrt{A \times B}$$

**Ejm.:** Hallar la media geométrica de 9 y 16.

$$M.G.(9, 16) = \sqrt{9 \times 16} = 12$$



Media proporcional  
cocientes iguales



☑ **PROMEDIO ARMÓNICO (P.H.)**

Es aquel valor comprendido entre el mayor y el menor y que puede reemplazar a todos ellos sin que la suma de sus inversas se altera.

$$P.H. ("n" \text{ números}) = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} \dots \frac{1}{a_n}}$$

**Ejm.:** Hallar el P.H. de 4, 6 y 9

$$P.H.(4, 6, 9) = \frac{3}{\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9}} = \frac{108}{19} = 5 \frac{13}{19}$$

☑ **MEDIA ARMÓNICA (Para dos cantidades)**

$$M.H.(A, B) = \frac{2}{\frac{1}{A} + \frac{1}{B}} = 2 \frac{A \cdot B}{A + B}$$

Ejm.: Hallar la media armónica de 40 y 60.

$$M.H.(40, 60) = \frac{2 \times 40 \times 60}{40 + 60} = 48$$

☑ **PROPIEDADES DE PROMEDIOS:**

1. Para números no iguales el promedio aritmético es mayor que el promedio geométrico y este a su vez es mayor que el promedio armónico.

$$P.A. > P.G. > P.H.$$

2. Para dos números **a** y **b** se cumple:

$$M.A.(a, b) = \frac{a+b}{2} \text{ mayor promedio}$$

$$M.H.(a, b) = \frac{2ab}{a+b} \text{ menor promedio}$$

$$M.G^2(a, b) = M.A.(a, b) \cdot M.H.(a, b)$$

$$\Rightarrow a = b$$

**Observación:**

$$\text{Si } M.A.(a, b) = M.G.(a, b) = M.H.(a, b) \\ \Rightarrow a = b$$

3. Para los números iguales se cumple que P.A. y P.G. y P.H. son iguales.

$$\text{Ejm.: } P.A.(k, k, k) = \frac{k+k+k}{3} = k$$

$$P.G.(k, k, k) = \sqrt[3]{k \cdot k \cdot k} = k$$

$$P.H.(k, k, k) = \frac{3}{\frac{1}{k} + \frac{1}{k} + \frac{1}{k}} = k$$

$$P.A. = P.G. = P.H. = k$$



**Ejercicios de Aplicación**

1. a) Dos números son entre sí como 2 : 1 si se duplica el primero y se quintuplica el segundo su promedio es 9. El promedio original de los números es:

Rpta.: .....

b) Dos números son entre sí como 7 es a 9. : su media aritmética es 88. Hallar la diferencia de los números.

- a) 22                      b) 33                      c) 11  
d) 44                      e) N.A.

2. a) A lleva tres cursos de 6, 5 y 5 créditos cuyas notas son 15; 12,5 y 12,7 respectivamente. Si B ha llevado cuatro cursos de 2, 3, 2 y x créditos obteniendo de notas: 12, 13, 12 y 15 respectivamente, con los cuales sus respectivos promedios ponderados son los mismos. Hallar "x"

Rpta.: .....

b) Se vendieron 150 ejemplares de El Comercio a S/. 3 cada uno y 100 ejemplares del Correo a S/. 0,50 cada uno. ¿Cuál es el precio promedio de los diarios emitidos?

- a) S/. 2                      b) S/. 2,5                      c) S/. 1,25  
d) S/. 1,8                      e) S/. 2,4

3. a) En un grupo de 6 personas ninguna de ellas es menor de 15 años. Si el promedio de las edades es 18 años. ¿Cuál es la máxima edad que puede tener una de ellas?

Rpta.: .....

b) El promedio de las edades de 4 hombres es 48, ninguno de ellos es menor de 15 años. ¿Cuál es la máxima edad que podría tener una de ellos?

- a) 51                      b) 53                      c) 57  
d) 54                      e) 60

4. a) Halle "n" si el promedio geométrico de 2; 2<sup>2</sup>; 2<sup>3</sup>; 2<sup>4</sup>; ... 2<sup>n</sup> es 64.

Rpta.: .....

b) Hallar "x" si el promedio geométrico de 2<sup>x</sup>, 2<sup>2x</sup> y 8<sup>x</sup> es 1024.

- a) 2                      b) 3                      c) 4  
d) 5                      e) 6

5. a) Si 12 y 9  $\frac{3}{5}$  son la media geométrica y armónica de dos números a y b. Hallar a + b

Rpta.: .....

b) La media aritmética de 2 números es 6 y su media geométrica es 4 $\sqrt{2}$ . Hallar el mayor de los números.

- a) 4                      b) 6                      c) 8  
d) 10                      e) 12



6. a) El promedio de las edades de 3 personas es igual a  $p$  si se aumenta una persona más el promedio disminuye en 2. Entonces hay una persona por lo menos que es mayor que la cuarta.

Rpta.: .....

- b) El promedio de las edades de tres personas es de 12 años, si agregamos una cuarta persona cuya edad es de 24 años entonces:

- a) El promedio no se altera
- b) El promedio aumenta en 2
- c) El promedio aumenta en 3
- d) El promedio disminuye en 2
- e) N.A.

7. a) La media aritmética de 5 números es 120. Si le agregamos 5 nuevos números, la media aritmética queda aumentada en 80. ¿Cuál es el promedio aritmético de los 5 nuevos números?

Rpta.: .....

- b) Si a un grupo de 5 números se le agrega los números 18, 12 y 10 se observa que su media aritmética disminuye en 4 unidades. Determinar el promedio aritmético de este nuevo grupo de números.

- a) 20
- b) 24
- c) 21
- d) 28
- e) 30

8. El promedio aritmético de 50 números es 16. Si a 20 de ellos se les añade 7 unidades y a los restantes se les quita 3 unidades. ¿Cuál es el nuevo promedio aritmético?

- a) 10
- b) 17
- c) 15
- d) 20
- e) 18

9. De 500 alumnos de un colegio cuya estatura promedio es de 1,67 m 150 son mujeres. Si la estatura promedio de todas las mujeres es de 1,60 m. ¿Cuál es el promedio aritmético de la estatura de los varones de dicho grupo?

- a) 1,7 m
- b) 1,59
- c) 1,71
- d) 1,64
- e) 1,68

10. Halle la media geométrica de  $M$  y  $N$ . Si:

$$M = \underbrace{x^n \cdot x^n \cdot x^n \dots x^n}_{\text{"m" veces}}$$

$$N = \underbrace{(y^{5m} \cdot x)(y^{5m} \cdot x) \dots}_{\text{"n" veces}}$$

- a)  $4^m$
- b)  $x^{2m}$
- c)  $x^{3mn}$
- d)  $x^{mn/2}$
- e) N.A.

11. Si el promedio de los "n" primeros números múltiplos de 3, positivos es 57 y el promedio de los "m" primeros impares positivos es 43 entonces  $(m + n)$  es:

- a) 80
- b) 85
- c) 90
- d) 95
- e) 100

12. Se tiene 100 números,  $A$  es el promedio aritmético de los 30 primeros y  $B$  es el promedio aritmético de los números restantes. Se sabe que la media geométrica y media armónica de  $A$  y  $B$  son  $10\sqrt{2}$  y  $13\frac{1}{3}$  respectivamente. ¿Cuál es el mayor valor del promedio aritmético de los 100 números?

- a) 15
- b) 16
- c) 17
- d) 18
- e) 14

13. Sabiendo que:

$$\frac{a_1 - 1}{1} = \frac{a_2 - 2}{2} = \frac{a_3 - 3}{3} = \dots = \frac{a_{10} - 10}{10}$$

y

$$P.A._{(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10})} = 11$$

Calcular el valor de:

$$R = a_1 \cdot a_3 \cdot a_5 \cdot a_7 \cdot a_9$$

- a) 32 400
- b) 30 240
- c) 34 200
- d) 31 200
- e) 30 180

14. La media aritmética de 150 números de cuatro cifras, todas impares, es 6125 y de otros 250 números también de cuatro cifras, todas impares, es 7400. ¿Cuál es la media aritmética de los números de cuatro cifras, todas impares, no considerados?

- a) 3125
- b) 3175
- c) 3225
- d) 3025
- e) 3075

15. Sea  $Y_k$  una variable que representa ingresos en nuevos soles: si la variable  $Y_k$  esta relacionada con  $X_k$  (gastos) de la forma:  $Y_k = X_k - 3$ ; para  $k = 1, 2, 3, \dots, n$  ¿Cuál es el promedio aritmético de los  $X_k$  si el promedio de los  $Y_k$  es 15?

- a) 12
- b) 13
- c) 18
- d) 20
- e) 12



## Tarea Domiciliaria

1. El mayor promedio de 2 números es 21. Si la diferencia entre ambos números es 12. ¿Cuál es el número menor?

- a) 10                      b) 12                      c) 15  
d) 17                      e) 21

2. Hallar 2 números sabiendo que su media aritmética es 5 y su media armónica 24/5.

- a) 7 y 3                      d) 6 y 4  
b) 8 y 2                      e) 5 y 4,5  
c) 6,5 y 3,5

3. Se sabe que el promedio aritmético de 2 números es 12 y el P.H. es 3. ¿Cuál es el promedio geométrico de los 2 números?

- a) 6                      b) 7                      c) 4  
d) 8                      e)  $3\sqrt{2}$

4. El promedio aritmético de 2 números es 22,5 y su promedio geométrico es 18. La diferencia de los números es:

- a) 7                      b) 17                      c) 27  
d) 20                      e) 9

5. El producto de la media armónica y la media aritmética de 2 números enteros es igual al triple de la media geométrica de ellos. Hallar el producto de los números.

- a) 3                      b) 6                      c) 9  
d) 12                      e) 15

6. Si M.A. x M.H. de A y B es 196 y M.A. x M.G. de A y B es 245. ¿Cuál es la diferencia entre A y B?

- a) 25                      b) 24                      c) 23  
d) 22                      e) 21

7. Las edades de 4 hermanos son proporcionales a 2, 3, 4 y 5. Hallar la edad del menor si el promedio de todas las edades es 21.

- a) 12                      b) 30                      c) 14  
d) 10                      e) 24

8. La edad promedio de 3 personas es 56 años. Si ninguno tiene más de 59 años. ¿Cuál es la edad mínima que podría tener una de ellos?

- a) 51                      b) 50                      c) 53  
d) 52                      e) 54

9. Si el promedio de 20 números es 50, si agregamos 10 números cuyo promedio es 20. ¿Cuál es el promedio final?

- a) 42                      b) 45                      c) 40  
d) 40,5                      e) 42,5

10. El promedio aritmético de 50 números es 38 siendo 45 y 55 dos de los números, eliminando estos 2 números el promedio de los restantes es:

- a) 33,6                      b) 37                      c) 38,1  
d) 37,5                      e) N.A.

11. La media aritmética de 70 números es 40 y la media de otros 30 números es 50. Si a cada uno de los números del primer grupo se le aumenta 10 unidades y también a c/u de los números del segundo grupo se le disminuye en 20. ¿En cuánto varía el producto original de los 100 números considerados?

- a) aumenta en 1                      d) disminuye en 11  
b) disminuye en 1                      e) no varía  
c) aumenta en 11

12. Calcular la estatura promedio en metros de 3 personas, sabiendo que miden: "a" cm, "b" cm y "c" metros

- a)  $\frac{a+b+c}{100}$                       d)  $\frac{a+b+100c}{300}$   
b)  $\frac{a+b+10c}{100}$                       e)  $\frac{a+b+c}{300}$   
c)  $\frac{a+b+c}{3}$

13. Pepe compro 50 acciones de una compañía a S/. 600 cada una y 2 meses más tarde compro 25 acciones más a S/. 560 cada una. ¿A qué precio deberá comprar 25 acciones adicionales para tener un promedio de S/. 580 por acción?

- a) S/. 570                      b) S/. 560                      c) S/. 530  
d) S/. 540                      e) S/. 550

14. El promedio aritmético de "n" números es "p", cuando se consideran "m" números más, el promedio aumenta en 1. Calcular el promedio aritmético de los "m" números.

- a) p + 2                      b)  $\frac{n}{m} + p$                       c)  $\frac{n}{m} + p + 1$   
d)  $\frac{m}{n} + p + 1$                       e) N.A.

15. El promedio aritmético de "n" número es 3. El promedio de la cuarta parte de estos números es 2,4 y el promedio de los 2/3 de los restantes es 1,2. Calcular el promedio de los restantes.

- a) 7,5                      b) 6,2                      c) 6,0  
d) 7,2                      e) 8,2

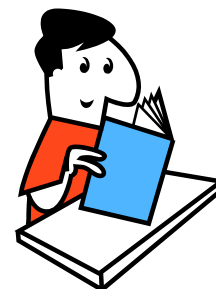
# PRODUCTOS NOTABLES I

Son los resultados de ciertas multiplicaciones indicadas que se obtienen en forma directa sin necesidad de aplicar la propiedad distributiva, ello por la forma como la presentan.

## 1. TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

Es el desarrollo del binomio suma o diferencia al cuadrado.

$$\begin{array}{l} (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \end{array} \quad \text{TCP}$$



Ejm.:

$$\square (a + 3)^2 = a^2 + 6a + 9$$

$$\square (x + 6)^2 =$$

$$\square (2x + 5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$$

$$\square (4x + 3)^2 =$$

$$\square (x - 7)^2 = x^2 - 14x + 49$$

$$\square (m - 4)^2 =$$

$$\square (3x - 1)^2 = 9x^2 - 6x + 1$$

$$\square (5m - 2)^2 =$$

De acá se generan las identidades de Legendre:

$$\begin{array}{l} (a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2) \\ (a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab \end{array}$$

Ejm.:

$$\square (3x + 2)^2 + (3x - 2)^2 =$$

$$\square (3x + 5)^2 + (3x - 5)^2 =$$

$$\square (4x + 7)^2 - (4x - 7)^2 =$$

$$\square (x + 9)^2 - (x - 9)^2 =$$

## 2. DIFERENCIA DE CUADRADOS

Es el resultado generado de la multiplicación del binomio suma por su diferencia.

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Diferencia de Cuadrados

Ejm.:

$$\square (x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$$

$$\square (x + 7)(x - 7) =$$

$$\square (3x + 5)(3x - 5) = 9x^2 - 25$$

$$\square (2x - 4)(2x + 4) =$$

$$\square (2x^3 + 5)(5 - 2x^3) = 25 - 4x^6$$

$$\square (x^4 + 8)(8 - x^4) =$$

**3. BINOMIO AL CUBO (SUMA)**

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$= a^3 + b^3 + 3ab(a + b) *$$

**BINOMIO AL CUBO (DIFERENCIA)**

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$= a^3 - b^3 - 3ab(a - b) *$$

Ejm.:

$$\square (x + 3)^3 = x^3 + 3x^2 \cdot 3 + 3x \cdot 9 + 27$$

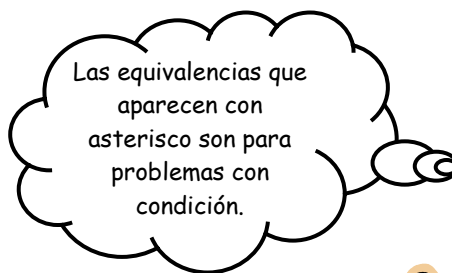
$$= x^3 + 27 + 3(3x)(x + 3)$$

$$\square (a - 5)^3 = a^3 - 3a^2 \cdot 5 + 3a \cdot 25 - 125$$

$$= a^3 - 125 - 3(5a)(a - 5)$$

$$\square (y + 2)^3 =$$

$$\square (m - 1)^3 =$$



**4. SUMA DE CUBOS**

$$(a^3 + b^3) = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

**DIFERENCIA DE CUBOS**

$$(a^3 - b^3) = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Ejm.:

$$\square (x + 2)(x^2 - 2x + 4) = x^3 + 2^3 = x^3 + 8$$

$$\square (y - 5)(y^2 + 5y + 25) = y^3 - 5^3 = y^3 - 125$$

$$\square (2x + 3)(4x^2 - 6x + 9) = (2x)^3 + 3^3 = 8x^3 + 27$$

$$\square (5x - 1)(25x^2 + 5x + 1) = (5x)^3 - 1^3 = 125x^3 - 1$$

$$\square (a + 4)(a^2 - 4a + 16) =$$

$$\square (m - 2)(\quad) = m^3 - 2^3$$

$$\square (4x + 3)(\quad) = (4x)^3 + 3^3$$

$$\square (x^2 - 2)(x^4 + 2x^2 + 4) =$$

**5. PRODUCTO DE BINOMIOS CON UN TÉRMINO COMÚN**

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

Ejm.:

$$\square (x + 3)(x + 5) = x^2 + 8x + 15$$

$$\square (x + 4)(x - 2) = x^2 + 2x - 8$$

$$\square (x + 7)(x - 9) = x^2 - 2x - 63$$

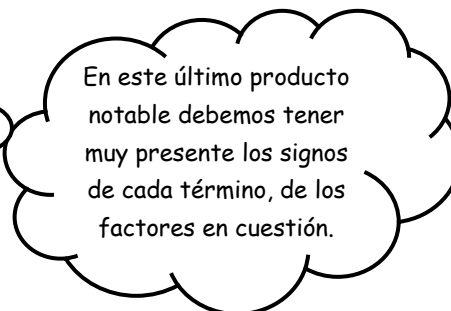
$$\square (2x - 5)(2x - 3) = 4x^2 - 8(2x) + 15$$

$$\square (x + 1)(x + 6) =$$

$$\square (x - 5)(x + 9) =$$

$$\square (x + 4)(x - 10) =$$

$$\square (3x - 1)(3x - 6) =$$



## EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Reducir:

$$A = (2x + 3)^2 - (2x - 3)^2 + (3x - 4)^2 - 8x^2 - 16$$

- a) 0                      b) 2                      c) x  
 d)  $x^2$                     e)  $2x^2$

2. Efectuar:

$$(x+1)(x-1) + (\sqrt{x}+1)(1-\sqrt{x})(x+1)$$

- a)  $x^2$                       b) 1                      c) 0  
 d)  $2x^2$                     e) 2

3. Reducir:

$$A = (2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2$$

- a) 15                      b) 20                      c) 25  
 d) 60                      e) 67

4. Simplificar:

$$L = \frac{(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y})^2 - (\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y})^2}{\sqrt[4]{xy}}$$

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
 d) 4                      e) 6

5. Efectuar:

$$E = (x+2)(x-2)(x^2+4)(x^4+16) + 256$$

- a) x                      b)  $x^2$                       c)  $x^4$   
 d)  $x^6$                       e)  $x^8$

6. Multiplicar:

$$M = (x+1)(x^2+x+1)(x-1)(x^2-x+1) + 1$$

- a)  $x^3$                       b)  $x^4$                       c)  $x^6$   
 d)  $x^9$                       e) N.A.

7. Efectuar:

$$L = (\sqrt[3]{10} - \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{100} + \sqrt[3]{20} + \sqrt[3]{4})$$

- a) 1                      b) 10                      c) 2  
 d) 8                      e) 1

8. Reducir:

$$A = (x^n + 8)(x^n + 2) - (x^n + 3)(x^n + 7)$$

- a)  $x^n$                       b)  $x^{2n}$                       c)  $2x^n$   
 d) -5                      e) -1

9. Simplificar:

$$E = \sqrt{(x+1)(x-1)(x+2)x+1}$$

- a)  $x^2 + x$                       b)  $x^2 + x + 1$                       c)  $x^2 + x - 1$   
 d)  $x^2 - x + 1$                       e) N.A.

10. Simplificar:

$$(\sqrt[4]{x}+1)(\sqrt[4]{x}-1)(x+1)(\sqrt{x}+1)(x^4+x^2+1)$$

- a)  $x^6 + 1$                       b)  $x^6 - 1$                       c)  $x^2 + 2$   
 d)  $x^2 - 2$                       e) N.A.

11. Reducir:

$$M = (2x + 3y - z)^3 + (3x - 3y + z)^3 - 124x^3 + 15x(2x + 3y - z)(3x - 3y + z)$$

- a) 0                      b)  $x^2$                       c)  $x^3$   
 d) 1                      e) 2z

12. Hallar "E" en:

$$E = \sqrt[3]{25 + \sqrt{500}} + \sqrt[3]{25 - \sqrt{500}}$$

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
 d) 4                      e) 5

13. Evaluar:

$$E = \sqrt[32]{1 + 80(9^2 + 1)(9^4 + 1)(9^8 + 1)}$$

- a) 9                      b) 3                      c) 81  
 d) 1                      e) 6

14. Simplificar:

$$\frac{(m+2a+3b)(m+2a+c) - 3bc}{m+2a+3b+c} - m$$

- a) m                      b) a                      c) 2a  
 d) b                      e) c

15. Reducir:

$$A = (1 + \sqrt{8} + \sqrt{3} + \sqrt{24})(1 - 2\sqrt{2} - \sqrt{3} + 2\sqrt{6})$$

- a) 1                      b) 12                      c) 13  
 d) 14                      e) 18

**TAREA DOMICILIARIA N° 4**

1. Reducir:

$$M = (x + 2)^2 - (2 - x)^2 + (x - 4)^2 - x^2 - 16$$

- a) 0                      b) 2                      c) x  
d) 4x                      e) x + 2

2. Efectuar:

$$(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)(x + 4) + (x + 4)(4 - x)$$

- a) 0                      b) 1                      c) 2  
d) x<sup>2</sup>                      e) 2x<sup>2</sup>

3. Reducir:

$$M = (\sqrt{7} + \sqrt{3})^2 + (\sqrt{7} - \sqrt{3})^2$$

- a) 10                      b) 13                      c) 20  
d) 18                      e) 36

4. Simplificar:

$$A = \frac{(\sqrt[6]{5} + \sqrt[6]{6})^2 - (\sqrt[6]{5} - \sqrt[6]{6})^2}{2 \sqrt[6]{30}}$$

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
d) 4                      e) 5

5. Efectuar:

$$E = (a + 5)(a - 5)(a^2 + 5^2)(a^4 - 5^4) - a^8$$

- a) 5<sup>4</sup>                      b) -5<sup>8</sup>                      c) -5<sup>6</sup>  
d) -25<sup>4</sup>                      e) Hay dos claves correctas

6. Multiplicar:

$$M = (a + b)(a^2 + ab + b^2)(a - b)(a^2 - ab + b^2)$$

- a) a<sup>6</sup> - b<sup>3</sup>                      b) a<sup>3</sup> - b<sup>6</sup>                      c) (a - b)<sup>6</sup>  
d) a<sup>6</sup> - b<sup>6</sup>                      e) Hay dos claves correctas

7. Efectuar:

$$L = (\sqrt[3]{3} + 1)(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3} + 1)$$

- a) 3                      b) 4                      c) 8  
d) -4                      e) N.A.

8. Reducir:

$$M = (x^5 + 4)(x^5 + 7) - (x^5 + 2)(x^5 + 9)$$

- a) 5                      b) x<sup>10</sup>                      c) x<sup>20</sup>  
d) 10                      e) 15

9. Simplificar:

$$L = \sqrt{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)} + 1$$

- a) x<sup>2</sup> + 5x + 5                      b) x<sup>2</sup> - 5x + 5                      c) x<sup>2</sup> - 5  
d) -x<sup>2</sup> - 5x - 5                      e) N.A.

10. Simplificar:

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})(a+b)(a^4 + a^2b^2 + b^4)$$

- a) a<sup>6</sup> + b<sup>6</sup>                      b) a<sup>6</sup> - b<sup>6</sup>                      c) a<sup>3</sup> + b<sup>3</sup>  
d) a<sup>3</sup> - b<sup>3</sup>                      e) N.A.

11. Reducir:

$$M = (x + 2y - 7z)^3 + (x - 2y + 7z)^3 - 8x^3 + 6x(x + 2y - 7z)(x - 2y + 7z)$$

- a) x                      b) 2xyz                      c) 0  
d) x - y                      e) 2y<sup>2</sup>

12. Hallar "M" en:

$$M = \sqrt[3]{20 + \sqrt{392}} + \sqrt[3]{20 - \sqrt{392}}$$

- a) 1                      b) 6                      c) 20  
d) 4                      e) 8

13. Evaluar:

$$\sqrt[8]{3(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)} + 1$$

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
d) 4                      e) 5

14. Simplificar:

$$\frac{(x + a + b)(x + a + c) - bc}{x + a + b + c} - a$$

- a) 1                      b) 2x                      c) x  
d) 3x                      e) 8x

15. Reducir:

$$P = (1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6})(1 - \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{6})$$

- a) 0                      b) 1                      c) 2  
d) 3                      e) -1

# TRIÁNGULOS

## PROPIEDADES BÁSICAS

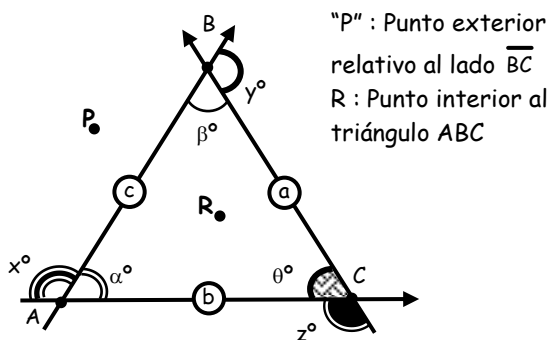
● **CONCEPTO :**

.....

.....

.....

.....



Elementos :

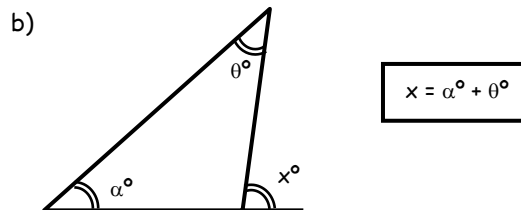
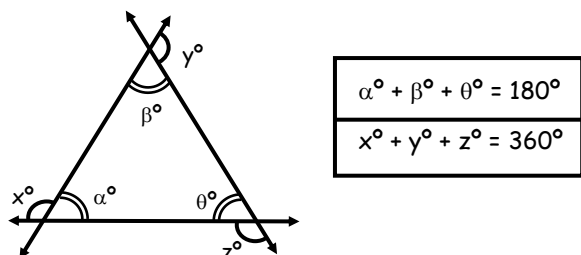
- Vértices : A, B, C
- Lados :  $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}$  (a, b, c)
- Medidas de los ángulos internos :  $\alpha^\circ, \beta^\circ, \theta^\circ$
- Medidas de los ángulos externos :  $x^\circ, y^\circ, z^\circ$
- Perímetro : 2p

$\Rightarrow 2p = a + b + c$

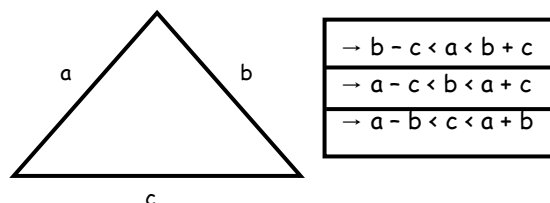
Además, notación :  
 $\Rightarrow \triangle ABC = \text{Triángulo ABC}$

### PROPIEDADES

a) Suma de medidas de los ángulos internos.

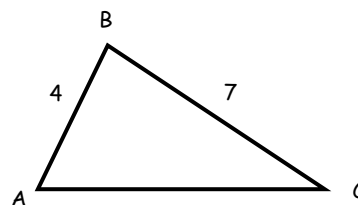


c) Propiedad de Existencia del triángulo



Ejemplo :

Calcular el máximo valor entero del lado  $\overline{AC}$  del  $\triangle ABC$ .



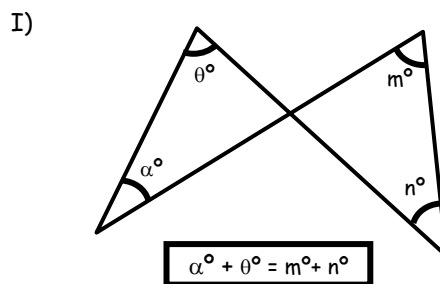
.....

.....

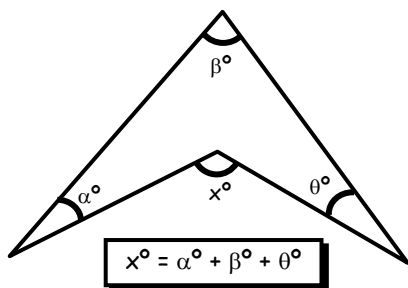
.....

.....

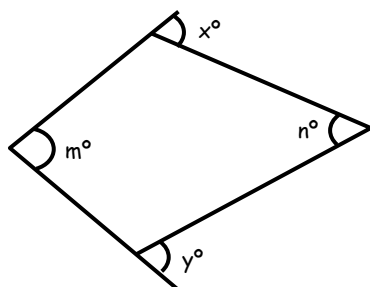
d) Propiedades Adicionales



II)

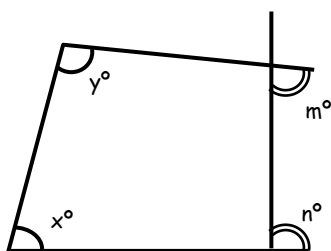


III)



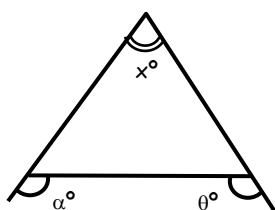
$x^\circ + y^\circ = m^\circ + n^\circ$

IV)



$\Rightarrow x^\circ + y^\circ = m^\circ + n^\circ$

V)



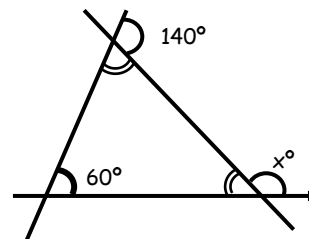
$\Rightarrow 180^\circ + x^\circ = \alpha^\circ + \theta^\circ$

Ejm : Hallar "x" :

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. En la figura. Calcular "x"

- a)  $100^\circ$
- b)  $120^\circ$
- c)  $130^\circ$
- d)  $140^\circ$
- e)  $150^\circ$

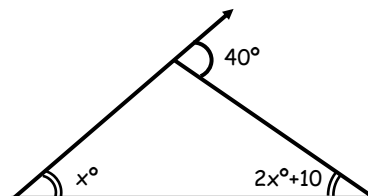


2. Determinar el menor ángulo interior de un triángulo, sabiendo que son tres números consecutivos.

- a)  $60^\circ$
- b)  $39^\circ$
- c)  $69^\circ$
- d)  $59^\circ$
- e)  $61^\circ$

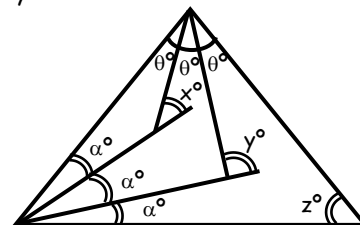
3. Determine el valor del ángulo "x"

- a)  $10^\circ$
- b)  $5^\circ$
- c)  $15^\circ$
- d)  $20^\circ$
- e)  $30^\circ$



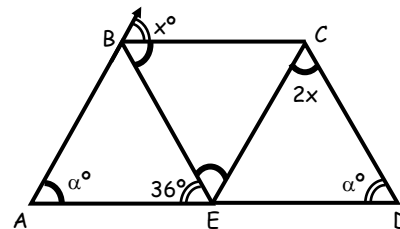
4. Calcular "x + y + z"

- a)  $60^\circ$
- b)  $120^\circ$
- c)  $180^\circ$
- d)  $90^\circ$
- e)  $360^\circ$



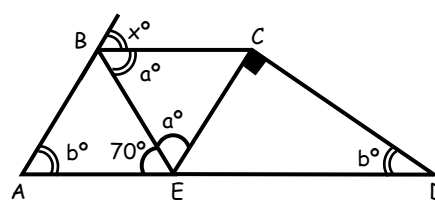
5. Calcular "x", Si :  $m\angle CBE = m\angle BEC$

- a)  $108^\circ$
- b)  $72^\circ$
- c)  $36^\circ$
- d)  $24^\circ$
- e)  $12^\circ$



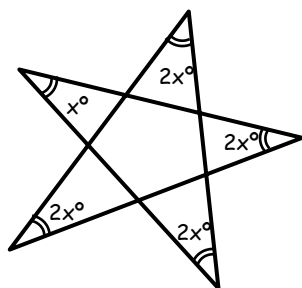
6. Calcular "x"

- a)  $100^\circ$
- b)  $75^\circ$
- c)  $25^\circ$
- d)  $70^\circ$
- e)  $50^\circ$



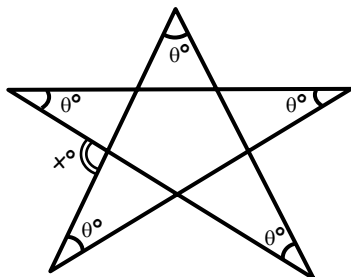
7. Calcular "x"

- a) 60°
- b) 20°
- c) 30°
- d) 10°
- e) 15°



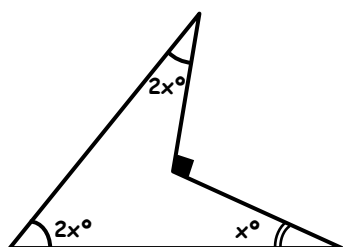
8. Calcular "x"

- a) 108°
- b) 72°
- c) 36°
- d) 20°
- e) 10°



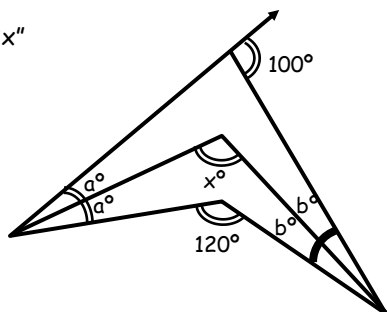
9. Calcular "x"

- a) 20°
- b) 15°
- c) 18°
- d) 12°
- e) 10°



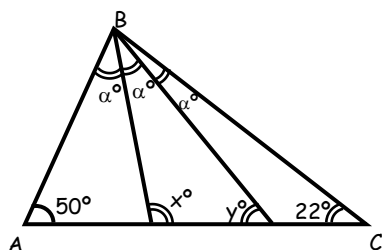
10. Determinar "x"

- a) 100°
- b) 80°
- c) 160°
- d) 120°
- e) 135°



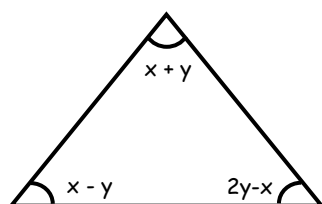
11. Del gráfico, calcular "x"

- a) 28°
- b) 56°
- c) 20°
- d) 30°
- e) 10°



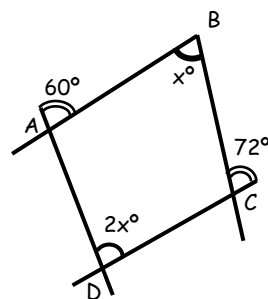
12. Calcular "x", si: "y" toma su mínimo valor entero.

- a) 26°
- b) 30°
- c) 46°
- d) 88°
- e) N.A.



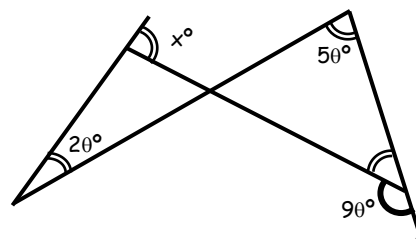
13. Calcular "x"

- a) 20°
- b) 24°
- c) 36°
- d) 72°
- e) 64°



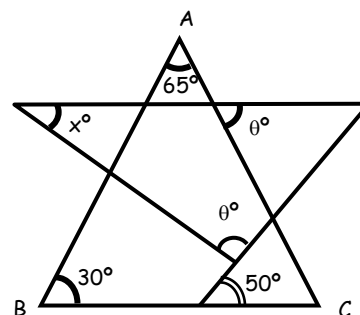
14. Calcular "x"

- a) 90°
- b) 60°
- c) 30°
- d) 20°
- e) 0°



15. Calcular "x"

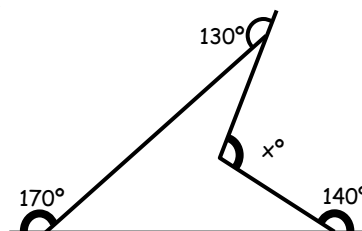
- a) 10°
- b) 30°
- c) 45°
- d) 65°
- e) 85°



**TAREA DOMICILIARIA**

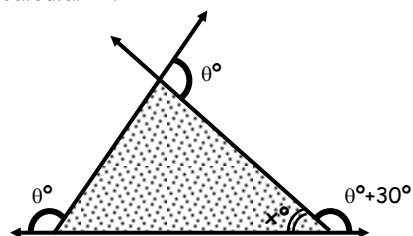
1. Determina "x"

- a) 50°
- b) 100°
- c) 120°
- d) 110°
- e) 130°



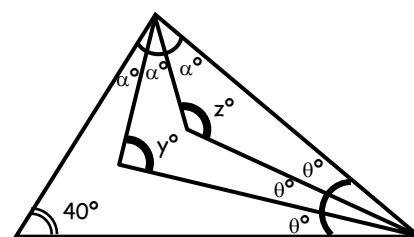
2. Del gráfico, calcular "x"

- a) 20°
- b) 30°
- c) 40°
- d) 80°
- e) 110°



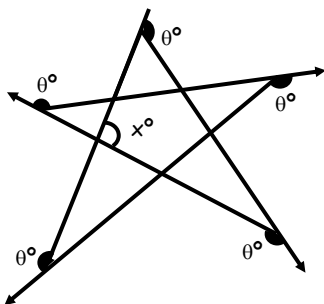
3. Calcular "x"

- a) 100°
- b) 180°
- c) 200°
- d) 260°
- e) 360°



4. Calcular "x"

- a) 100°
- b) 108°
- c) 72°
- d) 144°
- e) 288°

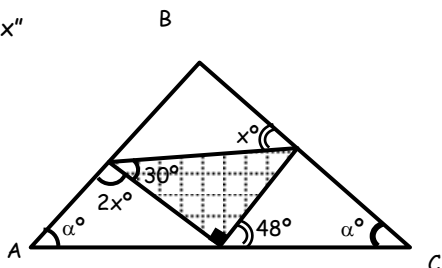


5. Calcular el máximo valor entero que puede tomar el tercer lado de un triángulo, sabiendo que dos de sus lados son 5 y 9.

- a) 13
- b) 14
- c) 11
- d) 6
- e) 5

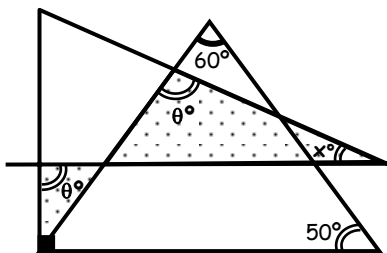
6. Calcular "x"

- a) 56°
- b) 64°
- c) 42°
- d) 24°
- e) 12°



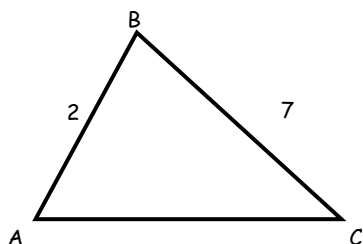
7. Calcular "x"

- a) 50
- b) 30
- c) 20
- d) 10
- e) 15



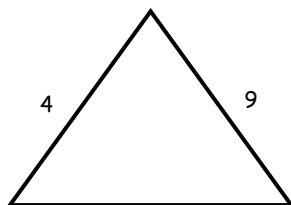
8. Calcular la suma de los valores pares que puede tomar  $\overline{AC}$ .

- a) 6
- b) 8
- c) 7
- d) 14
- e) 21



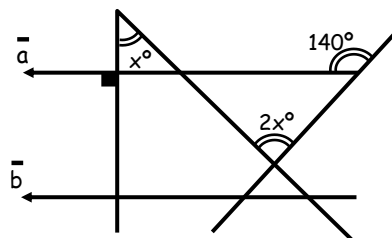
9. Calcular el mínimo valor que puede formar el perímetro del  $\triangle ABC$ .

- a) 29
- b) 19
- c) 10
- d) 8
- e) N.A.



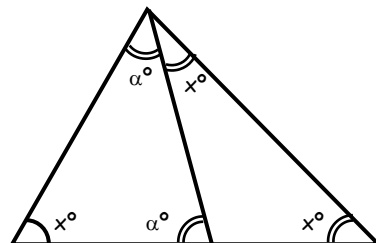
10. Calcular "x", si  $\bar{a} \parallel \bar{b}$

- a) 40°
- b) 30°
- c) 20°
- d) 70°
- e) 50°



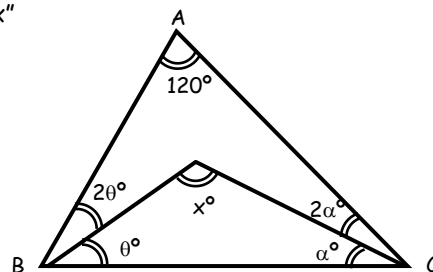
11. Calcular "x"

- a) 30°
- b) 72°
- c) 54°
- d) 36°
- e) 18°



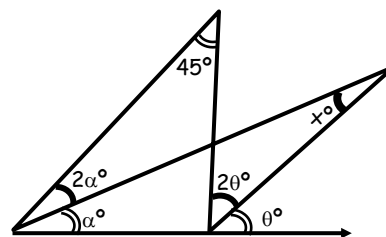
12. Calcular "x"

- a) 100°
- b) 150°
- c) 160°
- d) 170°
- e) 175°



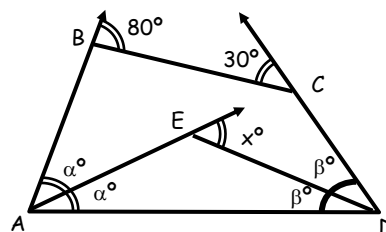
13. Calcular "x"

- a) 45°
- b) 30°
- c) 25°
- d) 15°
- e) 10°



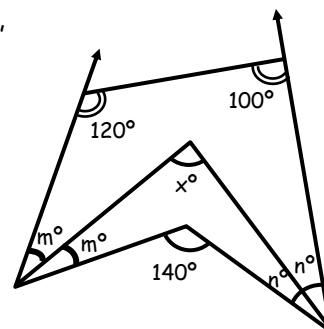
14. Calcular "x"

- a) 50°
- b) 55°
- c) 60°
- d) 65°
- e) 70°



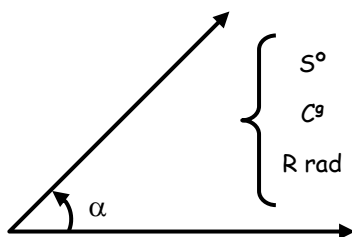
15. Calcular "x"

- a) 140°
- b) 40°
- c) 90°
- d) 60°
- e) 30°



# FÓRMULA GENERAL DE CONVERSIÓN

Es la relación que existe entre los números de grados sexagesimales (S), grados centesimales (C), y el número de radianes (R) que contiene un ángulo trigonométrico. En el gráfico tenemos:



Recordar:  $180^\circ = 200^g = \pi \text{ rad}$

Entonces:  $\boxed{\frac{S}{180} = \frac{C}{200} = \frac{R}{\pi}}$  ..... Fórmula General

De donde podemos establecer las siguientes consideraciones:

①

$$\boxed{\frac{S}{9} = \frac{C}{10}}$$

②

$$\boxed{S = \frac{180R}{\pi}}$$

③

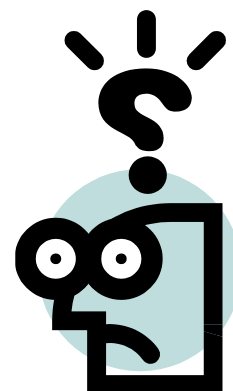
$$\boxed{C = \frac{200R}{\pi}}$$

Observación:

❖ De ①  $\frac{S}{9} = \frac{C}{10} = K \Rightarrow \left. \begin{matrix} S = 9K \\ C = 10K \end{matrix} \right\} K = \frac{20R}{\pi}$

Muchas veces conviene utilizar dicha observación por ejemplo:

Reducir:  $E = \frac{2S - C}{C - S} \Rightarrow E = \frac{2(9K) - 10K}{10K - 9K} \Rightarrow \frac{8K}{K} \Rightarrow E = 8$



SISTEMA	NÚMERO DE GRADO	NÚMERO DE MINUTO	NÚMERO DE SEGUNDO
Sexagesimal	S	60 S	3 600 S
Centesimal	C	100 C	10 000 C

**APLICACIONES**

1. Expresar en Radianes:  $3\pi S - 2\pi C = 7$

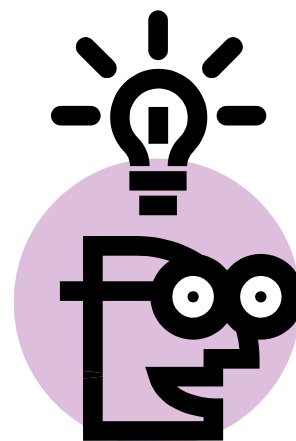
Reemplazando:  $S = \frac{180R}{\pi}$     $\wedge$     $C = \frac{200R}{\pi}$

$$3\cancel{f} \cdot \frac{180R}{\cancel{f}} - 2\cancel{f} \cdot \frac{200R}{\cancel{f}} = 7$$

$$140R = 7 \rightarrow 20R = 1 \rightarrow R = \frac{1}{20}$$

2. Expresar en radianes si se cumple:  $C - S = 4$

$$\frac{200R}{\pi} - \frac{180R}{\pi} = 4 \Rightarrow \frac{20R}{\pi} = 4 \Rightarrow \frac{5R}{\pi} = 1 \Rightarrow R = \frac{\pi}{5}$$



**EJERCICIOS DE APLICACIÓN**

1. Determine un ángulo en radianes si se cumple:

$$\left(\frac{S}{9} - 1\right) \left(\frac{C}{10} + 1\right) = 15$$

- a)  $\pi$  rad      b)  $\frac{\pi}{3}$  rad      c)  $\frac{\pi}{5}$  rad  
 d)  $\frac{\pi}{6}$  rad      e)  $\frac{\pi}{10}$  rad

2. Hallar la medida de un ángulo en radianes si se cumple:

$$C + S = (C^2 - S^2)$$

- a)  $\frac{\pi}{10}$  rad      b)  $\frac{\pi}{20}$  rad      c)  $\frac{\pi}{30}$  rad  
 d)  $\frac{\pi}{40}$  rad      e)  $\frac{\pi}{50}$  rad

3. Siendo S, C y R lo conocido, calcular:

$$E = \sqrt{\frac{C+S}{C-S}} + \sqrt{\frac{C+2S}{C-S}} + \sqrt{\frac{C+6S}{C-S}}$$

- a) 2                  b) 3                  c) 4  
 d) 5                  e) 6

4. Simplificar:

$$E = \frac{2\pi S + 3\pi C - 10R}{190R}$$

- a) 1                  b) 2                  c) 3  
 d) 7                  e) 5

5. Simplificar:

$$E = \frac{C\pi + 2S\pi + 40R}{(C-S)\pi}$$

- a) 10                b) 20                c) 30  
 d) 40                e) 50

6. Hallar el complemento en radianes para el ángulo que verifica lo siguiente:

$$\frac{C}{20} + R + \frac{S}{18} - 2R = 0,5$$

Siendo S, C y R lo conocido.

- a)  $\frac{\pi}{2}$  rad      b)  $\frac{\pi}{3}$  rad      c)  $\frac{\pi}{4}$  rad  
 d)  $\frac{\pi}{6}$  rad      e)  $\frac{\pi}{5}$  rad

7. Hallar la medida en radianes de un ángulo tal que:

$$\frac{C}{10} = a^k + \frac{1}{\pi} \quad \wedge \quad \frac{S}{18} = a^k - \frac{1}{\pi}$$

- a) 0,1              b) 0,2              c) 0,3  
 d) 0,4              e) 0,5

8. Señale la medida circular de un ángulo si el doble de su número de grados centesimales es mayor que su número de grados sexagesimales en 33.

- a)  $\frac{\pi}{20}$  rad      b)  $\frac{3\pi}{10}$       c)  $\frac{\pi}{5}$   
 d)  $\frac{\pi}{3}$               e)  $\frac{2\pi}{11}$

9. Señale la medida radial de un ángulo sabiendo que el producto de los números que representan su medida en los tres sistemas conocidos es igual a  $\frac{\pi}{6}$ .

- a)  $\frac{\pi}{3}$  rad      b)  $\frac{\pi}{5}$  rad      c)  $\frac{\pi}{6}$  rad  
 d)  $\frac{\pi}{60}$  rad      e)  $\frac{\pi}{30}$  rad

10. Hallar la medida circular de un ángulo si el doble de su número de grados centesimales es mayor que su número de grados sexagesimales en 11.

- a)  $\frac{\pi}{10}$  rad      b)  $\frac{\pi}{20}$       c)  $\frac{\pi}{40}$   
 d)  $\frac{\pi}{80}$               e)  $\frac{\pi}{160}$

**TAREA DOMICILIARIA N° 3**

11. Siendo  $S$  y  $C$  los números que expresan la medida de un mismo ángulo en los sistemas sexagesimales y centesimal que cumple:

$$20 < 3C - 2S < 80$$

Hallar la medida del mayor ángulo tal que  $S$  y  $C$  son números enteros.

- a)  $\frac{\pi}{6}$  rad      b)  $\frac{\pi}{4}$  rad      c)  $\frac{\pi}{9}$  rad  
 d)  $\frac{3\pi}{10}$  rad    e)  $\frac{2\pi}{5}$  rad

12. Obtener la medida circular de un ángulo para el cual sus medidas se relacionan del modo siguiente:

$$\left(\frac{\pi}{36} - \frac{2\pi}{S}\right) \left(\frac{\pi}{40} - \frac{2\pi}{C}\right) \left(5 - \frac{2\pi}{R}\right) = \frac{125\pi^3}{8SCR}$$

- a)  $\frac{3\pi}{10}$  rad      b)  $\frac{3\pi}{5}$       c)  $\frac{7\pi}{10}$   
 d)  $\frac{7\pi}{5}$       e)  $\frac{9\pi}{10}$

13. Hallar la medida de un ángulo expresado en radianes, si su número grados sexagesimales, centesimales y radianes ( $S$ ,  $C$  y  $R$ ) satisfacen la ecuación:

$$\left(\frac{\sqrt{S} \sqrt{S} \sqrt{S} \dots \infty \text{ radicales}}{\sqrt{C} \sqrt{C} \sqrt{C} \dots \infty \text{ radicales}}\right)^{R-R} = 4\sqrt{0,9}$$

- a) 1      b) 2      c) 4  
 d) 1/2      e) 1/4

14. Señalar la medida circular de un ángulo que verifica:

$$\frac{S^3\pi}{9} + \frac{C^3\pi}{10} + 2OR^3 = S^2 + C^2 + R^2$$

Siendo  $S$ ,  $C$  y  $R$  lo conocido:

- a)  $\frac{\pi}{2}$  rad      b)  $\frac{\pi}{20}$  rad      c)  $\frac{\pi}{9}$  rad  
 d)  $\frac{\pi}{6}$  rad      e)  $\frac{\pi}{7}$  rad

15. Expresar el ángulo en centesimal si se cumple:

$$\sqrt{S + \sqrt{S + \sqrt{S + \dots}}} = C$$

- a)  $(1, 2)^9$       b)  $(1, 9)^9$       c)  $(1, 8)^9$   
 d)  $1,7^9$       e)  $2^9$

1. Siendo  $S$ ,  $C$  y  $R$  lo convencional.

Simplificar:  $E = \frac{2\pi S + 0,5\pi C + 4OR}{5R}$

- a) 100      b) 200      c) 250  
 d) 150      e) 50

2. Determine un ángulo en radianes si se cumple:

$$\frac{\pi C + \pi S + 1OR}{\pi C - \pi S - 1OR} - \frac{C + S}{C - S} = \frac{8OR}{\pi}$$

- a)  $\frac{\pi}{4}$  rad      b)  $\frac{\pi}{3}$  rad      c)  $\frac{\pi}{16}$  rad  
 d)  $\frac{\pi}{8}$  rad      e)  $\frac{\pi}{2}$  rad

3. Siendo  $S$ ,  $C$  y  $R$  lo conocido para un mismo ángulo.

Reducir:  $\frac{\pi C + \pi S + 2OR}{\pi C - \pi S + 2OR}$

- a) 1      b) 5      c) 10  
 d) 20      e) 30

4. Determine un ángulo en radianes si se cumple:

$$\frac{S}{C} = \frac{C + 2O}{5}$$

- a)  $\pi$  rad      b)  $\frac{\pi}{8}$  rad      c)  $\frac{\pi}{4}$  rad  
 d)  $\frac{\pi}{5}$  rad      e)  $\frac{\pi}{6}$  rad

5. Expresar en radianes si  $S$ ,  $C$  y  $R$  representan lo convencional para un mismo ángulo.

$$\sqrt{\frac{S \cdot C}{10}} = \frac{R}{\pi}$$

- a) 20      b) 40      c) 60  
 d) 80      e) 100

6. Si:  $S$  y  $C$  representa lo convencional para un mismo ángulo y se cumple que:

$$S = 2x + 3 \wedge C = 3x - 6$$

Calcular dicho ángulo.

- a)  $\frac{\pi}{20}$  rad      b)  $\frac{\pi}{10}$  rad      c)  $\frac{3\pi}{20}$  rad  
 d)  $\frac{\pi}{5}$  rad      e)  $\frac{\pi}{50}$  rad

7. Hallar:  $E = \frac{40^g + 27^\circ}{\frac{\pi}{9} \text{ rad}}$

- a) 2,25      b) 2,15      c) 3,15  
 d) 3,35      e) 3,75

8. Si los números que representan la medida de un ángulo en los sistemas sexagesimales y centesimales son pares consecutivos el valor del complemento del ángulo expresado en radianes es:

- a)  $\frac{\pi}{20}$  rad      b)  $\frac{\pi}{5}$  rad      c)  $\frac{3\pi}{20}$  rad  
 d)  $\frac{7\pi}{40}$  rad      e)  $\frac{2\pi}{5}$  rad

9. Determine la medida de un ángulo tal que la diferencia de cuadrados del número de grados centesimales y sexagesimales es al número de radianes como 380 es a 1.

- a)  $\frac{\pi^2}{10}$  rad      b)  $\frac{\pi^2}{20}$  rad      c)  $\frac{\pi^2}{30}$  rad  
 d)  $\frac{\pi^2}{40}$  rad      e)  $\frac{\pi^2}{50}$  rad

10. Siendo S y C los números de grados sexagesimales y centesimal de un mismo ángulo tal que:

$$S = 2n \quad \wedge \quad C = 4n - 1$$

Determine el número de radianes de dicho ángulo.

- a)  $\frac{\pi}{160}$       b)  $\frac{\pi}{180}$       c)  $\frac{\pi}{140}$   
 d)  $\frac{\pi}{120}$       e)  $\frac{\pi}{100}$

11. Siendo R el número de radianes de un ángulo que satisface la igualdad. Hallar: "S"

$$\sqrt{R-1} = \frac{5}{2} - \frac{1}{\sqrt{R-1}}$$

- a)  $75^\circ$       b)  $45^\circ$       c)  $\frac{225^\circ}{\pi}$   
 d)  $\frac{135^\circ}{\pi}$       e)  $\frac{45^\circ}{\pi}$

12. Siendo S, C y R lo convencional para un determinado ángulo para el cual se tiene que:

$$\frac{1}{R + \frac{1}{S - \frac{30}{C}}} = \frac{1}{R - \frac{1}{S - \frac{50}{C}}}$$

Hallar dicho ángulo en radianes.

- a)  $\frac{\pi}{9}$  rad      b)  $\frac{\pi}{10}$  rad      c)  $\frac{\pi}{20}$  rad  
 d)  $\frac{\pi}{30}$  rad      e)  $\frac{\pi}{40}$  rad

13. Señale la medida circular de un ángulo que cumple:

$$3S - 2C + 20R = 10,1416$$

Siendo S, C y R lo conocido para dicho ángulo.

- a)  $\frac{\pi}{4}$  rad      b)  $\frac{\pi}{5}$  rad      c)  $\frac{\pi}{10}$  rad  
 d)  $\frac{\pi}{20}$  rad      e)  $\frac{\pi}{40}$  rad

14. Se mide un ángulo en los 3 sistemas conocidos si se cumple:

$$\frac{1}{S} + \frac{1}{C} - \frac{1}{R^2} = \frac{\pi}{1800R}$$

Hallar la medida radial.

- a)  $\frac{\pi}{10}$  rad      b)  $\frac{\pi}{11}$       c)  $\frac{10}{\pi}$   
 d)  $\frac{\pi}{100}$       e)  $\frac{100}{\pi}$

15. Señale la medida circular de un ángulo que cumple:  $S + C + 19R = 20 + \pi$ ; siendo S, C, R lo conocido para dicho ángulo:

- a)  $\frac{\pi}{20}$  rad      b)  $\frac{\pi}{19}$  rad      c)  $\frac{\pi}{38}$  rad  
 d)  $\frac{\pi}{76}$  rad      e)  $\frac{\pi}{40}$  rad