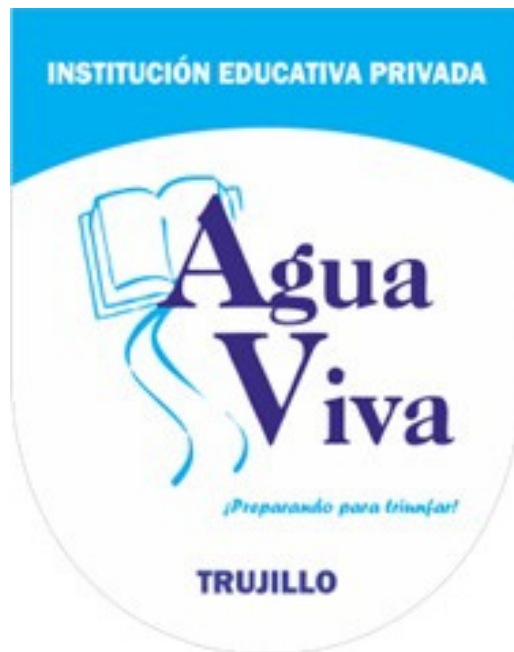


Matemática IV



Estudiante:

Docente:

2026

INDICE

Razones y proporciones.....	1
Ley de exponentes I.....	7
Método del cangrejo.....	11
Ángulos.....	16
Ángulos trigonométrico	20
Método del rombo.....	25
Serie de razones equivalentes.....	30
Leyes de exponentes.....	34
Método de las diferencias.....	38
Ángulos entre rectas paralelas.....	42
Sistemas de medición angular.....	46
Método de la regla conjunta.....	52
Promedios	57
Ecuaciones exponenciales.....	62
Triángulos	65
Fórmula general de conversión.....	69

RAZONES Y PROPORCIONES

☑ INTRODUCCIÓN

Entre los años 550 a 450 a.C. se establece la era pitagórica. Pitágoras de Samos, personaje semilegendario creador de un gran movimiento metafísico, moral, religioso y científico. El saber geométrico de los pitagóricos estaba en la geometría elemental, donde destaca el famoso Teorema de Pitágoras, el cual fue establecido por su escuela y donde la tradición de los pitagóricos llevó a atribuírselo a su maestro. Con respecto a la aritmética actual el saber de los pitagóricos era enorme. Fueron los primeros en analizar la noción de número y establecer las relaciones de correspondencia entre la aritmética y la geometría. Definieron los números primos, algunas progresiones y precisaron la teoría de las proporciones. Los pitagóricos propagaban de que todo podía expresarse por medio de números, pero luego tuvieron que aceptar que la diagonal de un cuadrado era incommensurable con el lado del cuadrado.

☑ APLICACIÓN

Las razones y proporciones, tienen una gran aplicación en diversas disciplinas; por ejemplo en ingeniería se emplean las escalas para realizar pequeñas maquetas; en el área contable, para realizar movimientos financieros y en la vida diaria, para efectuar ciertos operaciones aritméticas.

□ RAZÓN

Si observamos dos magnitudes y una es mayor que la otra nos preguntamos ¿en cuántas unidades es mayor? ó ¿cuántas veces contiene la mayor o la menor?, para responder a estas preguntas comparamos estas dos magnitudes por diferencia o por división respectivamente.

RECORDAR:

"Razón es la comparación de dos cantidades de una misma magnitud mediante la operación de diferencia o división".

➤ CLASES DE RAZÓN

✓ Razón Aritmética

Es la comparación de dos cantidades mediante la diferencia. Dicha diferencia determina en cuántas unidades excede una magnitud a la otra.

Ejemplo:

En 4to. año del colegio Trilce asisten 25 varones y 18 mujeres. ¿Cuál es la razón aritmética?

Comparando:

$$\underbrace{25 \text{ varones}} - \underbrace{18 \text{ mujeres}} = \underbrace{7 \text{ varones}}$$

antecedente consecuente valor de la razón

En general:

$$a - b = r$$

↑ ↑ ↑
Antecedente Consecuente Razón

✓ Razón Geométrica

Es la comparación de dos cantidades por medio del cociente o división.

Ejemplo:

La edad de un padre y su hijo son 40 y 5 años respectivamente.

Comparando:

$$\frac{\text{Padre: } 40 \text{ años}}{\text{Hijo: } 5 \text{ años}} = 8$$

Interpretación:

- La edad del padre es 8 veces la edad del hijo.
- La edad del hijo es la octava parte de la edad del padre.

En general:

$$\frac{a}{b} = k$$

Donde:

a : antecedente

b : consecuente

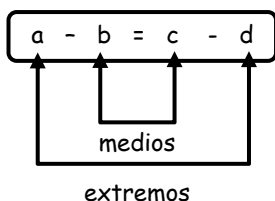
k : valor de la razón geométrica

□ **PROPORCIÓN**

Es la igualdad de dos razones y puede ser de dos clases:

➤ **PROPORCIÓN ARITMÉTICA (EQUI - DIFERENCIA)**

Igualdad de dos o más razones aritméticas.



PROPIEDAD:

"Suma de medios igual a suma de extremos"

$$a + d = b + c$$

Las proporciones aritméticas se dividen en dos tipos:

✓ **Proporción Aritmética Discreta**

Cuando se cumple que sus cuatro términos son diferentes entre sí.

$$a - b = c - d$$

Observación:

Al último término (d) se le denota "Cuarta diferencial" de a, b y c.

✓ **Proporción Aritmética Continua**

"Cuando los términos medios son iguales"

$$a - (b) = (b) - c$$

Observación:

A cada término igual (b) se le denomina "Media diferencial" de a y c; y a cada término distinto se le llama "Tercera Diferencial".

➤ **PROPORCIÓN GEOMÉTRICA (EQUI - COCIENTE)**

Igualdad de dos o más razones geométricas

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

o también:

$$a : b :: c : d$$

donde:

"a" y "d" son términos extremos.

"b" y "c" son términos medios.

PROPIEDAD

"Producto de medios igual a producto de extremos".

$$a \cdot d = b \cdot c$$

Las proporciones geométricas se dividen en dos tipos:

✓ **Proporción Geométrica Discreta**

Cuando se cumple que sus cuatro términos son diferentes entre sí.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Observación:

"Al último término (d) se le denomina "Cuarta proporcional" de a, b y c.

✓ **Proporción Geométrica Continua**

"Cuando los términos medios son iguales"

$$\frac{a}{(b)} = \frac{(b)}{c}$$

Observación:

A cada término igual (b) se le denomina "Media Geométrica o Media Proporcional" de a y c; y a cada término distinto se le llama "Tercera Proporcional".

PROPIEDADES

Si: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

1. $a \cdot d = b \cdot c$

2. $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

3. $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

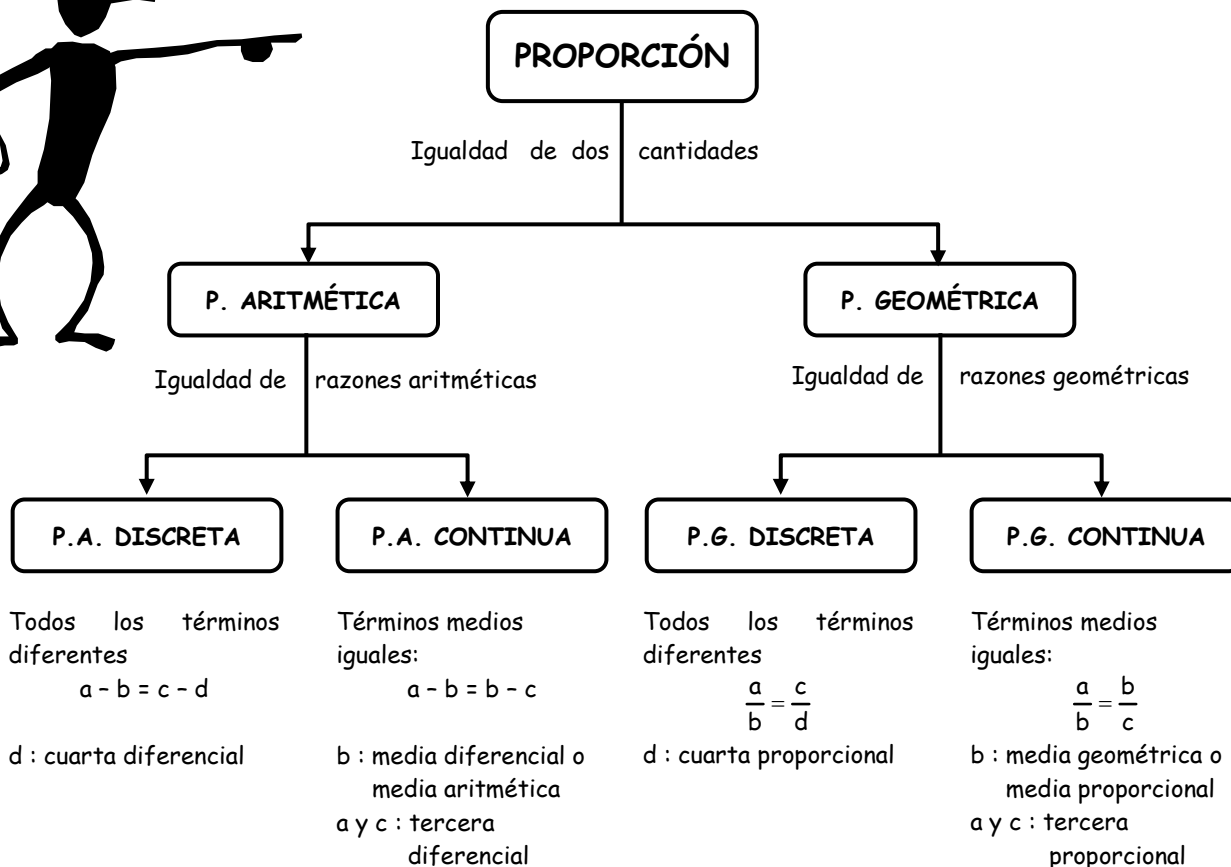
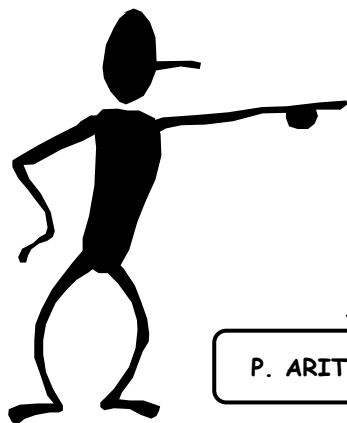
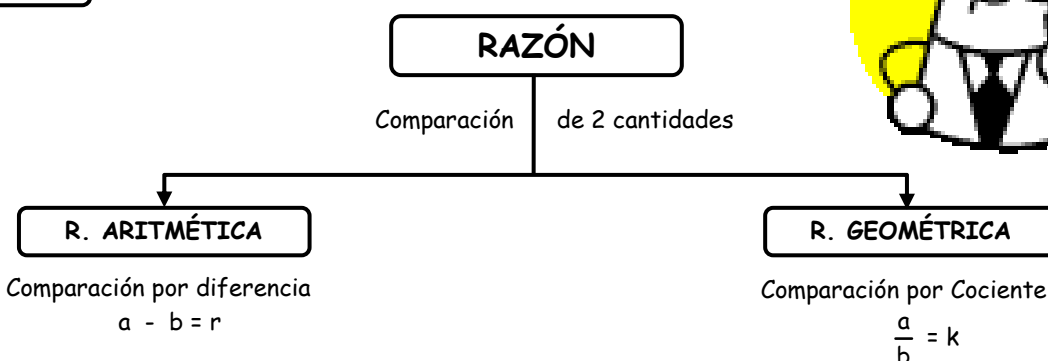
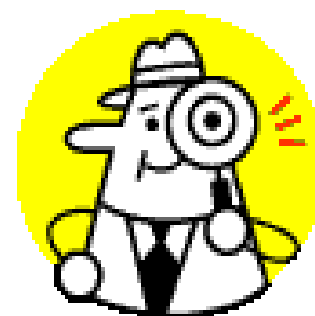
4. $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

5. $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

6. $\frac{a^n}{b^n} = \frac{c^n}{d^n}$

7. $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \frac{\sqrt[n]{c}}{\sqrt[n]{d}}$

□ **RESUMEN**





Ejercicios de Aplicación

- Dos números están en la relación de 5 a 2 y su suma es 70. Hallar el mayor:
 - 20
 - 30
 - 40
 - 50
 - 60
- Dos números están en la relación de 3 a 7 y la diferencia de ellos es 160. hallar el menor:
 - 60
 - 120
 - 180
 - 250
 - 280
- Dos números son entre sí como 5 es a 3 y su suma es 120. Hallar el mayor:
 - 60
 - 75
 - 36
 - 48
 - 45
- La suma de dos números es 980 y su razón es $\frac{5}{9}$. Hallar el menor:
 - 300
 - 320
 - 340
 - 350
 - 360
- La suma de dos números es 320 y su razón geométrica es $\frac{3}{7}$. Hallar el número mayor:
 - 336
 - 224
 - 188
 - 163
 - 218
- Dos números son entre sí como 2 es a 5. Si su razón aritmética es 72. Hallar el número mayor:
 - 60
 - 82
 - 120
 - 96
 - 86
- Las edades de Juan y Roberto son 30 y 24 años respectivamente. ¿Dentro de cuántos años sus edades estarán en la relación de 7 a 6?
 - 10
 - 18
 - 15
 - 12
 - 20
- Mario tiene 38 años y Jessica 24 años, ¿hace cuántos años sus edades fueron como 2 a 1?
 - 12
 - 8
 - 10
 - 15
 - 6
- En una caja se tienen 140 bolas, 80 blancas y el resto iguales, ¿cuántos bolas blancas se deben retirar para que existan 5 bolas blancas por cada 6 bolas azules?
 - 10
 - 20
 - 30
 - 40
 - 50
- En una reunión se observó que por cada 5 hombres hay 3 mujeres si llegaron 10 hombre y 8 mujeres la nueva relación será de 3 hombres por cada 2 mujeres. ¿Cuántos personas habían inicialmente en la reunión?
 - 48
 - 42
 - 32
 - 38
 - 24
- Hallar la media proporcional de 4 y 9
 - 6
 - 7
 - 8
 - 9
 - 10
- Hallar la media proporcional de 12 y 27
 - 18
 - 16
 - 12
 - 15
 - 21
- Hallar la cuarta proporcional de 15; 20 y 18
 - 36
 - 21
 - 24
 - 28
 - 32
- La media proporcional de "a" y 27 es "b" y además "a" es la tercera proporcional entre 3 y 27. Hallar (a - b)
 - 81
 - 162
 - 243
 - 54
 - 30
- La cuarta diferencial de "a", "b" y "c" es 29, la tercia proporcional de "a" y "b" es 36 y la media aritmética de "b" y "c" es 39. Hallar la tercera diferencial de "a" y "c".
 - 20
 - 21
 - 22
 - 23
 - 24



Tarea Domiciliaria

- En una razón geométrica el antecedente es 108 y el consecuente 4. ¿Cuál es el valor de la razón?
 - 25
 - 27
 - 29
 - 31
 - 33
- Determinar el consecuente de una razón cuyo valor es $\frac{5}{8}$ y el antecedente es $\frac{4}{9}$.
 - $\frac{32}{45}$
 - $\frac{45}{32}$
 - $\frac{18}{15}$
 - $\frac{6}{5}$
 - $\frac{8}{25}$
- En una razón el consecuente es 8 y su valor es 0,375. Determinar el antecedente.
 - 1
 - 2
 - 3
 - 4
 - 5
- La razón entre las velocidades de un tren y de un avión es 2 : 3 si la velocidad del tren es de 600 km/h. ¿Cuál es la velocidad del avión?
 - 150 km/h
 - 300
 - 450
 - 600
 - 900
- La razón de las longitudes de los lados de un rectángulo es 3 : 4. Si el lado menor mide 15 cm. ¿Cuánto mide el perímetro del rectángulo?
 - 50 cm
 - 60
 - 70
 - 80
 - 90
- Las edades de Ana y Julia están en la relación de 2 : 3. ¿Qué edad tiene la mayor, si la sumas de sus edades es 85 años?
 - 17
 - 34
 - 51
 - 60
 - 75
- La diferencia entre el peso de dos vehículos es 120 kg. y están en la relación de 7 : 4. ¿Calcule el peso del vehículo menos pesado?
 - 40 kg
 - 80
 - 120
 - 160
 - 200
- El perímetro de un rectángulo es 256 cm y razón entre la medida de sus lados es 5 : 3. Calcular el área.
 - 3840 cm
 - 3640
 - 3440
 - 800
 - 400
- Dos amigos deben repartirse \$ 27 000 en la razón de 7 : 2. ¿Cuánto dinero recibe el mayor?
 - \$ 21000
 - 18000
 - 9000
 - 3000
 - 2000
- El dinero de 2 personas están en la razón de 12 : 7 y una de ellas tiene \$ 850 más que la otra. ¿Cuánto dinero tiene la menor?
 - 1090
 - 1190
 - 1120
 - 1000
 - 1990
- Los ángulos interiores de un triángulo están en la razón de 5, 8 y 2. ¿Cuál es la medida de ángulo mayor?
 - 90°
 - 96°
 - 100°
 - 106°
 - 160°
- Calcular "M" si $M = T + P + D$
 Donde:
 T : media diferencial de 12 y P
 P : media proporcional de 12 y 3
 D : tercia proporcional de T y P
 - 10
 - 15
 - 18
 - 19
 - 20
- En la serie: $\frac{a}{4} = \frac{b}{6} = \frac{c}{9} = k$
 se cumple: $a + b + c - k = 54$
 Calcule: $a - b + c$
 - 14
 - 27
 - 21
 - 36
 - 12
- En una proporción geométrica continua el producto de los extremos es 144. Hallar la media proporcional.
 - 10
 - 12
 - 18
 - 21
 - 24
- En una proporción geométrica la suma de antecedentes es 130 y la suma de los consecuentes es 208. Si el producto de los términos medios es 5400. Hallar el mayor de los términos.
 - 100
 - 75
 - 120
 - 180
 - 240



- $3^4 \cdot 3^3 =$
- $x^{a+c} =$

2. **División**

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}; \forall a \neq 0$$

Ejm.:

- $\frac{3^4}{3^2} = 3^2$

- $x^{x-3} = \frac{x^x}{x^3}$

- $\frac{5^5}{5^3} =$

- $x^{2x-1} =$



4. **División**

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n; b \neq 0$$

Ejm.:

- $\frac{x^3}{y^3} = \left(\frac{x}{y}\right)^3$

- $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$

- $\frac{x^4}{2^4} =$

- $\left(\frac{3}{5}\right)^3 =$

II) EXPONENTES IGUALES

3. **Multipliación**

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

Ejm.:

- $x^4 y^4 z^4 = (xyz)^4$

- $(2b)^3 = 2^3 \cdot b^3$

- $m^2 n^2 p^2 =$

- $(3x)^4 =$



III) EXPONENTE DE EXPONENTE

$$\left\{ [a^m]^n \right\}^p = a^{mnp}$$

- $(3^2)^3 = 3^6 = 729$

- $x^2 \cdot 2.5 = \{(x^2)^2\}^5$

- $\{(2^2)^3\}^4 =$

- $x^2 \cdot 3.5 =$



EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Reducir: $M = \frac{15^2 \cdot 25 \cdot 49}{35^2 \cdot 45^2}$

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{9}$

d) $\frac{1}{5}$

e) 5

2. Simplificar: $N = \frac{2^{n+4} - 2^{n+3}}{2^{n+4}}$

a) 2

b) 3

c) $\frac{1}{3}$

d) $\frac{1}{2}$

e) $\frac{1}{5}$

3. Calcular: $F = 32^{25-8-3-1}$

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5

4. Efectuar:

$$M = \frac{x^4 \cdot x^6 \cdot x^8 \cdot x^{10} \dots x^{40}}{x \cdot x^3 \cdot x^5 \cdot x^7 \dots x^{37}}$$

a) x^{60}

b) x^{54}

c) x^{57}

d) x^{63}

e) x^{51}

5. Simplificar:

$$N = \left(\frac{1}{2}\right)^{-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}}$$

- a) 287 b) 281 c) 235
d) 123 e) 435

6. Halle el exponente final de "x".

$$\frac{(x^a)^{bc} \cdot (x^{bc})^a \cdot \overbrace{x^{ac} \cdot x^{ac} \dots x^{ac}}^{\text{"b" veces}}}{((x^{3a})^b)^c}$$

- a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

7. Si: $x^{x^x} = 2$

Calcular: $P = x^{x^{x+x^x}}$

- a) 2 b) 1/2 c) 4
d) $\sqrt{2}$ e) $\sqrt[4]{2}$

8. Si: $b^a = 5 \wedge a^{-b} = \frac{1}{2}$

Calcular: $R = a^{b^{a+1}}$

- a) 30 b) 32 c) 34
d) 35 e) 33

9. Calcular: $E = 7^2 \cdot 7^{50} \cdot 49 + 42 \left(\frac{7^{60}}{7^7}\right)$

- a) 6^{50} b) 7^{54} c) 7^{55}
d) 7^{41} e) 1

10. Si: $2^n = 3^m$; reducir:

$$L = \frac{5^2 \cdot 2^n + 2^{n+1} - 3^2 \cdot 2^n}{3^{m+3} - 2^2 \cdot 3^{m+1}}$$

- a) 3/4 b) 4/3 c) 6/5
d) 2/9 e) 7/5

11. Si: $x + \frac{1}{x} = 3$

Hallar el valor de:

$$W = \left[x^x + \left(\frac{1}{x}\right)^{\left(\frac{1}{x}\right)} \right] \left[x^{\left(\frac{1}{x}\right)} + \left(\frac{1}{x}\right)^x \right]$$

- a) 18 b) 21 c) 15
d) 20 e) 24

12. Conociendo que: $C^{D^E} = A$; $C^{B^A} = E^{D^{-E}}$

Reducir: $S = A^{B^{C^{D^E}}}$

- a) A b) B c) C
d) D e) E

13. Reducir: $E = \frac{x^{m+n+mn} + x^{2m+2n}}{x^{m+n+mn} + x^{2mn}}$

- a) 1 b) x c) $x^{2(m+n-mn)}$
d) x^{m+n-mn} e) No se puede

14. Si: $n^n = 1/9$. Hallar: $E = n^{\left(\frac{5}{2}n\right)}$

- a) 243 b) 81 c) 1/81
d) 1 e) 729

15. Calcular: $P = \frac{2^{a+2} \cdot 4^{a+2b}}{8^{a-2} \cdot 16^{b+2}}$

- a) 1 b) 2 c) 4
d) 1/2 e) 1/4

TAREA DOMICILIARIA N° 1

1. Reducir: $T = \frac{36 \cdot 10^2 \cdot 27}{6^4 \cdot 5}$

- a) 6 b) 9 c) 3
d) 15 e) 5

2. Simplificar: $E = \frac{2^{n+3} + 2^{n+2} - 2^{n+1}}{2^{n+2}}$

- a) 1/2 b) 3/2 c) 5/2
d) 4/5 e) 7/6

3. Calcular: $A = 27^{9-4-2^{-1}}$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

4. Efectuar: $M = \frac{x^2 \cdot x^4 \cdot x^6 \cdot x^8 \cdot x^{10}}{x \cdot x^3 \cdot x^5 \cdot x^7 \cdot x^9}$

- a) x^5 b) x c) $2x$
d) x^{10} e) x^9

5. Simplificar:

$$A = \left(\frac{1}{3}\right)^{-\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}} + (-1)^{2003}$$

- a) 15 b) 20 c) 25
d) 30 e) 32

6. Simplificar: $T = \frac{(b^a a^{-b})^{-c}}{(a^b)^{c-a} (b^a)^{b-c}}$

- a) 1/ab b) b/a c) ab
d) a/b e) 1

7. Si: $x^x = 3$

Calcular: $R = x^{x^{x+1}}$

- a) 3 b) 9 c) 27
d) 1/3 e) 81

8. Si: $b^a = 5 \wedge a^{-b} = \frac{1}{2}$

Calcular: $I = b^{a^{b+1}}$

- a) 10 b) 20 c) 25
d) 30 e) 35

9. Calcular: $L = 5^4 \cdot 5^{30} \cdot 29 - 4 \left(\frac{5}{25}\right)^{36}$

- a) 5^{30} b) 5^{34} c) 5^{36}
d) 5^{31} e) 5^{35}

10. Si: $3^x = 7^y$; reducir:

$$C = \frac{3^{x+1} - 7^{y+1} + 3^x}{7^y - 7 \cdot 3^x + 3 \cdot 7^y}$$

- a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

11. Si: $ab = b^b = 2$

Hallar el equivalente de: $E = ab^{ab^{ab}}$

- a) 16 b) 16a c) 4
d) 4a e) 8a

12. Si se cumple que: $2^{22} + 1024 = 1024a$

Calcular: $M = 2^{2^{2^2}} - ((2^2)^4)^{0.5} a$

- a) 1 b) a c) a^2
d) -16 e) -4a

13. Si: $x^x = 3^{-1}$ entonces $x^{x^{1-x}}$ es equivalente a:

- a) 3^{x-1} b) 27^{-1} c) $3^{-1/3}$
d) 3^{-1} e) $\sqrt[3]{3}$


14. Calcular: $A = \frac{4^{x+3} + 4^{x+2} + 4^{x+1}}{2^{2x-1} + 2^{2x-2} + 2^{2x-3}}$

- a) 96 b) 6 c) 3/2
d) 48 e) 56


15. Si: $x^x = 2$ entonces: $S = x^{x^2} + x^{x+x^2}$ es igual a:

- a) 81 b) 6^x c) 12
d) $2^x(3)$ e) 2^{1+x^2}

MÉTODO DEL CANGREJO



Piensa un número multiplicado por 2, al producto súmale 2, al resultado elévalo al cuadrado y finalmente divídelo por 2.




Bien,
Obtuve 8.
¿En qué número pensé?

*Lo que escucho, lo olvido
Lo que veo, lo recuerdo
Pero lo que hago, lo entiendo*

Confucio

OBJETIVOS

- Potenciar la habilidad y rapidez en el manejo de las cuatro operaciones fundamentales, potenciación y radicación.
- Reconocer y aplicar eficazmente el método a los problemas tipo de este capítulo.



● ¿Cuándo se aplica?

● ¿Cómo se aplica?

$\square \times 2 = \square + 2 = (\square)^2 = \square + 2 = \square$

¡Ahora hazlo tú solo!

RETROCEDEMOS

Pensó un número, lo dividió entre 2, le resto 3, lo multiplico por 4, le sumo 5 y por último extrajo raíz cuadrada. Si obtuvo como resultado final 3. ¿En qué número pensó?

$$\square \div 2 = \square - 3 = \square \times 4 = \square + 5 = \sqrt{\square} = \square$$

RETROCEDEMOS



- Miro hacia el cielo para ver si encuentro la luz, que me ilumine el camino hasta donde estés tú y poderte decir: ¿Cuál es el número que al llevarlo al cubo, sumarle 6 lo obtenido, luego dividirlo entre 7 y restarle 8 al resultado, para finalmente elevar al cuadrado, encuentro 4 como resultado final?
 - 4
 - 5
 - 6
 - 7
 - 8
- Con un cierto número Angie hizo las siguientes operaciones : Primero le sumo 3, al resultado lo multiplico por 7 enseguida al resultado anterior le extrajo la raíz cuadrada por último lo dividió entre 2, obtuvo así 7 como resultado final. Hallar la quinta parte del número
 - 25
 - 4
 - 15
 - 5
 - 12
- Ana le dice a María : "Si a la cantidad de dinero que tengo le agrego 5 soles, a ese resultado lo elevo al cuadrado, luego lo dividí entre 4, para quitarle a continuación 9 soles y por último lo dividí entre 8, obtengo 5 soles". Lo que Ana tenía al inicio es :
 - S/.5
 - S/.6
 - S/.7
 - S/.8
 - S/.9
- A un número positivo lo dividimos entre 5, luego al resultado se le suma 2, al nuevo número se le eleva al cuadrado, al número así obtenido lo multiplicamos por 9, para finalmente extraer raíz cuadrada y obtener 15 como resultado final. ¿Cuál es la suma de las cifras del número?
 - 15
 - 5
 - 10
 - 12
 - 6
- Si al número total de patas de conejo que hay en el corral se le multiplica por 3, al producto se extrae raíz cúbica y luego al resultado se le resta 3, a la diferencia se eleva al cubo, obteniendo un número al cual luego de sumarle 3 y dividirlo entre 3, se obtiene 10 como resultado final. ¿Cuántos conejos hay?
 - 72
 - 24
 - 36
 - 45
 - 18
- El profesor de Razonamiento matemático divide entre 4 al número de alumnos de un salón, al cociente le sumo 4 y a la suma lo multiplica por 4, a continuación al producto lo multiplico por 4, para finalmente extraerle la raíz cuarta, obtuvo así 4. Si hay 18 alumnos, entonces el número de alumnos es :
 - 52
 - 36
 - 30
 - 40
 - 34
- Cuando a la edad de Michelle se divide entre 3 después de restarle 2, al resultado se le eleva al cubo a continuación se suma 19, luego a la suma se le extrae la raíz cuadrada, para finalmente sumar 5 y elevar al cuadrado, se obtiene 289. ¿Cuál es la edad de Leonel, si éste nació cuando Michelle tenía 5 años?
 - 17 años
 - 18 años
 - 20 años
 - 21 años
 - 22 años
- Si al número de hojas de mi libro de Razonamiento Matemático se le divide entre , al cociente se le suma 13, a la suma se le extrae raíz cuadrada, luego al resultado se le eleva al cubo, seguidamente se resta 13 y divide entre 22, para finalmente elevar al cuadrado y dividir entre 25, se obtiene así 9 como resultado final. Entonces el número de páginas es:
 - 216
 - 432
 - 108
 - 260
 - 264
- Un estudiante gastó las hojas de su cuaderno en 2 días y lo hizo del modo siguiente : Cada día gastó la mitad de hojas en blanco, más 8 hojas. ¿Cuántas páginas tenía el cuaderno?
 - 48
 - 24
 - 96
 - 144
 - 100

10. Un vendedor de huevos, una cierta mañana vendió los huevos que tenía de una manera muy extraña. Cada hora vendió la mitad de los huevos más 2 huevos, quedándose al final de 3 horas con sólo un huevo. ¿Cuántos huevos vendió esa mañana?

- a) 36 b) 72 c) 35
d) 18 e) 34

JUEGOS Y APUESTAS



Anthony, jugamos dos partidas de billar, con la condición de que el que pierda duplicará el dinero al vencedor

Anthony	Leo

Así es Leo, y el primero en perder fuiste tú, luego yo. Además al final quedamos con S/.8 cada uno. ¿Con cuánto empezamos?



**: Anthony empezó con : S/.
: Leo empezó con : S/.**



11. Leonel y Anthony juegan a las cartas, con la condición que aquel que pierda duplicará el dinero al otro. Si cada uno ha perdido una partida en el orden en que han sido nombrados, quedaron luego de haber perdido el último, con 12 soles cada uno. ¿Cuántos soles más tenía uno que el otro?

- a) S/.10 b) S/.4 c) S/.15
d) S/.9 e) S/.6

12. Alexandra y Diana juegan a los dados de tal manera que la perdedora duplicará el dinero a la otra. Se sabe que pierden en el orden indicado y al final cada una quedó con 40 soles. ¿Con cuánto empezó Alexandra.

- a) S/.20 b) S/.30 c) S/.40
d) S/.50 e) S/.60

13. Vanessa y Karina juegan a los naipes y convienen en que el que pierda la partida duplicará el dinero al vencedor. Pierden una partida cada uno en el orden indicado y quedan con 60 y 80 soles respectivamente. ¿Con cuánto empezó Vanesa?

- a) S/.55 b) S/.75 c) S/.65

d) S/.35 e) S/.85

14. Carlos y Andrés juegan a las cartas, con la condición que el que pierda duplicará el dinero al otro. Si cada jugador perdió una partida en el orden mencionado, resulta que se quedaron con 50 y 45 soles respectivamente. ¿Cuánto tenían al iniciar el juego?

- a) S/.50 y S/.45 d) S/.15 y S/.80
b) S/.60 y S/.35 e) S/.25 y S/.70
c) S/.55 y S/.40

15. Luis y Miguel juegan unas partidas de dominó con la condición de que el que perdiera triplicará el dinero del otro. Habiendo perdido cada jugador una partida en el orden mencionado quedan con 18 soles cada uno. ¿Quién ganó?

- a) Luis b) empataron c) Miguel
d) No ganaron ni perdieron e) N.A.

16. Jessica y Kike juegan a los naipes y convienen en que el que pierda la partida triplicará el dinero al otro. Ellos pierden cada uno una partida en el orden

indicado, quedando con S/.30 y S/.40 respectivamente. ¿Quién perdió?

- a) Jessica
 b) No puede saberse
 c) Kike
 d) No ganaron ni perdieron
 e) Faltan Datos

17. Dos jugadoras convienen en que cada vez que una gane, la otra le paga tanto como para duplicar lo que tiene. Después de dos partidas que la ganó la misma jugadora ambas tienen la misma cantidad : 40 soles. Lo que tenían al inicio es :

- a) S/.20 y S/.60
 b) S/.30 y S/.50
 c) S/.10 y S/.70
 d) S/.40 y S/.40
 e) S/.35 y S/.45

18. Tres jugadores A, B y C juegan unas partidas de billar y convienen en que el que pierde duplicará el dinero de los otros dos. Se sabe que perdieron en el orden indicado y al final cada uno quedó con 40 soles. ¿Quién ganó?

- a) Sólo A
 b) Sólo B
 c) Sólo C
 d) A y C
 e) B y C

19. Tres amigos Alberto, Brian y Carlos juegan a los dados y acuerdan que aquel que pierda un juego, debe duplicar su dinero a los otros dos. Si luego de tres juegos, cada uno perdió un juego en el orden mencionado y se retiran con S/. 24 cada uno. ¿Cuánto ganó o perdió el primero?.

- a) S/.3
 b) S/.4
 c) S/.5
 d) S/.12
 e) S/.15

20. Tres jugadores A, B y C están jugando a los naipes. El perdedor de cada juego duplicará el dinero de los otros dos. Si pierden una partida cada uno en orden alfabético y quedan con 40, 20 y 50 soles respectivamente. ¿Quién ganó?

- a) C
 b) B
 c) A
 d) B y C
 e) A y C



DESAFIO

De la granja de Toñito se pasaron a la granja de Luchito tantas gallinas como el doble de las que habían en esta granja. Al día siguiente se regresaron de la granja de Luchito a la de Toñito tantas gallinas como el triple de las que quedaron la noche anterior. Si ahora Toñito tiene 40 gallinas y Luchito 45. ¿Quién ganó y cuántas?



1. Leonel se puso a jugar con el dinero que llevaba: logra duplicarlo e inmediatamente gasta $S/.20$, con lo que le queda juega por segunda vez y triplica su dinero y gasta luego $S/.30$. Si finalmente le queda $S/.6$. ¿Cuánto gastó?
 a) $S/.16$ b) $S/.10$ c) $S/.12$
 d) $S/.6$ e) $S/.8$
2. María pensó un número, lo multiplico por 4, le sumo 6, lo dividí entre 2 y le resto 4. Si el resultado es 39. ¿En qué número pensó?
 a) 16 b) 20 c) 19
 d) 15 e) 21
3. Con un cierto número se hizo las siguientes operaciones: se multiplico por 5, al resultado se aumento 5, enseguida a la suma anterior se dividió entre 5, para finalmente al resultado anterior restarle 5, obteniendo 5 como resultado final. ¿Cuál fue el número?
 a) 5 b) 6 c) 7
 d) 8 e) 9
4. La edad de Melissa se quintuplica, al resultado se le suma 21, para luego dividirlo entre 6, al cociente se le extrae la raíz cuadrada, para finalmente restarle 4, obteniendo cero años. ¿Cuál es la edad de Melissa?
 a) 12 b) 13 c) 14
 d) 15 e) 16
5. A un número se le extrae raíz cuadrada después de agregarle 9, al resultado se le multiplica por 3 y se obtiene 9. ¿Cuál es el número?
 a) 15 b) 16 c) 18
 d) 6 e) 8
6. Cada vez que Leo se encuentra con Carla, éste le duplica el dinero a Carla, en agradecimiento Carla le da 1 sol. Si en un día se han encontrado dos veces, luego de los cuales Carla tiene 9 soles. ¿Cuántos tenía inicialmente Carla?
 a) $S/.1$ b) $S/.2$ c) $S/.3$
 d) $S/.4$ e) $S/.5$
7. Dos jugadores A y B convienen en que el que pierda la partida duplicará el dinero al otro. Si pierden una partida cada uno en orden alfabético, después de lo cual, ellos tienen cada uno 20 soles. ¿Cuántos soles más tenía uno que otro?
 a) $S/.4$ b) $S/.$ c) $S/.6$
 d) $S/.8$ e) $S/.10$
8. De un salón A pasan al salón B, 10 alumnos al salón A. Si al final A y B tienen 20 y 25 alumnos respectivamente. ¿Cuántos alumnos tenía cada salón inicialmente?
 a) 10 ; 30 b) 15 ; 30 c) 30 ; 10
 d) 15 ; 25 e) 16 ; 24
9. Angélica y María juegan a las cartas; con la condición de que la que pierda duplicará el dinero de la otra. Si pierden una partida cada una en el orden mencionado, resulta que tienen $S/.12$ y $S/.36$ respectivamente. ¿Quién ganó y cuánto?
 a) Angélica $S/.15$ b) María $S/.10$ c) Angélica $S/.12$
 d) Angélica $S/.18$ e) María $S/.15$
10. Estrella cada día gasta la mitad de lo que tiene más $S/.5$. Si gastó todo en 2 días. ¿Cuánto gastó el primer día?
 a) $S/.30$ b) $S/.15$ c) $S/.20$
 d) $S/.10$ e) $S/.18$
11. Josselyn desea adivinar el número de hermanos que tiene Catherine, para esto Josselyn le dice a Catherine, que haga las siguientes operaciones con el número de hermanos que tiene súmale 1, a la suma multiplícalo por 3, al producto réstale 5, a la diferencia divídelo entre 7, al cociente multiplícalo por 9 finalmente extrae la raíz cuadrada. Si después de realizar las operaciones Catherine ha obtenido 3, entonces Josselyn dirá que tiene:
 a) 2 hermanos b) 3 hermanos c) 4 hermanos
 d) 5 hermanos e) No tiene hermanos
12. Toño y Leo juegan unas partidas de billar, con la condición de que el que pierda duplicará el dinero al otro. Habiendo perdido cada jugador una partida en el orden mencionado quedan con $S/.12$ cada uno. ¿Quién ganó?
 a) Toño b) empataron c) Leo
 d) No ganaron ni perdieron e) F. Datos
13. Renato y Miguel juegan a los naipes con la condición que el que pierda triplicará el dinero al otro. Pierden una partida cada uno en el orden mencionado, resulta que el primero tiene $S/.90$ y el segundo $S/.60$. ¿Cuánto tenía Renato al inicial el juego?
 a) $S/.100$ b) $S/.120$ c) $S/.110$
 d) $S/.50$ e) $S/.40$
14. Cada vez que me encuentro con mi padrino, él me entrega $S/.5$, luego me duplica lo que tengo ahora; pero luego me pide $S/.2$ para su pasaje. Hoy día me he encontrado con él, 2 veces consecutivas, terminando con $S/.28$. ¿Cuánto era lo que yo tenía al principio?
 a) $S/.1$ b) $S/.2$ c) $S/.3$
 d) $S/.5$ e) $S/.10$
15. Con el número de bicicletas que tengo realice las siguientes operaciones.
 Lo elevo al cubo, al resultado le resto 5, a la diferencia lo divido entre 8, al número así obtenido lo elevo al cuadrado, para luego restarle 29 y por último al resultado le extraigo raíz cuadrada, obteniendo como resultado final 14. ¿Cuántas llantas hay?
 a) 5 b) 8 c) 10
 d) 12 e) 16

ÁNGULOS

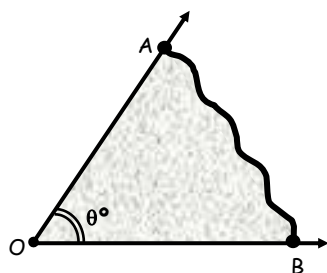
CONCEPTO :

.....

.....

.....

.....



Notación :

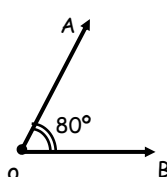
$\sphericalangle AOB$: Ángulo AOB ó $\hat{A}OB$: Ángulo AOB
 $m \sphericalangle AOB$: Medida del ángulo AOB
 → $m \sphericalangle AOB = \theta^\circ$

SABÍAS



$0^\circ \leq \theta_{\text{GEOMÉTRICO}} \leq 360^\circ$

Ejm :



Notación :

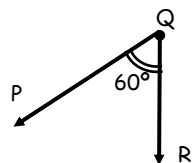
.....

⇒ $m \dots\dots\dots = 80^\circ$

Notación :

.....

$m \sphericalangle PQR = \dots\dots\dots$



BISECTRIZ DE UN ÁNGULO

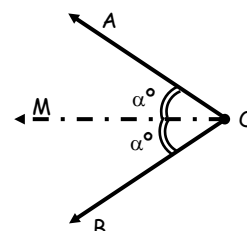
.....

.....

.....

.....

\overrightarrow{OM} : Bisectriz



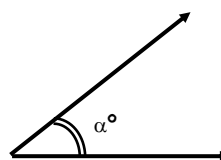
O sea :
 $m \sphericalangle AOM = m \sphericalangle MOB = \alpha^\circ$

CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS

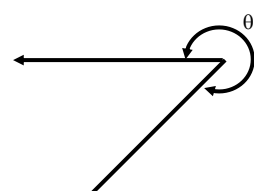
Los ángulos en geometría. Se dividen en Ángulos convexos y ángulos no convexos (cóncavos).

Ángulos Convexos

Áng. No-Convexo



$0^\circ < \alpha^\circ < 180^\circ$



$180^\circ < \theta^\circ < 360^\circ$

Ejm:

- * 30°
- * 90°
- *
- *
- *

Ejm :

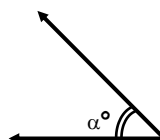
- * 190°
- * 300°
- *
- *
- *

CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS CONVEXOS

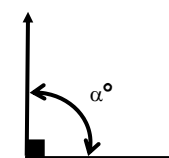
a) Según sus Medidas :

a.1 Águdo

a.2 Recto

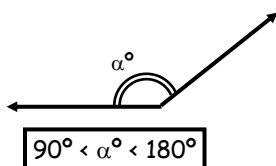


$0^\circ < \alpha^\circ < 90^\circ$

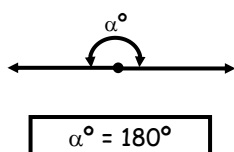


$\alpha^\circ = 90^\circ$

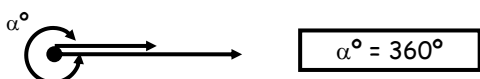
a.3 Obtuso



a.4 Llano

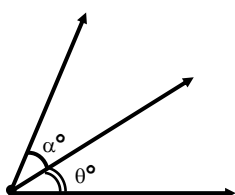


a.5 De una Vuelta

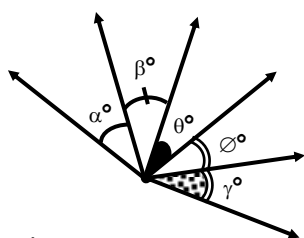


b) Según sus lados y la suma de sus medidas.

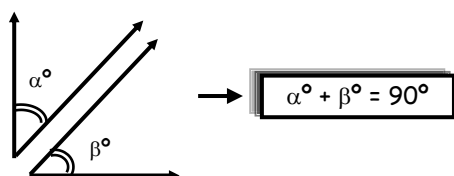
b.1 Adyacentes



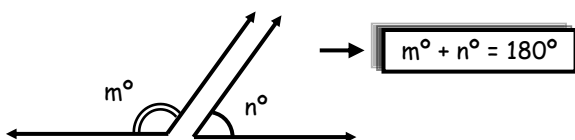
b.2 Consecutivos



b.3 Complementarios



b.4 Suplementarios



Ejm :

- $C_{20^\circ} = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$
- $C_{50^\circ} = \dots = \dots$
- $C_{70^\circ} = \dots = \dots$
- $CC_{60^\circ} = \dots = \dots$
- $CCC_{80^\circ} = \dots = \dots$

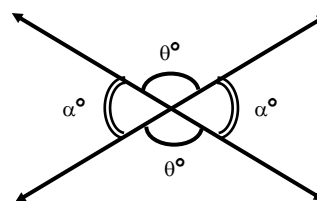
$C_{\alpha^\circ} = 180^\circ - \alpha^\circ$

Ejm :

- $S_{20^\circ} = 180^\circ - 20^\circ = \dots$
- $S_{30^\circ} = \dots = \dots$
- $S_{150^\circ} = \dots = \dots$
- $S_{36^\circ} = \dots = \dots$
- $SS_{10^\circ} = \dots = \dots$

$S_{\theta^\circ} = 180^\circ - \theta^\circ$

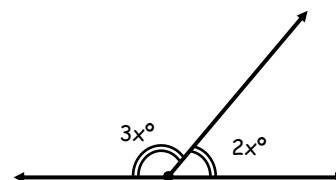
b.5 Ángulos Opuestos por el Vértice



EJERCICIOS DE APLICACIÓN

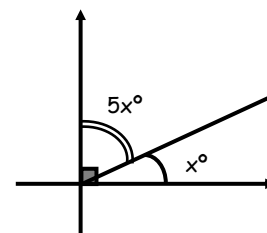
1. Del Gráfico, calcular "x".

- a) 18°
- b) 36°
- c) 54°
- d) 60°
- e) 30°



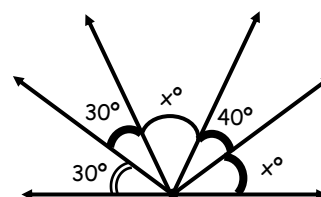
2. Calcular "x"

- a) 15°
- b) 20°
- c) 30°
- d) 18°
- e) 36°



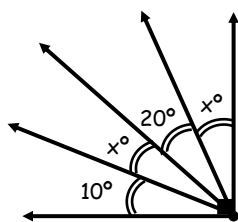
3. Calcular "x"

- a) 20°
- b) 40°
- c) 60°
- d) 80°
- e) 70°



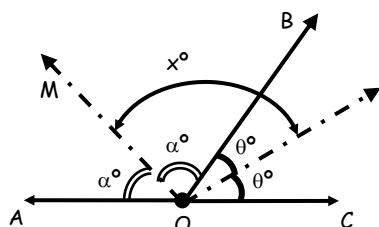
4. Calcular "x"

- a) 10°
- b) 45°
- c) 60°
- d) 30°
- e) 15°

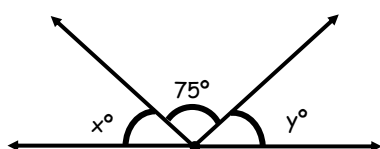


5. Calcular "x"

- a) 45°
- b) 90°
- c) 50°
- d) 15°
- e) 10°



6. Del gráfico, adjunto; cual de las relaciones se cumple :



- a) $x^\circ + y^\circ = 105^\circ$
- b) $x^\circ - y^\circ = 180^\circ$
- c) $\frac{x+y}{2} = 20^\circ$
- d) $\frac{x-y}{5} = 20^\circ$
- e) $x + y = 90^\circ$

7. Se tiene un ángulo en el cual la suma de su complemento y su suplemento es tres veces el valor del ángulo, calcular el suplemento del complemento del ángulo en mención.

- a) 120°
- b) 124°
- c) 144°
- d) 126°
- e) 108°

8. Reducir la siguiente expresión:

$$E = \frac{SSSSSSCCCG_{54^\circ}}{CCC_{36^\circ} + SSS_{162^\circ}}$$

- a) $\frac{1}{3}$
- b) $\frac{1}{2}$
- c) 3
- d) 2
- e) 1

9. Si a un ángulo le restamos su suplemento resulta ser el triple de su complemento, calcular el complemento del ángulo.

- a) 45°
- b) 36°
- c) 54°
- d) 90°
- e) 72°

10. Calcular : $SSSSCC_{\theta^\circ}$
Si : $CCCSSSSCC_{\theta^\circ} = 40^\circ$

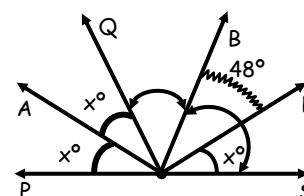
- a) 10°
- b) 20°
- c) 40°
- d) 140°
- e) 70°

11. Cuanto le falta al complemento: De un ángulo p ser igual a su suplemento:

- a) 180°
- b) 90°
- c) 45°
- d) 50°
- e) 10°

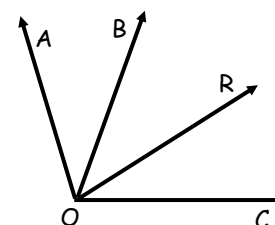
12. Del gráfico; Calcular : $m\angle ROS$. Si además : La $m\angle QOB = m\angle BOS$

- a) 11°
- b) 14°
- c) 21°
- d) 23°
- e) 19°



13. De la figura; \overrightarrow{OR} es bisectriz del ángulo BOC; calcular $m\angle AOR$; Si : $m\angle AOB + m\angle AOC = 160^\circ$.

- a) 100°
- b) 80°
- c) 70°
- d) 60°
- e) 160°



14. Se tienen los ángulos AOB, BOC y COD, consecutivos, tal que : $m\angle BOD - 3m\angle AOB = 60^\circ$

- a) 17°
- b) 15°
- c) 14°
- d) 10°
- e) 12°

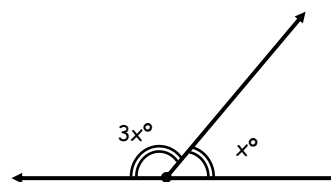
15. Hallar la medida del ángulo formado, por las bisectrices del par lineal AOB y BOC

- a) 90°
- b) 80°
- c) 65°
- d) 75°
- e) 45°

TAREA DOMICILIARIA

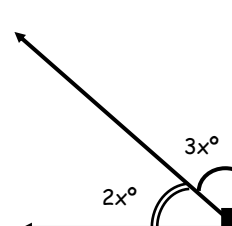
1. Del gráfico, calcular "x"

- a) 20°
- b) 30°
- c) 45°
- d) 55°
- e) 60°



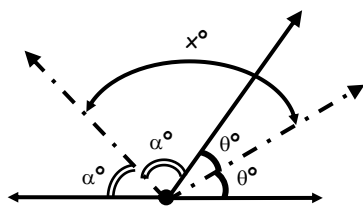
2. Calcular "x"

- a) 18°
- b) 36°
- c) 10°
- d) 15°
- e) 22°



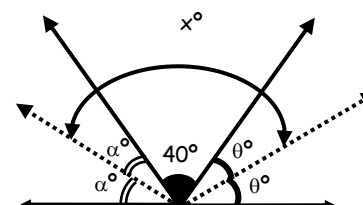
3. Calcular "x"

- a) 30°
- b) 60°
- c) 90°
- d) 120°
- e) 150°



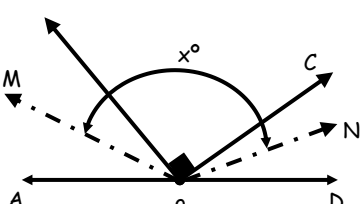
4. Calcular "x"

- a) 40°
- b) 70°
- c) 100°
- d) 110°
- e) 150°



5. Calcular "x"; \vec{OM} y \vec{ON} son bisectrices de los ángulos AOB y COD

- a) 120°
- b) 135°
- c) 140°
- d) 150°
- e) 90°



6. Un ángulo, cuya medida es "α". Se le resta su suplemento y se obtiene 42°, Hallar el valor de "α".

- a) 84°
- b) 64°
- c) 42°
- d) 111°
- e) 121°

7. Los suplementos de dos ángulos son ángulos complementarios, además si al doble de uno de los ángulos se le resta el otro, resulta el doble de este último. Calcular la medida del mayor ángulo.

- a) 272°
- b) 108°
- c) 162°
- d) 62°
- e) 100°

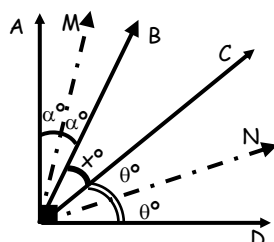
8. Calcular : $E = \frac{55CC_{30^\circ} + 55_{10^\circ}}{555555_{50^\circ}}$

- a) 3
- b) 1/3
- c) 1/2
- d) 2
- e) 1

9. Calcular "x"

Si : $m\angle MON = 3(m\angle BOC)$

- a) 24°
- b) 20°
- c) 16°
- d) 12°
- e) 18°

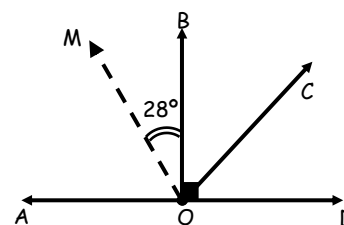


10. La suma del complemento y el suplemento cierto ángulo es igual a 110°, calcular la medida de dicho ángulo.

- a) 40°
- b) 50°
- c) 60°
- d) 70°
- e) 80°

11. En la figura, \vec{OM} es bisectriz del ángulo AOC. Hallar la $m\angle COD$.

- a) 46°
- b) 56°
- c) 60°
- d) 66°
- e) 18°

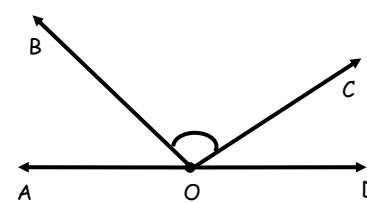


12. Sean los ángulos consecutivos AOB y BOC. Si : $m\angle AOB = 2m\angle BOC = 60^\circ$. Calcular la medida del ángulo formado por las bisectrices de dichos ángulos.

- a) 15°
- b) 20°
- c) 25°
- d) 30°
- e) 40°

13. Dados los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD. Calcular la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOB y COD. Si $m\angle BOC = 100^\circ$.

- a) 100°
- b) 150°
- c) 140°
- d) 135°
- e) 160°



14. Se tienen los ángulos AOB, BOC y COD, consecutivos, tal que :

$m\angle AOD = 90^\circ$ y $m\angle AOC + m\angle BOD = 140^\circ$
Calcular : $m\angle BOC$

- a) 40°
- b) 36°
- c) 50°
- d) 54°
- e) 60°

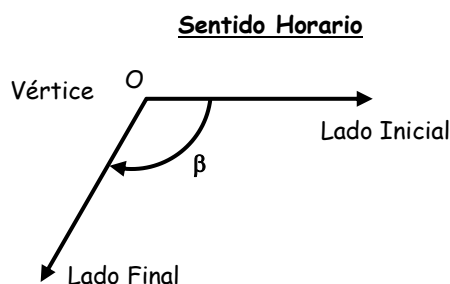
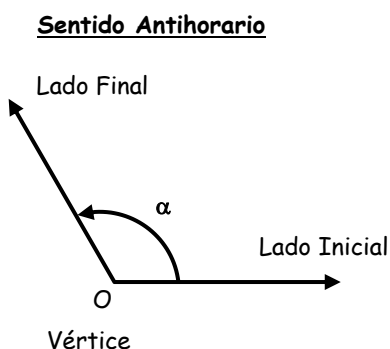
15. Si el suplemento del suplemento del complemento de un ángulo mide 20°, Calcular el suplemento del complemento del complemento de dicho ángulo.

- a) 50°
- b) 90°
- c) 80°
- d) 110°
- e) 10°

ÁNGULO TRIGONOMÉTRICO

Es aquel ángulo que se genera por la rotación de un rayo alrededor de un punto fijo llamado vértice u origen desde una posición inicial hasta otra posición final, debiendo considerar que esta rotación se efectúa en un mismo plano.

Por lo tanto debemos considerar dos tipos de rotación:



NOTA:

❖ Si el ángulo tiene rotación antihoraria la medida del ángulo **será positivo**.

α es positivo

❖ Si el ángulo tiene rotación horaria la medida del ángulo **será negativo**.

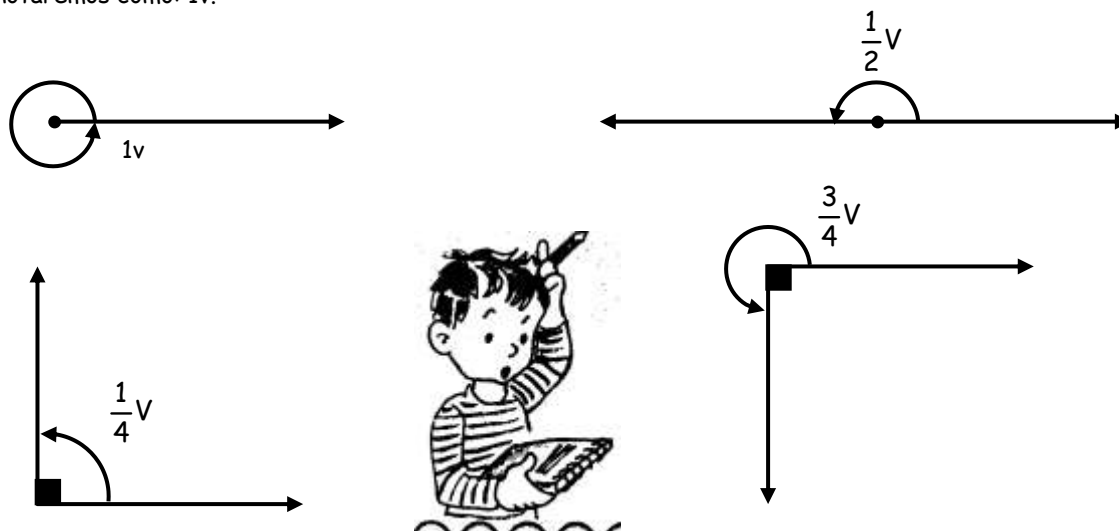
β es negativo



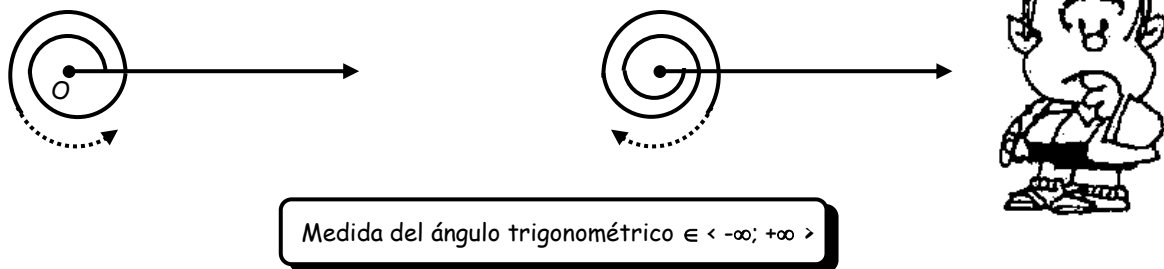
OBSERVACIONES

1. Ángulo de una vuelta

Es aquel ángulo generado, cuando la posición inicial y final coinciden por primera vez, luego de cierta rotación lo denotaremos como: $1v$.

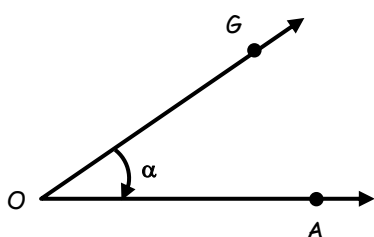


2. Los ángulos trigonométricos son **ilimitados** a diferencia de la geometría.

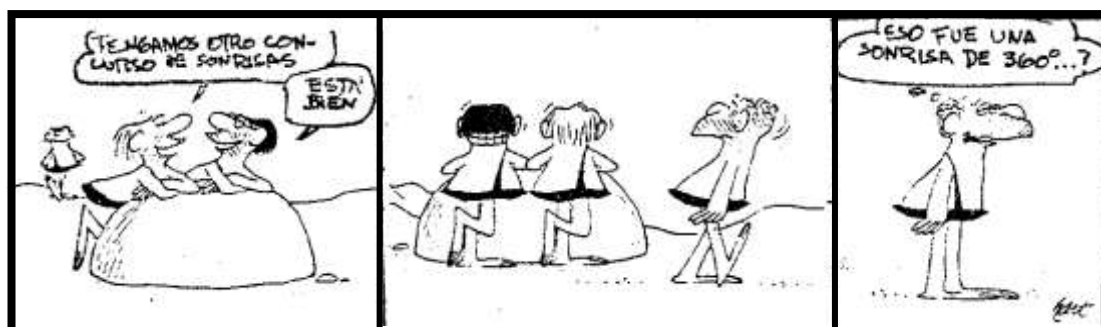
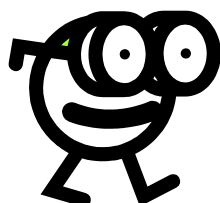
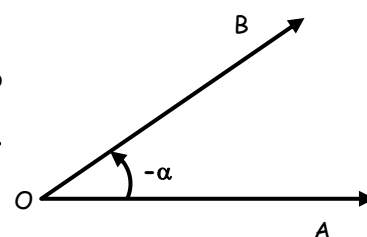


Medida del ángulo trigonométrico $\in \langle -\infty; +\infty \rangle$

3. Para sumar o restar ángulos trigonométricos que no se pueden realizar a simple vista debemos procurar tenerlos en un solo sentido de preferencia **antihorario** para ello se recomienda el cambio de sentido.



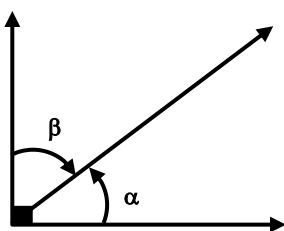
Cambio de Sentido
 →
 Cambio de Signo α



EJERCICIOS DE APLICACIÓN

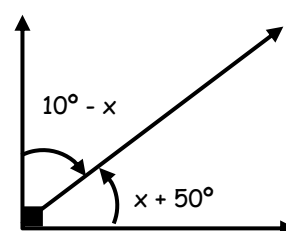
1. Señale la relación correcta entre α y β .

- a) $\alpha + \beta = 90^\circ$
- b) $\alpha - \beta = 90^\circ$
- c) $\alpha + \beta = -90^\circ$
- d) $\alpha + \beta = 0$
- e) $\beta - \alpha = 90^\circ$



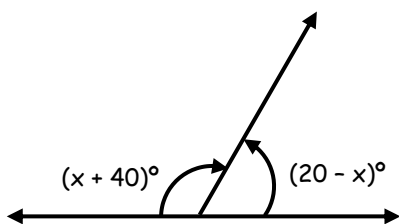
2. Del gráfico determine x.

- a) 10°
- b) 15°
- c) 25°
- d) 30°
- e) 35°



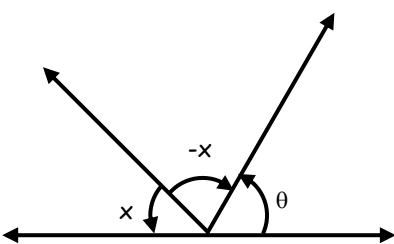
3. Calcular "x"

- a) -50
- b) -100
- c) -200
- d) -180
- e) -90



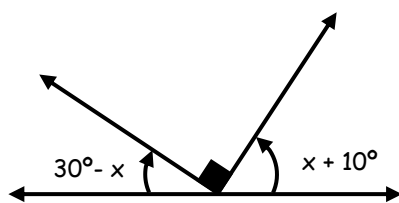
4. Hallar "x"

- a) $90^\circ - \frac{\theta}{2}$
- b) $90^\circ + \frac{\theta}{2}$
- c) $180^\circ - \frac{\theta}{2}$
- d) $180^\circ + \frac{\theta}{2}$
- e) $270^\circ - \frac{\theta}{2}$



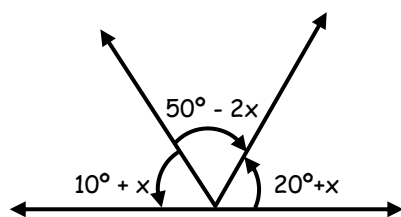
5. Del gráfico hallar "x"

- a) 15°
- b) 35°
- c) 55°
- d) 30°
- e) 60°



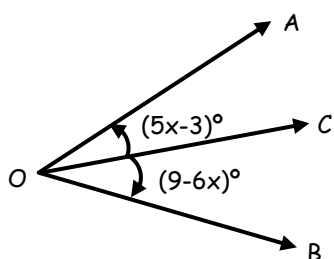
6. Del gráfico hallar "x"

- a) 10°
- b) 30°
- c) 40°
- d) 50°
- e) 60°



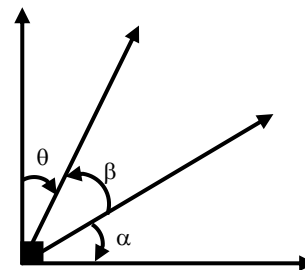
7. Del gráfico hallar "x"; si \vec{OC} es bisectriz.

- a) 2
- b) 4
- c) 6
- d) 12
- e) 18



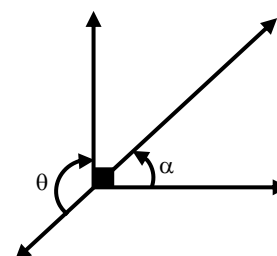
8. Hallar la relación entre α , β y θ

- a) $\beta - \alpha - \theta = 90^\circ$
- b) $\beta + \alpha - \theta = 90^\circ$
- c) $\beta - \alpha + \theta = 90^\circ$
- d) $\beta - \alpha - \frac{\theta}{2} = 90^\circ$
- e) $\frac{\beta}{2} - \alpha - \frac{\theta}{2} = 90^\circ$



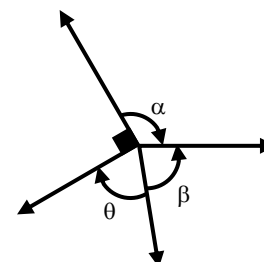
9. Señale la relación correcta respecto a los ángulos trigonométricos mostrados.

- a) $\alpha - \theta = -90^\circ$
- b) $\alpha + \theta = 90^\circ$
- c) $\alpha + \theta = -90^\circ$
- d) $\alpha - \theta = 90^\circ$
- e) $\alpha + \theta = 180^\circ$



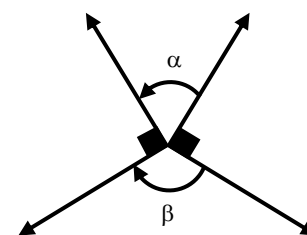
10. Señale lo correcto:

- a) $\beta - \alpha + \theta = 90^\circ$
- b) $\beta - \alpha + \theta = 270^\circ$
- c) $\beta - \alpha - \theta = 270^\circ$
- d) $\alpha - \beta + \theta = 270^\circ$
- e) $\beta + \alpha + \theta = 270^\circ$



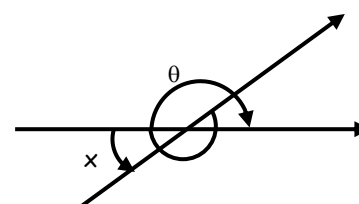
11. De acuerdo al gráfico señale lo correcto:

- a) $\alpha + \beta = 180^\circ$
- b) $\beta - \alpha = 180^\circ$
- c) $\alpha - \beta = 180^\circ$
- d) $\alpha + \beta = -180^\circ$
- e) $\alpha + \beta = 90^\circ$



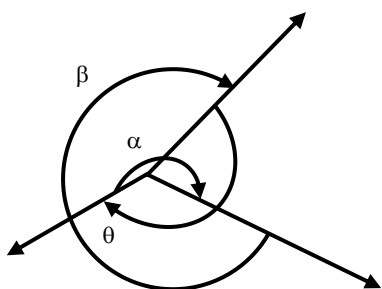
12. Calcular el valor "x" del siguiente gráfico:

- a) $2\pi + \theta$
- b) θ
- c) $-2\pi - \theta$
- d) $\pi + \theta$
- e) $\pi - \theta$



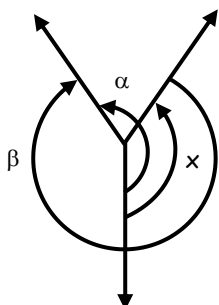
13. A que es igual $\alpha + \beta + \theta$ a partir del gráfico adjunto:

- a) -450°
- b) -360°
- c) -720°
- d) 360°
- e) 0°



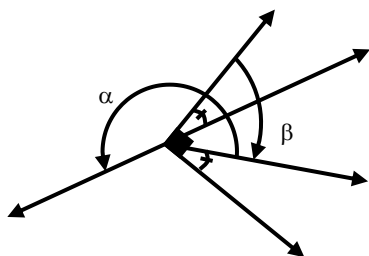
14. De la figura expresar x en términos de α y β .

- a) $\alpha - \beta - 360^\circ$
- b) $\alpha + \beta - 360^\circ$
- c) $-\alpha + \beta + 360^\circ$
- d) $-\alpha - \beta + 360^\circ$
- e) $\alpha - \beta - 720^\circ$



15. De acuerdo al gráfico indicar una relación entre α y β .

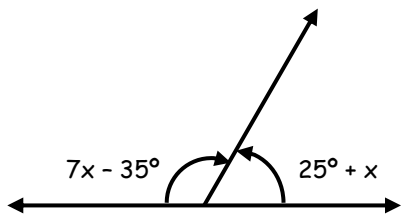
- a) $\alpha - \beta = 180^\circ$
- b) $2\alpha + \beta = 270^\circ$
- c) $2\alpha - \beta = 90^\circ$
- d) $\alpha + 2\beta = 90^\circ$
- e) $\alpha - 2\beta = 90^\circ$



TAREA DOMICILIARIA N° 1

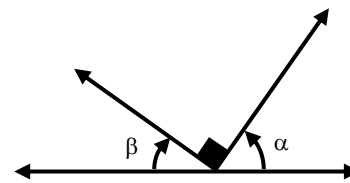
1. Hallar "x":

- a) -10°
- b) -20°
- c) -30°
- d) -40°
- e) -50°



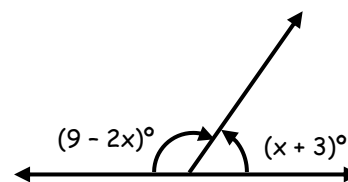
2. Del gráfico señale lo correcto:

- a) $\alpha + \beta = 90^\circ$
- b) $\alpha + \beta = 180^\circ$
- c) $\alpha - \beta = 90^\circ$
- d) $\alpha - \beta = 180^\circ$
- e) $\alpha + \beta = -90^\circ$



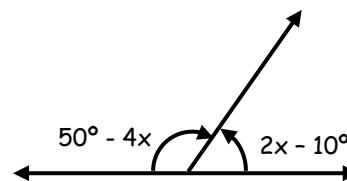
3. Del siguiente gráfico hallar "x"

- a) 31°
- b) 51°
- c) 62°
- d) 60°
- e) 61°



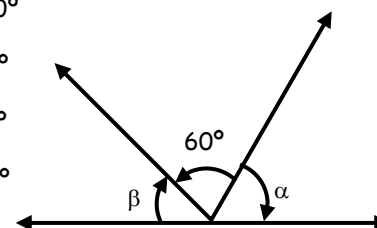
4. Hallar el valor de "x"

- a) 10°
- b) 20°
- c) 30°
- d) 40°
- e) 50°



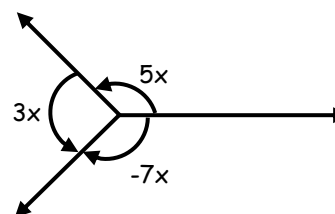
5. Del gráfico hallar la relación entre α y β .

- a) $\alpha + \beta = -120^\circ$
- b) $\alpha - \beta = 120^\circ$
- c) $\beta - \alpha = 120^\circ$
- d) $\alpha + \beta = 120^\circ$
- e) $\alpha + \beta = 60^\circ$



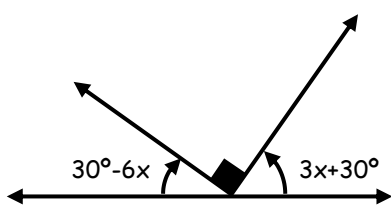
6. Calcular el valor de x:

- a) 25°
- b) 24°
- c) 22°
- d) 21°
- e) 20°



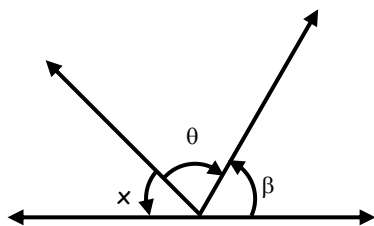
7. Hallar "x"

- a) 10°
- b) 30°
- c) -30°
- d) 15°
- e) -10°



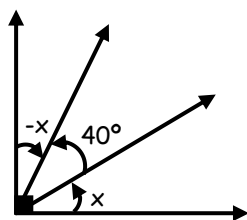
8. Hallar "x"

- a) $90^\circ - \theta - \beta$
- b) $90^\circ - \beta + \theta$
- c) $180^\circ + \beta - \theta$
- d) $180^\circ + \beta + \theta$
- e) $180^\circ - \beta + \theta$



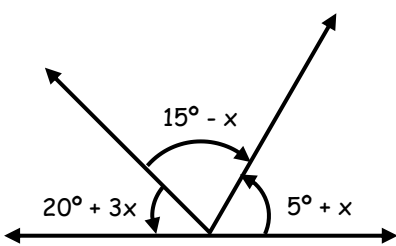
9. Del gráfico determine "x"

- a) 10°
- b) 15°
- c) 25°
- d) 35°
- e) 45°



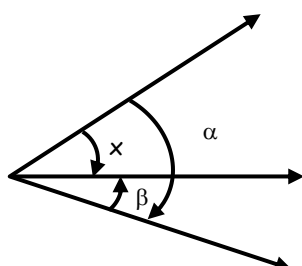
10. Del gráfico hallar "x"

- a) 18°
- b) 22°
- c) 26°
- d) 30°
- e) 34°



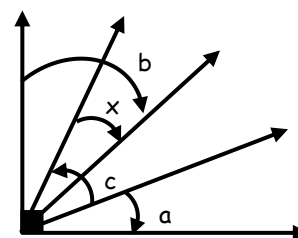
11. Del gráfico hallar "x"

- a) $\alpha + \beta$
- b) $\alpha - \beta$
- c) $\beta - \alpha$
- d) $-\alpha - \beta$
- e) $\frac{\alpha - \beta}{2}$



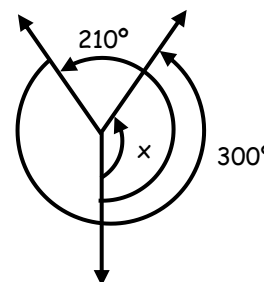
12. Del gráfico hallar x en función de a, b y c

- a) $90^\circ - a - b + c$
- b) $90^\circ + a + b - c$
- c) $90^\circ - a + b - c$
- d) $90^\circ + a - b + c$
- e) $90^\circ - a - b - c$



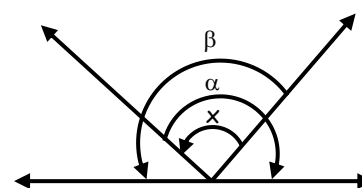
13. Hallar "x"

- a) 155°
- b) 150°
- c) 160°
- d) 170°
- e) 175°



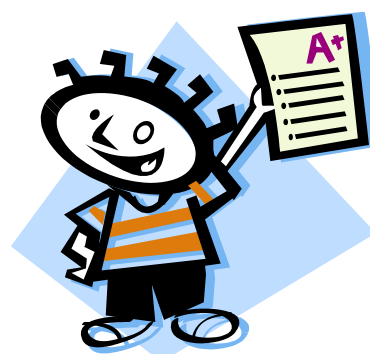
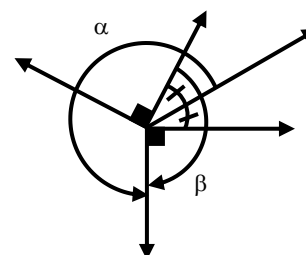
14. Del gráfico mostrado hallar x en función de α y β .

- a) $\beta - \alpha - 90^\circ$
- b) $\alpha - \beta - 180^\circ$
- c) $180^\circ - \beta + \alpha$
- d) $\beta - \alpha - 180^\circ$
- e) $\beta + \alpha - 180^\circ$



15. De acuerdo al gráfico señale lo correcto respecto a los ángulos trigonométricos mostrados.

- a) $\alpha - \beta = 360^\circ$
- b) $\alpha + \beta = 360^\circ$
- c) $2\alpha + \beta = 630^\circ$
- d) $2\alpha - \beta = 630^\circ$
- e) $2\alpha - \beta = 540^\circ$



MÉTODO DEL ROMBO

En un laboratorio de biología se cuentan en total 10 animalitos entre arañas y mosquitos, los cuales hacen un total de 66 patas. ¿Cuántos hay de cada tipo?

"El apasionado tímido nunca es feliz, porque la felicidad tiene como precio la osadía".
Lope de Vega

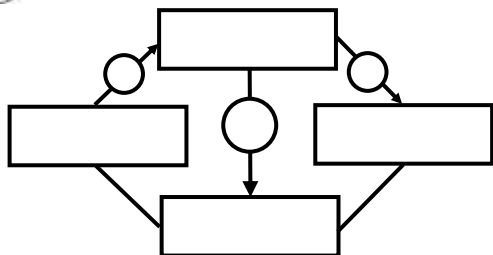
OBJETIVOS

- Relacionar y ordenar adecuadamente los datos en un esquema (Rombo)
- Identificar y aplicar correctamente el método a la resolución de los problemas.



● ¿Cómo se aplica?

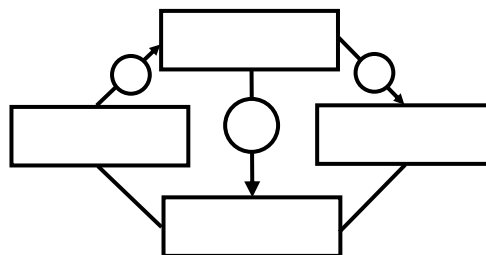
● Cuándo se aplica?



= _____

Ahora ¡Inténtalo tú solo!

En una jaula donde hay gallinas y conejos, pueden contarse 20 cabezas y 64 patas. ¿Cuántas gallinas y conejos hay?





1. En el verano concurrían al colegio algunos con sus bicicletas y otros con sus triciclos. El Wachtman para saber que no le faltaba ninguno, contaba siempre 120 ruedas y 50 timones.

Son ciertas :

I. Hay 30 triciclos.

II. Hay 20 bicicletas.

III. Si contamos los pedales de todas las bicicletas obtenemos 60.

- a) Sólo I b) Sólo II c) Sólo III
 d) I y II e) Todas.

2. En un taller fueron reparados durante un mes 120 vehículos entre automóviles y motos. El número de ruedas de los vehículos reparados fue de 336 exactamente. ¿Cuántas motos se repararon?

- a) 68 b) 75 c) 81
 d) 64 e) 72

3. En una granja donde hay vacas y gallinas, se contaron 90 cabezas y 252 patas. ¿Cuántas gallinas hay en la granja?

- a) 36 b) 40 c) 32
 d) 54 e) 52

4. En una colección de mosquitos y escarabajos se cuentan 20 cabezas y 128 patas. Entonces :

- a) Hay 4 mosquitos
 b) Hay 16 escarabajos
 c) Hay 8 mosquitos más que escarabajos
 d) No hay 16 mosquitos
 e) No hay 8 escarabajos

5. Si pagué una deuda de 1450 dólares con 38 billetes de 50 y 20 dólares. ¿Cuántos billetes de 50 dólares he usado?

- a) 15 b) 27 c) 23
 d) 19 e) 25

6. Vanesa tiene 3900 soles en billetes de 50 y 100 soles. ¿Cuál será la cantidad de billetes de mayor denominación si hay un total de 45 billetes?

- a) 28 b) 32 c) 25
 d) 33 e) 36

7. A una fiesta asistieron un total de 350 personas entre niños y niñas. Se recaudó S/.1550 debiendo que cada niño pagó S/.5 y una niña S/.4. ¿Cuál es la diferencia entre el número de niñas y el número de niños?

- a) 100 b) 150 c) 75
 d) 60 e) 50

8. En un circo las entradas de adultos costaban S/.30 y la de niños S/.10. Cierta día acudieron un total de 752 espectadores y se recaudaron S/.18240. Dar como respuesta la suma de las cifras del número de adultos que asistieron ese día

- a) 12 b) 14 c) 9
 d) 11 e) 10

9. Cada vez que voy al cine gasto S/.15 y cada vez que voy al teatro gasto S/.25. Si he salido 20 veces (al cine o al teatro) y gasté S/.360. ¿Cuántas veces he ido al teatro?

- a) 14 b) 9 c) 15
 d) 6 e) 8

10. Se desea envasar 100 litros de vino en botellas de 2 y 5 litros. Si el total de botellas es 26. ¿Cuántos son de 5 litros?

- a) 10 b) 12 c) 16
 d) 15 e) 14



11. En un salón hay 50 carpetas, unas bipersonales y otras para 4 alumnos. Si en total hay 130 alumnos ocupando estas 50 carpetas. ¿Cuántas carpetas son bipersonales?

- a) 15 b) 20 c) 25
 d) 18 e) 35

12. Un comandante de un destacamento de 100 soldados ordena a todos a hacer "planchas". En un determinado momento, el comandante pudo observar sobre el piso 280 extremidades. ¿Cuál es el número de soldados haciendo planchas?

- a) 60 b) 40 c) 70
 d) 35 e) 30

13. Una vendedora lleva al mercado 80 frutas entre plátanos y manzanas cuyo importe total es de S/.536. El precio de cada uno de ellos es de 9 y 5 soles respectivamente. Entonces el número de plátanos es :
- a) 46 b) 43 c) 34
 d) 64 e) 36
14. Jessica compra en el mercado 2000 frutas, entre peras y naranjas. Cada pera costó 0,30 ctms. Y cada naranja costo 0,80 ctms. Si gastó en total 12 soles. ¿Cuántas naranjas compró?.
- a) 800 b) 1200 c) 900
 d) 1500 e) 600
15. Catherine rinde un examen de 60 preguntas. Si por cada respuesta acertada obtiene 4 puntos y por cada equivocación pierde un punto. ¿Cuántas preguntas contesto bien, si obtuvo un puntaje de 100 puntos y contestó todas las preguntas planteadas?.
- a) 36 b) 28 c) 27
 d) 32 e) 35
16. La semana que trabajo el día lunes, puedo ahorrar S/.30, pero la semana que no lo hago tengo que retirar del banco S/.20. Si después de 15 semanas he podido ahorrar sólo S/.250. ¿Cuántos lunes trabajó?.
- a) 4 b) 10 c) 8
 d) 11 e) 9
17. Martín trabaja en una compañía en la cuál por día de trabajo le pagan S/.30 y por cada día que falta a sus labores le descuentan S/.10 de su sueldo. ¿Cuántos días había trabajado, si al final de 40 días adeuda a la empresa la suma de S/.200?.
- a) 12 b) 13 c) 5
 d) 18 e) 10
18. Leonel juega a los naipes, de tal modo que , cada partida ganada recibirá S/.5 y por cada partida que pierda pagará S/.3. Si luego de 30 partidas adeuda S/.42. ¿Cuántas partidas perdió?.
- a) 18 b) 6 c) 24
 d) 15 e) 21
19. En un zoológico, entre todas las jirafas y avestruces se podían contar 30 ojos y 44 patas. Son ciertas:
- I. Hay 8 jirafas
 II. Hay 7 avestruces
 III. El número de alas es 16
- a) Sólo I b) Sólo II c) Sólo III
 d) II y III e) Todas .
20. Cierta día Leo se encontraba en el patio de la Academia y pudo contar 49 ruedas y 40 pedales ente triciclos y bicicletas. Son ciertas:
- I. Hay 20 vehículos.
 II. Hay 8 triciclos
 III. Hay 11 bicicletas
- a) Sólo I
 b) Sólo II
 c) Sólo III
 d) I y III
 e) Todas

**Qué
Facíl**





DESAFIO

Toñito tiró "x" veces un dado.
 El máximo puntaje total que pudo haber obtenido es 120, pero sólo obtuvo 62 puntos y sólo saca puntaje par.
 Si 4 veces hizo el máximo puntaje entonces. ¿Cuántas veces hizo el mínimo puntaje?



TAREA DOMICILIARIA Nº 4

1. En una granja hay 30 animales entre chanchitos y patitos. Si se cuentan 84 patas, entonces son ciertas:

I. Hay 12 patitos
 II. Hay 18 chanchitos
 III. Hay 24 orejas

a) Sólo I b) Sólo II c) Sólo III
 d) I y II e) Todas

2. En un taller encontramos 50 vehículos entre autos y motocicletas, contando 130 llantas. ¿Cuántas motocicletas encontramos?

a) 15 b) 25 c) 35
 d) 30 e) 45

3. Leo tiene 800 soles en billetes de 10 y 50 soles. ¿Cuál será la cantidad de billetes de mayor denominación si hay un total de 20 billetes?

a) 5 b) 10 c) 15
 d) 12 e) 8

4. En un parque hay niños paseándose ya sea en triciclo o en bicicleta. Si en total se cuentan 20 timones y 55 ruedas. ¿Cuántos triciclos más que bicicletas hay?

a) 15 b) 5 c) 10
 d) 12 e) 4

5. El profesor de Razonamiento Matemático le propone a Ana 30 problemas, para que lo resuelva todos, por cada problema bien resuelto le da S/.5 y por cada mala le quita S/.1. ¿Cuántos problemas buenos hizo, si resulta que recibió S/.30?

a) 20 b) 15 c) 10
 d) 12 e) 18

6. Un cazador regresa de cacería y, al ser preguntado por su esposa, le dice : "Me fue muy bien", entre los patos y conejos que he cazado hay 20 cabezas y 64 patas".
 ¿Cuál es la diferencia entre el número de conejos y patos?

- a) 8 b) 12 c) 4
 d) 6 e) 10
7. Un barril contiene 55 litros de vino, si éste debe ser envasado en 20 botellas, unas de 2 litros y otras de 3 litros. ¿Cuántas botellas de 3 litros se va a necesitar?
- a) 5 b) 8 c) 4
 d) 10 e) 15
8. A un cine concurren 200 personas a las localidades de platea y galería. Si cada boleto de platea vale 20 soles y de galería 12 soles y se recauda 3040 soles. ¿Cuántos boletos de platea se vendieron?
- a) 120 b) 80 c) 150
 d) 60 e) 70
9. En un examen de admisión, el número de preguntas es 140; la calificación es 4 puntos por pregunta correcta y menos 1 punto por cada pregunta errada. Si Karen ha obtenido 335, puntos al contestar todo el examen. ¿En cuántas preguntas se equivocó?
- a) 15 b) 45 c) 135
 d) 95 e) 125
10. Se compran 17 kilos de fruta entre manzanas y peras de 2 y 3 soles el kg. Respectivamente, gastando en total 46 soles. ¿Cuántos kilogramos de manzanas se compró?
- a) 5 b) 6 c) 7
 d) 8 e) 9
11. Luis y Miguel ahorran en total S/.7000. Luis ahorra S/.500 mensuales y Miguel S/.600 mensuales. El número de meses que ha ahorrado cada uno suman 13. ¿Cuántos meses ha ahorrado Miguel?
- a) 5 b) 6 c) 7
 d) 8 e) 9
12. Un camión lleva 900 maletines de dos tipos con un peso total de 2300 kg. Si los del primer tipo pesan 2 kg cada uno, y los del segundo tipo 3kg cada uno. Determinar cuántos maletines hay de cada clase.
- a) 350 , 550 b) 400 , 500 c) 360 , 540
 d) 380 , 520 e) 450 , 450
13. En un campeonato de tiro, un aspirante gana dos puntos por cada disparo acertado y pierde medio punto por cada desacierto. Si al hacer 120 disparos obtuvo 130 puntos, el número de tiros acertados fue:
- a) 76 b) 78 c) 72
 d) 74 e) 70
14. Los pasajes en microbús valen S/.0,25 y S/.0,13 para adultos y universitarios, respectivamente.
- Luego de una vuelta en que viajaron 255 personas se recaudó S/.52,35. ¿Cuántos universitarios viajaron?
- a) 95 b) 80 c) 90
 d) 100 e) 98
15. Una persona concurre al hipódromo a apostar en las carreras de caballos. En cada carrera que acierta gana S/.30 y si no acierta pierde S/.10. Después de 50 carreras, su capital ha aumentado en S/.780. ¿Cuántas carreras acertó?
- a) 18 b) 20 c) 35
 d) 16 e) 10
16. En un zoológico hay 100 animales entre aves y felinos. Si se cuenta el número total de patas tenemos que es 270. ¿Cuál es la diferencia entre el número de aves y felinos?
- a) 65 b) 20 c) 30
 d) 45 e) 35
17. En un taller mecánico hay 100 vehículos entre autos y motos. Si cada auto lleva una llanta de repuesto, y en total se cuentan 320 neumáticos, entonces son verdaderas:
- I. Hay 40 autos.
 II. Hay 60 motos
 III. Si cada auto pagará S/.3 y cada moto S/.2 se recaudaría S/.240
- a) Sólo I b) Sólo II c) Sólo III
 d) II y III e) Todas.
18. Una empresa contrata a un administrador por 18 semanas, con la condición de que la empresa le abonara 120 soles por cada día que asista y por cada inasistencia le descontará 30 soles de su sueldo. Si trabaja de lunes a viernes y al final no recibe nada. ¿Cuántos días trabajó?
- a) 16 b) 8 c) 72
 d) 12 e) 18
19. Si trabaja los domingos inclusive, un profesor economiza 40 soles semanales, en cambio la semana que no trabaja el día domingo, tiene que retirar 20 soles de sus ahorros. Si durante 10 semanas logra economizar 220 soles. ¿Cuántos domingos dejó de trabajar en estas semanas?
- a) 3 b) 5 c) 1
 d) 7 e) 9
20. Un heladero gana un promedio diario de S/.50 y gasta por día S/.32,5 pero el día que no trabaja gasta S/.8 más. ¿Cuántos días no trabajó, después de 60 días esta adeudado con S/.110?
- a) 20 b) 16 c) 25
 d) 40 e) 5

7. En una serie de 3 razones geométricas equivalentes los consecuentes son 30, 35 y 15 si el producto de los antecedentes es 1008. Hallar la constante de proporcionalidad.

- a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{2}{3}$
 d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{3}{4}$

8. El número de asistentes en los 3 días que duró la presentación del grupo "La Ley" el mes pasado son proporcionales a los números: 4, 5 y 8. Si las entradas tuvieran un precio único de \$ 25. ¿Cuántas personas asistieron el último día, si la recaudación por las tres presentaciones ascendió a \$ 83 000?

- a) 800 b) 1280 c) 1440
 d) 2080 e) 2120

9. Si: $\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{7}$

Además: $\frac{(a+b+c)b}{(a+b-c)} = 375$

Calcular: $5a - b - c$

- a) 10 b) 12 c) 15
 d) 20 e) 25



10. Si: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$ y $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = 9$

Calcular: $E = \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^3}{d^3} + \frac{a^4}{b^4}$

- a) 90 b) 127 c) 100
 d) 107 e) 117

11. Si: $\frac{a_1}{1} = \frac{a_2}{2} = \frac{a_3}{3} = \dots = \frac{a_{10}}{10}$

Además: $a_5 + a_7 + a_9 = 63$

Calcular: $a_1 + a_2 \times a_3 + a_4 \times a_5 + a_6$

- a) 3152 b) 3297 c) 2458
 d) 2937 e) 4528

12. En una serie de "n" razones aritméticas continua y equivalentes de razón "r". Calcular la semi-diferencia entre el primer antecedente y el último consecuente.

- a) nr b) $\frac{1}{2} nr$ c) $\frac{1}{3} nr$
 d) $\frac{r}{n}$ e) $\frac{n}{r}$

13. Si se cumple: $\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c} = \frac{D}{d} = k$

y $\frac{ABCD}{abcd} = 1296$

Hallar:

$M = \frac{A^{30} + B^{30} + C^{30} + D^{30}}{a^{30} + b^{30} + c^{30} + d^{30}}$

- a) 6 b) 36 c) 6^{30}
 d) 6^{20} e) 6^{10}

14. Si se tiene: $\frac{p^2}{12} = \frac{q^2}{27} = \frac{r^2}{48} = \frac{s^2}{147}$

y: $(p + s) - (q + r) = 36$

Hallar: $(p + q + r + s)$

- a) 152 b) 175 c) 216
 d) 288 e) 300

15. Si se cumple:

$\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c} = \frac{D}{d} \dots (1)$

$A + B + C + D = 45 \dots (2)$

$a + b + c + d = 125 \dots (3)$

Hallar:

$E = \frac{2}{3}(\sqrt{Aa} + \sqrt{Bb} + \sqrt{Cc} + \sqrt{Dd})$

- a) 50 b) 60 c) 40
 d) 80 e) 100



Tarea Domiciliaria

1. En una serie de 3 razones geométricas iguales los consecuentes son 6, 8 y 18. Si el producto de los antecedentes es 2916. Hallar el menor antecedente.

- a) 9 b) 12 c) 10
 d) 18 e) 6

2. Los pesos de 3 recipientes son proporcionales a los números 8, 12 y 15 si el peso total contenido en los tres asciende a 2100 kg. ¿Cuánto pesa el menor de los tres?

- a) 540 kg b) 480 c) 530
 d) 720 e) 840

3. En una serie de cuatro razones geométricas iguales los consecuentes son 4, 5, 7 y 10 si el producto del mayor y menor antecedente es 640. Hallar la suma de los cuatro antecedentes.

- a) 104 b) 120 c) 110
d) 152 e) 144

4. Las edades actuales de 3 hermanos son proporcionales a los números 3, 4 y 7 si el menor nació cuando el mayor tenía 12 años. Hallar la suma de las edades de los hermanos dentro de 10 años.

- a) 42 b) 52 c) 62
d) 72 e) 92

5. Dada la serie: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$

Hallar: $\frac{a^{20} + c^{20} + e^{20}}{b^{20} + d^{20} + f^{20}}$

- a) k b) k^{10} c) k^{20}
d) k^4 e) k^5

6. Sabiendo que: $\frac{A}{5} = \frac{B}{4} = \frac{C}{9}$

y $A^2 + 2B^2 + C^2 = 2208$

Hallar: $A + B + C$

- a) 36 b) 48 c) 60
d) 72 e) 144

7. Si se tiene: $\frac{A}{m} = \frac{B}{n} = \frac{C}{p}$

y $A^2 + B^2 + C^2 = 324$

Hallar: $E = \frac{5(Am + Bn + Cp)}{2\sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}$

- a) 36 b) 18 c) 45
d) 60 e) 75

8. Si: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$

Además: $\frac{a}{d} = \frac{1}{216}$

Calcular: $\frac{b^2}{c^2}$

- a) 36 b) 1/36 c) 1/16
d) 1/64 e) 1/6

9. Si: $\frac{a}{5!} = \frac{b}{6!} = \frac{c}{7!} = \frac{d}{8!}$

Además: $a + b = 9!$

Halle: $(d - c)$

- a) $7 \times 9!$ b) $6 \times 9!$ c) $42 \times 9!$
d) $21 \times 9!$ e) $9!$

10. En una proporción geométrica continua la suma de los extremos es 34 y la diferencia de los mismos es 16. Calcular la suma de los cuatro términos de la proporción.

- a) 64 b) 66 c) 62
d) 68 e) 70

11. La media proporcional de 2 números es 15. Si la proporción continua que se forma tiene por razón 3/5. Hallar la media diferencial de los extremos.

- a) 16 b) 17 c) 18
d) 19 e) 20

12. La media proporcional de "a" y "b" es a la media diferencial de los mismos como 3 es a 5. Hallar la razón geométrica entre a y b si es la mayor posible.

- a) 1/9 b) 9 c) 3
d) 1/3 e) 12

13. En una granja hay "p" aves entre patos y pollos. Si el número de patos es a "p" como 5 es a 12 y la diferencia entre el número de pollos y el número de patos es 18. ¿Cuál es la relación entre el número de patos y pollos al quitar 27 pollos?

- a) 4/3 b) 2/5 c) 7/6
d) 8/3 e) 5/4

14. Si: $\frac{9}{a} = \frac{15}{b} = \frac{33}{c} = \frac{21}{d}$

Y además: $c - a + b - d = 6$. Hallar: "a . c"

- a) 22 b) 27 c) 33
d) 36 e) 42

15. Si: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$

Hallar: $\frac{a^2 + c^2 + e^2}{ab + cd + ef}$

- a) 1 b) k c) 1/k
d) k^2 e) $k/2$



LEYES DE EXPONENTES II

RADICACIÓN

$$\sqrt[n]{a} = b$$



n : es el índice; $n \in \mathbb{N} \wedge n \geq 2$
 a : es el radicando
 b : es la raíz enésima

Ejm.:

- $\sqrt[3]{125} = 5$, el índice es _____
 el radicando _____
 la raíz cúbica _____

DEFINICIONES

1.

$$\sqrt[n]{x} = y \Leftrightarrow y^n = x$$

; $n \in \mathbb{N} \wedge n \geq 2$

($x \in \mathbb{R}$, además, cuando n es par, $x \geq 0$)

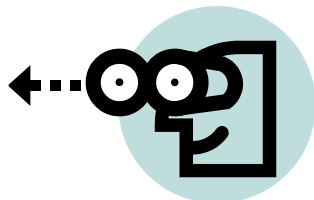
Ejm.:

- $\sqrt{25} = 5 \Leftrightarrow 5^2 = 25$
- $\sqrt[3]{-8} = -2 \Leftrightarrow$
- $\sqrt[4]{16} = 2 \Leftrightarrow$

2.

$$\frac{1}{(x)^n} = \sqrt[n]{x}$$

; $n \neq 0$



Ejm.:

- $4^{1/2} = \sqrt{4} = 2$
- $27^{1/3} =$
- $81^{1/4} =$

3.

$$\frac{m}{(x)^n} = (\sqrt[n]{x})^m = \sqrt[n]{x^m}$$

; $n \neq 0$



Ejm.:

- $(-27)^{2/3} = (\sqrt[3]{-27})^2 = (-3)^2 = 9$
- $25^{-3/2} =$
- $64^{4/3} =$

TEOREMAS

I) RAÍZ DE UNA MULTIPLICACIÓN INDICADA

$$\sqrt[n]{xy} = \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y}$$

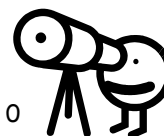
Ejm.:

- $\sqrt[3]{2 \cdot 3} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3}$
- $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{25} =$
- $\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[4]{32} =$

II) RAÍZ DE UNA DIVISIÓN

$$\sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$$

; $y \neq 0$

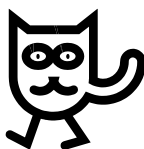


Ejm.:

- $\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{81}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$
- $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2x}} =$
- $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{16}} =$

III) RAÍZ DE RAÍZ

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[p]{x}}} = \sqrt[m.n.p]{x}$$



- $4\sqrt{5\sqrt{6\sqrt{2}}} = 120\sqrt{2}$
- $3\sqrt{\sqrt{3}} =$
- $\sqrt{\sqrt{5\sqrt{4\sqrt{1024}}}} =$

CASOS ESPECIALES

$$\sqrt[m]{x^r} \cdot \sqrt[n]{y^s} \cdot \sqrt[p]{z^t} = \sqrt[m.n.p]{x^{r.n.p} \cdot y^{s.p} \cdot z^{t}}$$

Ejm.:

- $S = \sqrt{a\sqrt{b\sqrt{c}}}$

$$\sqrt[m]{x^a} \sqrt[n]{x^b} \sqrt[p]{x^c} = \sqrt[m.n.p]{x^{(a+n)p+c}}$$

Ejm.:

- $\sqrt[3]{x^2} \sqrt[3]{x^2} \sqrt[3]{x^2} =$

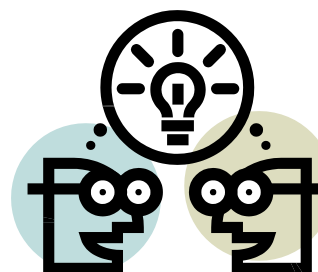
- $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} =$

$$\sqrt[m]{x^a} \sqrt[n]{x^b} \sqrt[p]{x^c} = \sqrt[m.n.p]{x^{(a+n)p+c}}$$

Ejm.:

- $\sqrt[3]{x^2} \sqrt[5]{x^4} \sqrt[6]{x^7} =$

- $\sqrt{x} \sqrt{x} \sqrt{x} =$



EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Reducir: $N = \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt{a^5}$

- a) $12\sqrt{a^{47}}$ b) $a^{46/12}$ c) $a^3 \sqrt[12]{a^{11}}$
 d) a^{11} e) a^{47}

2. Reducir:

$$M = \sqrt[3]{4\sqrt{7}} - 2^2 \cdot \sqrt[24]{7^3} \sqrt[24]{7^{-2}} + \frac{3 \sqrt[24]{7^3} \sqrt[72]{7^3}}{8\sqrt{7}}$$

- a) 0 b) 1 c) 2
 d) 4 e) N.A.

3. Reducir: $R = \sqrt[1+2^a]{1+2^{-a}}$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

4. Calcular: $S = \frac{a^{-b}\sqrt{7^2a} + 21 a^{-b}\sqrt{7^2b}}{a^{-b}\sqrt{7^{a+b}}}$

- a) 1 b) 10 c) 3,5
 d) 7 e) 2

5. Calcular: $T = \left[64 \frac{1}{3} + (-32) \frac{3}{5} \right]^{-\frac{1}{3}}$

- a) 0 b) 1 c) 2
 d) 3 e) 4

6. Calcular: $I = \sqrt[3]{2^{-2} \sqrt[4]{2^3} \sqrt[3]{2^7} \sqrt[5]{2^{40}}}$

- a) $\sqrt[3]{2}$ b) $\sqrt[3]{8}$ c) $\sqrt[3]{4}$
 d) $2 \sqrt[3]{2}$ e) 1



7. Efectuar: $A = \frac{\overbrace{\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x} \dots \sqrt[3]{x}}^{45 \text{ factores}}}{\underbrace{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} \dots \sqrt{x}}_{44 \text{ factores}}} \div \frac{x^{-3}}{x^{-1}}$

- a) x^6 b) x c) x^9
 d) x^{-4} e) x^{-7}

8. Calcular: $S = \frac{n\sqrt{7^n + 3^n}}{\sqrt{7^{-n} + 3^{-n}}}$

- a) 7 b) 3 c) 21
 d) 1/7 e) 1/3

9. Simplificar: $T = \frac{n^2\sqrt{10^{n^2} - 6^{n^2}}}{\sqrt{25^{n^2} - 15^{n^2}}}$

- a) 0,2 b) 0,4 c) 0,6
 d) 0,8 e) 1,4

10. Reducir: $R = \frac{6\sqrt[5]{6}\sqrt[5]{6}}{\sqrt[5]{6}\sqrt[5]{6}}$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) $\sqrt[5]{6}$ e) 6

11. Si: $a^a = a + 1$

Calcular el valor de: $E = \sqrt[a^a]{(a+1)^{(a+1)}}$

- a) a^a b) a c) a^{a-1}
 d) a^{a+1} e) a^{-a}

12. Sabiendo que: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b}$

Reducir: $N = \left(\frac{a+b\sqrt{x}}{a\sqrt{x}}\right)^b + \left(\frac{a+b\sqrt{x}}{b\sqrt{x}}\right)^a$

- a) x b) $2x$ c) $x/2$
 d) $-x$ e) $x/4$

13. Reducir: $W = \sqrt{x} \cdot \sqrt[6]{x} \cdot \sqrt[12]{x} \cdot \sqrt[20]{x} \dots \dots \dots$

- a) $1/x$ b) 0 c) $2/x$
 d) x e) \sqrt{x}

14. Simplificar: $P = \sqrt[ab]{x^{a-b}} \cdot \sqrt[bc]{x^{b-c}} \cdot \sqrt[ac]{x^{c-a}}$

- a) 1 b) x c) $2x$
 d) $3x$ e) 0

15. Indique el exponente final de "x" al reducir:

$E = \sqrt[n]{x^{n-1}} \sqrt[n]{x^{n-2}} \sqrt[n]{x^{2n-3}} \dots \sqrt[n]{x^{19n-20}}$

- a) n^{20} b) $n^{20} - 20$ c) $\frac{n^{20} - 20}{n^{20}}$
 d) $n^{20} + 1$ e) 1

TAREA DOMICILIARIA N° 2

1. Reducir: $R = \frac{\sqrt[6]{4} \cdot \sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[3]{4}}{4 \sqrt[5]{4} \cdot \sqrt[20]{4}}$

- a) 2 b) 1/2 c) 4
 d) 1/4 e) 1

2. Reducir:

$M = \sqrt[5]{3\sqrt{5}} + 5\sqrt[15]{5^2} - 6\sqrt[60]{5} \cdot \sqrt[60]{5}$

- a) 4 b) 2 c) 0
 d) 1 e) 3

3. Reducir: $N = \sqrt[b]{\frac{1+3^b}{1+3^{-b}}}$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5



4. Calcular: $P = \frac{22 \cdot \frac{2y}{(11)^{x-y}} + (11)^{\frac{2x}{x-y}}}{x-y\sqrt{11^{x+y}}}$

- a) 7 b) 10 c) 13
d) 22 e) 21

5. Calcular: $Q = \sqrt[3]{64^{2^{-1}} - 8^{3^{-1}} + 16^{2^{-2}}}$

- a) 4 b) 6 c) 1
d) 2 e) 8

6. Calcular: $S = (\sqrt[3]{x^2} \sqrt[4]{x^3} \sqrt[5]{x^4}) (\sqrt[3]{4} \sqrt[4]{5} \sqrt{x})$

- a) $1/x$ b) $1/x^2$ c) x
d) x^2 e) \sqrt{x}

7. Efectuar:

$$F = \frac{\overbrace{\sqrt[8]{x} \cdot \sqrt[8]{x} \dots \sqrt[8]{x} \cdot \sqrt[8]{x}}^{48 \text{ radicales}}}{10 \sqrt{\underbrace{\sqrt{x} \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \dots \sqrt{x} \sqrt[3]{x}}_{96 \text{ radicales}}}}$$

- a) x b) x^2 c) x^3
d) x^4 e) x^5

8. Calcular: $E = \frac{20 \sqrt{2^{20} + 3^{20}}}{3^{-20} + 2^{-20}}$

- a) 6 b) $1/6$ c) 1
d) 4 e) 5

9. Calcular: $T = n^2 \sqrt{\frac{5^{2n^2+1} + 45(25)^{n^2}}{50^{2n^2+1}}}$

- a) 0,9 b) 0,1 c) 10
d) 0,01 e) 100

10. Calcular el valor de: $R = \frac{5 \sqrt[4]{5} \sqrt{5 \cdot 4 \sqrt{5}}}{\sqrt[4]{5} \sqrt{4 \sqrt{5}}}$

- a) 1 b) 5 c) $1/5$
d) $\sqrt{5}$ e) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

11. Sabiendo que: $a^a = 2$

Calcule: $N = \sqrt[3]{(a^{a^2+a+a^a})^{\frac{1}{a}}}$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

12. Reducir: $M = (9 \left(\sqrt[3]{3}\right)^{k-12} \cdot \left(\sqrt[8]{27}\right)^{k+4})^{-\frac{1}{3}}$

- a) 1 b) $0,3$ c) $0,1$
d) $0,037$ e) $0,012$

13. Dar el equivalente de:

$$E = \sqrt{5\sqrt{x}} \cdot \sqrt[5]{8\sqrt{x}} \cdot \sqrt[8]{11\sqrt{x}} \dots$$

- a) x b) \sqrt{x} c) $\sqrt[3]{x}$
d) $\sqrt[6]{x}$ e) $\sqrt[4]{x}$

14. Hallar: $H = n \sqrt{\frac{2^{n+1}}{n+2} \sqrt[4]{4} \sqrt[4]{4^n}}$

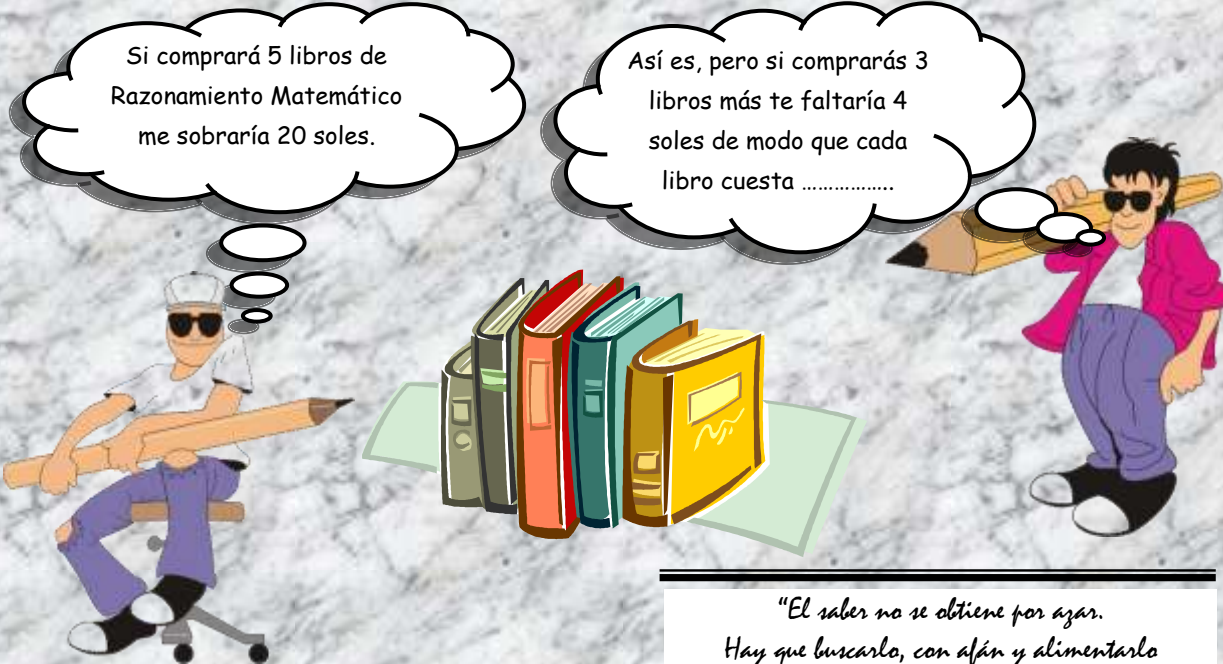
- a) 2^n b) n^2 c) 2
d) $1/2$ e) 1

15. Efectuar:

$$M = \sqrt[n]{n^n \sqrt[n]{n^{n+n^n}}} \cdot \sqrt[n]{\left(\frac{1}{n}\right)^{n+n^n}}$$

- a) n b) n^n c) $\sqrt[n]{n}$
d) n^0 e) n^2

MÉTODOS DE LAS DIFERENCIAS (Rectángulo)



"El saber no se obtiene por azar. Hay que buscarlo, con afán y alimentarlo con diligencia"

Abigail Adams

OBJETIVOS

- Identificar, relacionar y ordenar los datos faltante y sobrante en un esquema.
- Reconocer y aplicar eficazmente el método a los problemas tipo de este capítulo.



● ¿Cuándo se aplica?

● ¿Cómo se aplica?

¡Ahora hazlo tú solo!

Leo razona así: "Si compraré 7 chocolates me faltaría 1 sol, pero si comprara sólo 5 chocolates me sobraría 3 soles". ¿Cuánto cuesta cada chocolate?.



- Si Leonel compra 5 helados le sobra 3 soles; pero si quiere comprar 8 helados le faltan 9 soles. ¿Cuánto cuesta cada helado?
 - S/.1
 - S/.2
 - S/.3
 - S/.4
 - S/.5
- Si doy 5 caramelos a cada uno de mis hermanos sobran 6 caramelos; pero si doy 2 más a cada uno, faltan 8 caramelos. ¿Cuántos hermanos somos?
 - 5
 - 6
 - 7
 - 8
 - 9
- Diana al comprar 10 plátanos, le sobran S/.15; pero al adquirir 14 plátanos, le faltarían S/.9. ¿Cuánto cuesta cada plátano?
 - S/.2
 - S/.3
 - S/.4
 - S/.5
 - S/.6
- Gian Marco pensó comprar 8 camisas y entonces le sobra 360 soles, pero si comprara 12 camisas le faltarían 80 soles. ¿Cuánto cuesta cada camisa?
 - S/.50
 - S/.60
 - S/.70
 - S/.80
 - S/.90
- Un estudiante dice : "Para comprar una docena de lapiceros me faltan S/.15, pero si compro 8 lapiceros me sobran S/.3. ¿Cuánto cuesta cada lapicero y cuánto es lo que tiene?
 - S/.4 y S/.39
 - S/.4,5 y S/.39
 - S/.4 y S/.36
 - S/.4,5 y S/.3
 - N.A.
- Jessica quiere repartir cierto número de caramelos a sus hermanos. Si les da 5 caramelos a cada uno le sobraría 15; pero si les da 12 caramelos a cada uno le faltarían 20 caramelos. ¿Cuántos caramelos tiene?
 - 20
 - 30
 - 25
 - 35
 - 40
- Un empresario decía : "Si le pago S/.15 a cada uno de mis empleados, me faltarían S/.50; pero si sólo les pago S/.10, me sobrarían S/.30. ¿Cuántos empleados tengo?
 - 15
 - 16
 - 17
 - 18
 - 19

- Un tío reparte propina entre sus sobrinos. Si les da 3 soles a cada uno, le sobrarían 8 soles, y si les da 7 soles a cada uno, le faltarían 12 soles. ¿Cuántos sobrinos tiene?
 - 3
 - 4
 - 5
 - 6
 - 7
- Se realizó una colecta para obsequiarle un pantalón a la tutora el día de su cumpleaños. Si cada alumno colabora con 5 soles sobrarían 50 soles, pero si cada uno de ellos diera 3 soles, faltarían 30 soles. ¿Cuánto costo el pantalón?
 - S/.120
 - S/.90
 - S/.150
 - S/.110
 - S/.140
- En el problema anterior, ¿Cuántos alumnos hay en el salón?
 - S/.30
 - S/.35
 - S/.40
 - S/.45
 - S/.50
- Un carpintero pensó comprar 12 martillos pero observó que le sobrarían 80 soles y si compra 15 martillos, también le sobrarían 50 soles. ¿Cuánto cuesta cada martillo?
 - S/.10
 - S/.8
 - S/.12
 - S/.9
 - S/.14
- En el problema anterior, ¿de cuánto dinero disponía el carpintero?
 - S/.100
 - S/.150
 - S/.200
 - S/.250
 - S/.300
- Si comprase 13 CDs me faltarían 20 soles y si comprase 9 CDs me sobrarían 20 soles. ¿Cuánto cuesta cada CD?
 - S/.25
 - S/.10
 - S/.12
 - S/.15
 - S/.20



14. Carla dice : "Si compro 7 pelotas me faltan 75 soles, pero si sólo compro 5 pelotas me faltan 25 soles. ¿Cuánto cuesta cada pelota?.

- a) S/.15 b) S/.12 c) S/.25
 d) S/.30 e) S/.35

15. En el problema anterior. ¿De qué suma disponía Carla?.

- a) S/.150 b) 120 c) S/.100
 d) S/.110 e) S/.130

16. Un gerente quiere premiar a algunos de sus empleados, dando 50 soles a cada uno le faltarían 180 soles y dándoles 20 soles le sobrarían 120 soles. Dar la suma del número de empleados y el número total de soles.

- a) 120 b) 320 c) 520
 d) 330 e) 400

17. Para ganar \$300 en la rifa de un cuadro, se imprimieron 200 boletos, sin embargo; sólo se vendieron 120 boletos, originándose una pérdida de \$20. ¿A cuánto se vendió cada boleto?.

- a) \$1 b) \$2 c) \$3
 d) \$4 e) \$5

18. En el problema anterior. ¿Cuánto cuesta el cuadro?.

- a) \$300 b) \$400 c) \$500
 d) \$600 e) \$700

19. Para rifar una bicicleta se imprimieron cierto número de boletos. Si se vende cada uno en S/.3 se pierde S/.50 y si se vende a S/.5 cada uno se gana S/.250. ¿Cuántos boletos se imprimieron?.

- a) 100 b) 120 c) 150
 d) 90 e) 80

20. La tutora al acomodar a los alumnos en el aula trata de razonar de la siguiente forma : "Si a los alumnos los hago sentar de 2 en 2 me sobran 5 alumnos, pero si les hago sentar de 3 en 3 me sobrarían 5 carpetas. ¿Cuántas carpetas hay en el salón?.

- a) 18 b) 20 c) 25
 d) 30 e) 32



1. Cuando Karen compró 5 galletas le sobró 5 soles, en cambio si hubiera comprado 9 galletas le hubiera faltado 3 soles. ¿Cuánto cuesta cada galleta?.

- a) S/.1 b) S/.2 c) S/.3
 d) S/.4 e) S/.5

2. Leonel razona así : Si doy 3 rosas a cada una de mis amigas sobran 3 rosas; pero si doy 3 más a cada una, faltan 9 rosas. ¿Cuántas amigas tiene Leonel?.

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

3. Un sastre pensó comprar 4 tijeras pero observo que le sobrarían 4 soles y si comprara 2 tijeras más le faltaría 6 soles. ¿De cuánto dinero dispone?.

- a) S/.20 b) S/.24 c) S/.30
 d) S/.32 e) S/.28

4. Si se vende cierta cantidad de libros a 15 soles cada uno, se obtendría como ganancia 150 soles y si lo vendemos a 12 soles se ganaría sólo 60 soles. ¿Cuántos libros se tiene para la venta?.

- a) 20 b) 25 c) 30
 d) 35 e) 40

5. Luis Miguel al comprar 9 polos, le sobran 80 soles; pero para adquirir 15 polos le faltarían 70 soles. ¿De cuánto dinero disponía?.

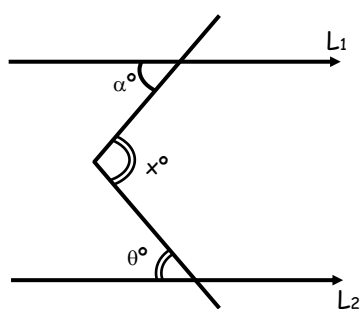
- a) S/.175 b) S/.205 c) S/.325
 d) S/.305 e) S/.375

6. Se organiza una función de teatro en nuestro Colegio. Si el señor Quiroz paga S/.5 por cada entrada le sobrarían S/.11 y si paga S/.2 por cada entrada le sobrarían S/.47. ¿Cuántas entradas compró?.

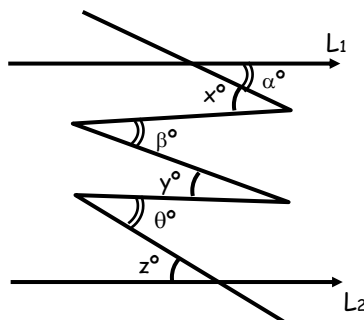
- a) 10 b) 8 c) 11
 d) 9 e) 12
7. Un tío quiere compartir entre sus sobrinos cierto número de caramelos. Si les da 5 caramelos a cada uno le sobran 15 y si les da 8 caramelos a cada uno le falta 6 caramelos. ¿Cuál es el número de sobrinos?
- a) 5 b) 6 c) 7
 d) 8 e) 9
8. Si compro libros de 15 soles cada uno me sobran 20 soles; pero si compro el mismo número de libros a 20 soles cada uno me faltan 40 soles. ¿Cuánto es mi dinero?
- a) S/.200 b) S/.180 c) S/.240
 d) S/.220 e) S/.160
9. Fabian pensó comprar 10 lapiceros y observo que le sobraría 20 soles, pero si compra 18 lapiceros entonces le faltaría 4 soles. ¿Cuánto cuesta cada lapicero?
- a) S/.1 b) S/.2 c) S/.3
 d) S/.4 e) S/.5
10. En el problema anterior, ¿De qué suma disponía Fabian?
- a) S/.42 b) S/.45 c) S/.48
 d) S/.50 e) S/.60
11. Angie dice : "Al comprar 6 litros de Yogurt me sobran 4 soles y me faltan 2 soles para comprar uno mas". ¿Cuánto cuesta el litro de Yogurt?
- a) S/.5 b) S/.6 c) S/.7
 d) S/.8 e) S/.9
12. Del problema anterior, ¿De qué suma disponía Angie?
- a) S/.50 b) S/.45 c) S/.60
 d) S/.40 e) S/.48
13. Coco invita al cine a su enamorada y sus cuñados. Si quieren sacar entradas de S/.10, Coco dice que le sobraría S/.40, pero si quieren sacar entradas de S/.15 su enamorada le dice que le sobraría S/.10. ¿Cuántos cuñados tiene Coco?
- a) 6 b) 5 c) 4
 d) 3 e) 2
14. En el problema anterior ¿De que suma disponía Coco?
- a) S/.120 b) S/.100 c) S/.150
 d) S/.80 e) S/.90
15. Un padre va al cine con sus hijos y al sacar entradas de S/.15 observa que le falta dinero para 2 de ellos, entonces tiene que sacar entradas de S/.10 así entran todos y aún le sobran S/.5 . ¿Cuántos eran los hijos?
- a) 7 b) 6 c) 5
 d) 4 e) 3
16. Un grupo de palomas se aproxima a un grupo de postes. Si en cada poste se posan 4 palomas resultarían 3 postes sobrantes, en cambio si en cada poste se posan 3 palomas harían falta 3 postes mas. ¿Cuántas son las palomas?
- a) 21 b) 36 c) 42
 d) 72 e) 84
17. Un profesor distribuye a los alumnos colocando 6 alumnos por carpeta. Si ubicara 2 alumnos en cada carpeta se necesitarían 10 carpetas mas. ¿Cuántas carpetas se iban a utilizar inicialmente?
- a) 4 b) 5 c) 6
 d) 7 e) 9
18. Para ganar S/.150 en la rifa de un bicicleta; se imprimieron 100 boletos; sin embargo, sólo se vendieron 60 boletos, originándose una pérdida de S/.50. Hallar el precio de la bicicleta.
- a) S/.250 b) S/.300 c) S/.350
 d) S/.400 e) S/.450
19. Si se vende cierta cantidad de libros a 20 soles cada uno, se obtendría como ganancia 60 soles y si los vendemos a 17 soles se ganaría sólo 24 soles. Calcule el número de libros que se tiene para la venta.
- a) 10 b) 12 c) 15
 d) 16 e) 18
20. En el problema anterior el costo de cada libro es:
- a) S/.10 b) S/.15 c) S/.12
 d) S/.16 e) S/.20

ÁNGULOS ENTRE RECTAS PARALELAS

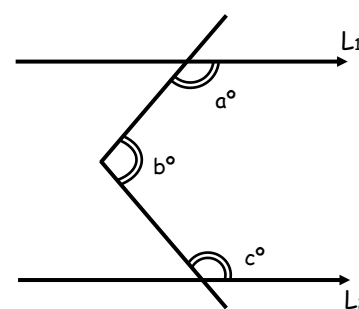
• PROPIEDADES : Si $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$



$$x^\circ = \alpha^\circ + \theta^\circ$$



$$x^\circ + y^\circ + z^\circ = \alpha^\circ + \beta^\circ + \theta^\circ$$



$$a^\circ + b^\circ + c^\circ = 360^\circ$$

Sabias que :

Tales de Mileto (c. 625 - c. 546 a.c).

Filósofo griego nacido en Mileto (Asia Menor) fue el fundador de "La Filosofía Griega" y esta considerado como uno de los siete sabios de Grecia. Tales llegó a ser famoso por sus conocimientos de astronomía después de predecir el eclipse de sol que ocurrió el 28 de mayo del 585 a.C. Se dice también que introdujo la geometría en Grecia. Según Tales "El principio original de todas las cosas es el agua", de la que todo procede y a la que todo vuelve otra vez.

Antes de Tales, las explicaciones del universo eran mitológicas, y su interés por la sustancia física básica del mundo marca, el nacimiento del cono científico. Tales no dejó escritos; el conocimiento que se tiene de él procede de lo que se cuenta en la *Metafísica* de Aristóteles.

A tales se le atribuyen cinco teoremas de la *Geometría Elemental*

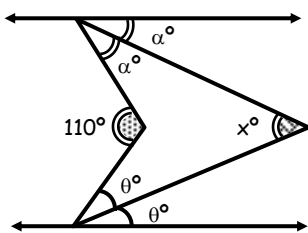
- "Los ángulos de la base de un triángulo Isósceles son iguales".
- Un círculo es bisecado por algún diámetro".
- Los ángulos entre dos líneas rectas que se cortan, son iguales".
- Dos triángulos son congruentes, si ellos tienen dos pares de ángulos y el par de lados iguales.
- Todo ángulo inscrito en una circunferencia es Recto.



EJERCICIOS DE APLICACIÓN

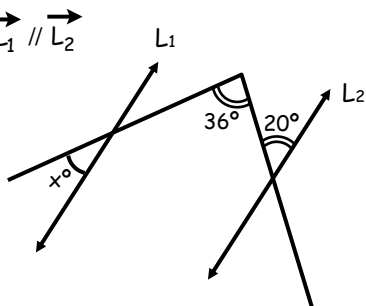
1. Calcular "x". Si: $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

- a) 50°
- b) 100°
- c) 110°
- d) 55°
- e) 65°



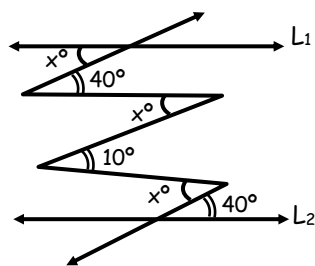
2. Calcular "x"; $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

- a) 16°
- b) 32°
- c) 24°
- d) 18°
- e) 20°



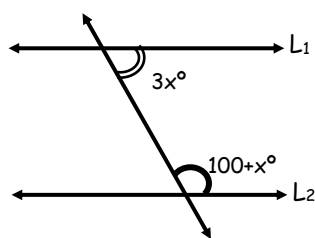
3. Calcular "x". $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

- a) 60°
- b) 36°
- c) 15°
- d) 30°
- e) 18°



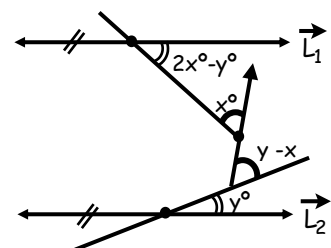
4. Calcular "x", $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

- a) 10°
- b) 20°
- c) 35°
- d) 40°
- e) 80°



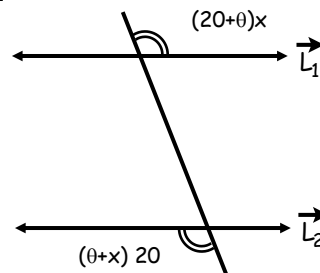
5. Determinar el valor que puede tomar "y"; si "x" toma su mínimo valor entero.

- a) 88°
- b) 104°
- c) 64°
- d) 62°
- e) 84°



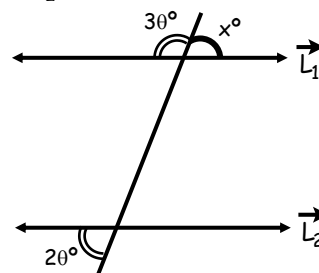
6. Calcular "x"; ($\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$)

- a) 60
- b) 20
- c) 40
- d) 65
- e) 30



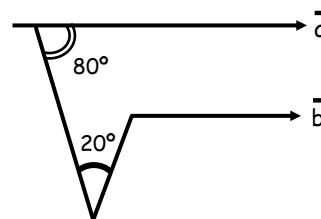
7. Calcular "x"; ($\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$)

- a) 54°
- b) 36°
- c) 64°
- d) 72°
- e) 108°



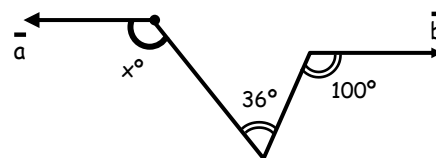
8. Determine "x"; ($\vec{a} \parallel \vec{b}$)

- a) 60°
- b) 80°
- c) 100°
- d) 120°
- e) 140°



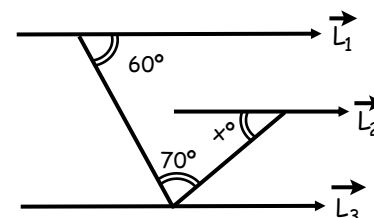
9. Calcular "x"; ($\vec{a} \parallel \vec{b}$)

- a) 66
- b) 116
- c) 86
- d) 96
- e) 80



10. Calcular "x", $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2 \parallel \vec{L}_3$

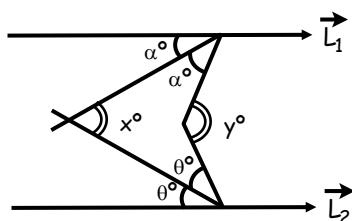
- a) 50°
- b) 30°
- c) 60°
- d) 80°
- e) 70°



TAREA DOMICILIARIA

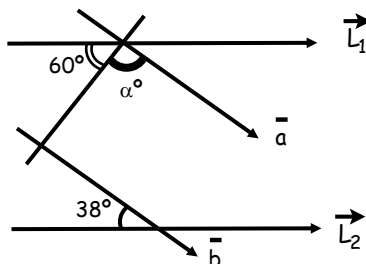
11. Calcular " $\frac{x}{y}$ "; Si: $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

- a) 0,5
- b) 0,3
- c) 2
- d) 1
- e) 1,5



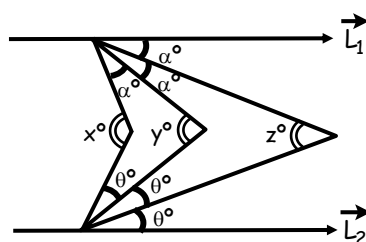
12. Calcular " α "; Si: $(\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2)$ y $(\vec{a} \parallel \vec{b})$

- a) 62°
- b) 72°
- c) 82°
- d) 92°
- e) 102°



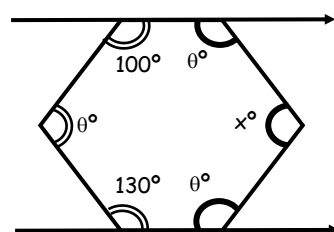
13. Calcular " $\frac{x+y}{z}$ "; Si: $(\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2)$

- a) 5
- b) 4
- c) 3
- d) 2
- e) 1



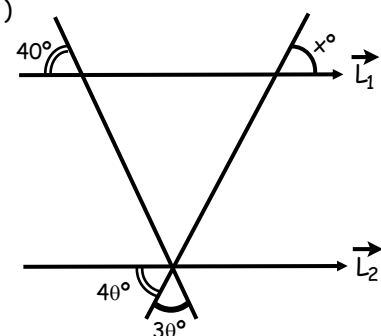
14. Calcular " x "; $(\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2)$

- a) 100°
- b) 160
- c) 150
- d) 70
- e) 120



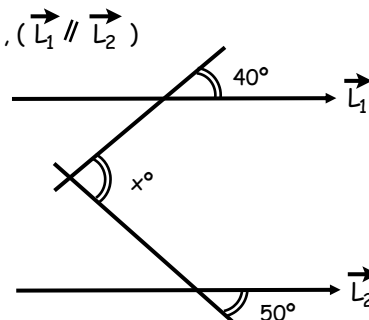
15. Calcular " x "
Si: $(\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2)$

- a) 20°
- b) 60°
- c) 80°
- d) 70°
- e) 100°



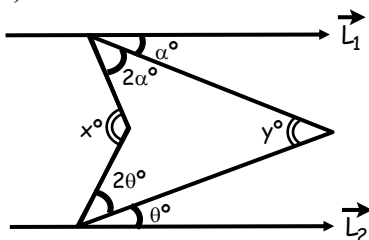
1. Calcular " x "; $(\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2)$

- a) 50°
- b) 60°
- c) 75°
- d) 90°
- e) 45°



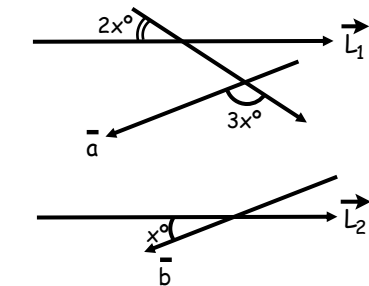
2. Calcular: " $\frac{x}{y}$ "; $(\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2)$

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) $3/2$
- e) 5



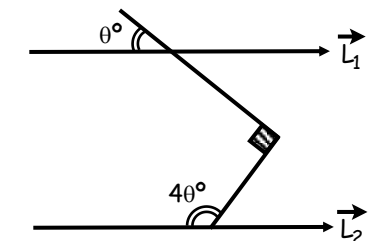
3. Calcular " x "; $(\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2)$ y $(\vec{a} \parallel \vec{b})$

- a) 60°
- b) 30°
- c) 20°
- d) 15°
- e) 10°



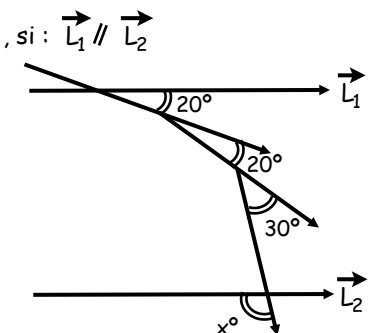
4. Calcular " Q "; Si: $(\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2)$

- a) 15°
- b) 30°
- c) 60°
- d) 45°
- e) 80°



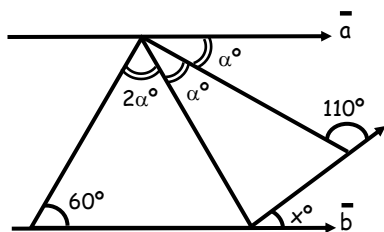
5. Calcular " x ", si: $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

- a) 100°
- b) 150°
- c) 110°
- d) 120°
- e) 105°



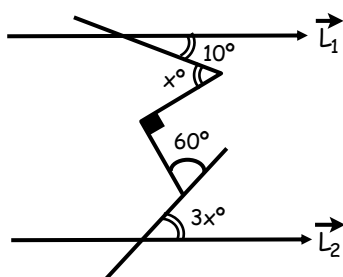
6. Calcular "x", si: $\vec{a} \parallel \vec{b}$

- a) 120°
- b) 60°
- c) 80°
- d) 40°
- e) 20°



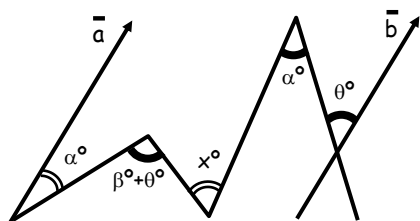
7. Calcular "x"; $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

- a) 66°
- b) 25
- c) 15
- d) 60
- e) 10



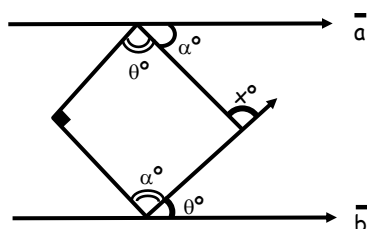
8. Calcular "x"; si: $\vec{a} \parallel \vec{b}$:

- a) α°
- b) $2\alpha^\circ$
- c) β°
- d) $2\beta^\circ$
- e) θ



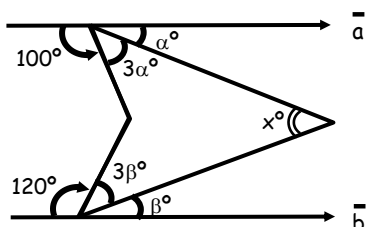
9. Calcular "x"; $\vec{a} \parallel \vec{b}$

- a) 20°
- b) 25°
- c) 45°
- d) 65°
- e) $162,5^\circ$



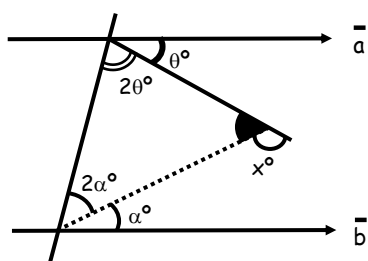
10. Calcular "x"; $\vec{a} \parallel \vec{b}$

- a) 36°
- b) 35°
- c) 45°
- d) 120°
- e) 10°



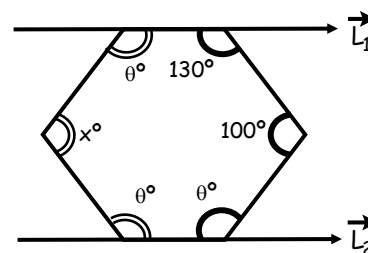
11. Calcular "x", $\vec{a} \parallel \vec{b}$

- a) 100°
- b) 60°
- c) 120°
- d) 15°
- e) 10°



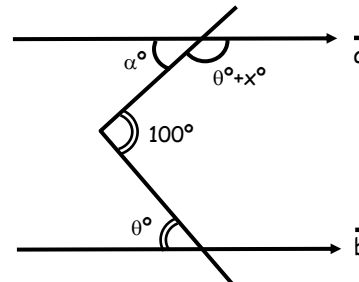
12. Calcular "x", $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

- a) 40°
- b) 80°
- c) 120°
- d) 100°
- e) 130°



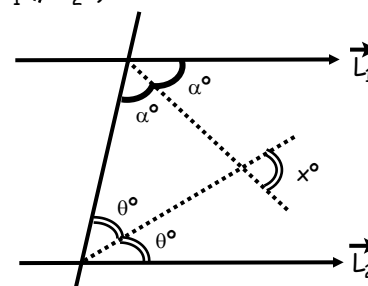
13. Calcular "x"; ($\vec{a} \parallel \vec{b}$)

- a) 60°
- b) 40°
- c) 20°
- d) 80°
- e) 100°



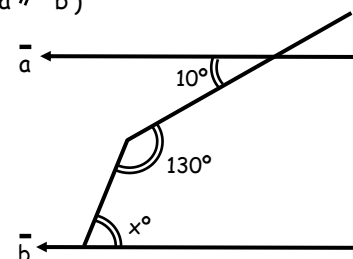
14. Calcular "x"; ($\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$)

- a) 60°
- b) 45°
- c) 90°
- d) 36°
- e) 18°



15. Calcular "x" ($\vec{a} \parallel \vec{b}$)

- a) 20
- b) 30
- c) 50
- d) 70
- e) 60



SISTEMAS DE MEDICIÓN ANGULAR

(Conversión entre Sistemas)

SISTEMA DE MEDICIÓN

Son las distintas formas o medios para medir ángulos cada una con sus propias reglas y unidades.

Las unidades de medida en cada sistema se crean en forma arbitraria, tal es así que se le puede tomar como unidad de medida un ángulo cuyo arco es equivalente a $\frac{1}{360}$, $\frac{1}{400}$, etc. parte de un ángulo de una vuelta.

Por lo expuesto se entiende que existen muchos sistemas para medir ángulos, pero los más usuales o conocidos son tres:

Sistema Sexagesimal

Sistema Centesimal

Sistema Radial

SISTEMA SEXAGESIMAL (S)

Llamado Sistema Inglés, es aquel que tiene como unidad a:

Un Grado Sexagesimal $\rightarrow 1^\circ$

Dicho sistema divide al ángulo de una vuelta (1 v) en 360 partes iguales y a cada parte se le denomina 1° por lo tanto:

$$1 \text{ vuelta} = 360^\circ$$

Sus unidades:

- 1 minuto sexagesimal $\rightarrow 1'$
- 1 segundo sexagesimal $\rightarrow 1''$

Equivalencia:

$$\begin{array}{|c|} \hline 1^\circ = 60' \\ \hline 1' = 60'' \\ \hline \end{array} \rightarrow \boxed{1^\circ = 3600''}$$



SISTEMA CENTESIMAL (C)

Llamado también francés, es aquel que tiene como unidad a:

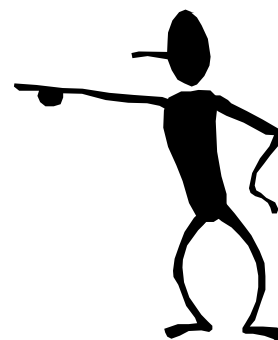
Un Grado Centesimal $\rightarrow 1^g$

Dicho sistema divide al ángulo de una vuelta (1 v) en 400 partes iguales y a cada parte se le denomina 1^g por lo tanto:

1 vuelta = 400^g

Sus unidades:

- \square 1 minuto centesimal $\rightarrow 1^m$
- \square 1 segundo centesimal $\rightarrow 1^s$



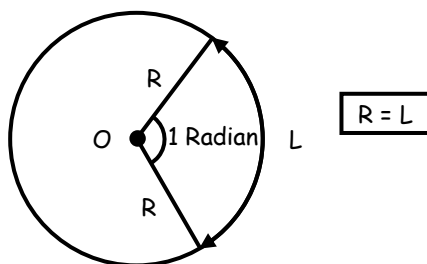
Equivalencia:

$1^g = 100^m$	\rightarrow	$1^g = 10\,000^s$
$1^m = 100^s$		

SISTEMA RADIAL O CIRCULAR (R)

También llamado circular o internacional es aquel que tiene como unidad a un radian (1 rad).

1 Radian (1 Rad). - Se define así a la medida del ángulo central que subtiende en cualquier circunferencia un arco de longitud igual al radio.



Si: $L = R \Rightarrow \theta = 1 \text{ Rad}$



Luego:

1 vuelta = $2\pi \text{ rad}$

Obs. π (Pi) = 3,141592654.....

Pero el valor de π se le atribuye valores aproximados como:

$\pi = 3,14$ ó $\pi = \frac{22}{7}$

NOTA: Evolución de Pi (π) a través del tiempo.

PERSONA/PUEBLO	AÑO	VALOR
Biblia	550 A.C.	3
Egipto	2 000 A.C.	3,1605
Ptolomeo	200 A.C.	$\frac{377}{120}$
Cheng Huing	300 A.C.	$\sqrt{10}$
Aryabhata	500	3,1416
Fibonacci	1220	3,141818
Machin	1706	100 decimales
Lambert	1766	Nombro a Pi irracional
Lindeman	1882	Nombro a Pi trascendente
IBM 7090	1961	100,000 decimales
CRAY - 2(Canadá)	1987	100,000 000 decimales
Univ. de Tokio	1995	4 294 960 000 decimales

EQUIVALENCIAS ENTRE LOS 2 SISTEMAS

$9^\circ = 10^g$	$\pi \text{rad} = 180^\circ$	$\pi \text{rad} = 200^g$
------------------	------------------------------	--------------------------

$1 \text{ vuelta} = 360^\circ = 400^g = 2\pi \text{ rad}$

NOTA:

Lo correcto seria 9° equivale 10^g pero por comodidad para operar diremos que $9^\circ = 10^g$.

Consideraciones:

1. $1 \text{ rad} > 1^\circ > 1^g$
2. $180^\circ < > 200^g < > \pi \text{rad}$
3. $9^\circ < > 10^g$ $27' < > 50^m$ $81'' < > 250^s$
4. $\alpha = x^\circ y' z'' = x^\circ + y' + z''$ ($\alpha = 3^\circ 50' 27'' = 3^\circ + 50' + 27''$)
5. $\beta = x^g y^m z^s = x^g + y^m + z^s$ ($\beta = 4^g 50^m 20^s = 4^g + 50^m + 20^s$)



Conversión Entre Sistemas: Es el procedimiento por el cual la medida de un ángulo se expresa en otras unidades diferentes a la primera.

Aplicaciones:

1. Convertir 15° a radianes.

Observamos que vamos a relacionar el sistema (S) y (R) entonces utilizaremos una equivalencia donde aparezcan ambos sistemas.

$$\pi \text{ rad} = 180^\circ$$

$$15^\circ \times \frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ} \Rightarrow \frac{\pi}{12} \text{ rad}$$

2. Convertir 80° a sexagesimales.

Utilizaremos la equivalencia.

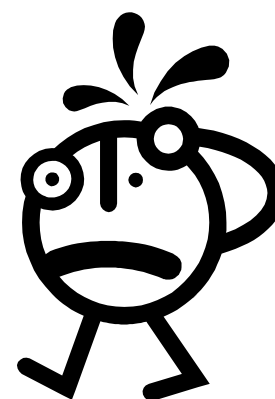
$$9^\circ = 10^g$$

$$80^g \cdot \frac{9^\circ}{10^g} \Rightarrow 72^\circ$$

3. Convertir $\frac{3\pi}{2}$ rad a sexagesimales.

Ahora utilizaremos $180^\circ = \pi \text{ rad}$

$$\frac{3}{2} \overset{180^\circ}{\pi \text{ rad}} \Rightarrow \frac{3 \times 180^\circ}{2} = 270^\circ$$



EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Expresar el complemento de 30° en el Sistema Circular.

- a) $\frac{\pi}{3}$ rad b) $\frac{\pi}{6}$ rad c) $\frac{\pi}{4}$ rad
 d) $\frac{\pi}{5}$ rad e) $\frac{\pi}{8}$ rad

2. Expresar el suplemento de 100° al Sistema Radial.

- a) $\frac{\pi}{3}$ rad b) $\frac{\pi}{6}$ rad c) $\frac{\pi}{8}$ rad
 d) $\frac{\pi}{2}$ rad e) $\frac{\pi}{4}$ rad

3. Determine: $\sqrt{a+b+c}$
 Si: $140^g = abc^\circ$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

4. Calcular el valor de x:

$$(4x + 10)^\circ = \frac{3\pi}{20} \text{ rad}$$

- a) 7 b) 9 c) 11
 d) 13 e) 15

5. Determine a + b + c.

$$\text{Si: } a^\circ b' c'' = 3^\circ 25' 42'' + 4^\circ 45' 38''$$

- a) 25 b) 39 c) 52
 d) 63 e) 120

6. La diferencia de dos ángulos suplementarios es $\frac{\pi}{3}$ rad determine el mayor de ellos.

- a) 90° b) 100° c) 120°
 d) 160° e) 130°

7. Calcular: $E = \frac{25^\circ + 50^g + \frac{\pi}{3} \text{ rad}}{64^\circ + 40^g + \frac{\pi}{6} \text{ rad}}$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

8. Reducir: $\frac{T^\circ + R^\circ + I^\circ + L^\circ + C^\circ + E^\circ}{T^g + R^g + I^g + L^g + C^g + E^g}$

- a) 10/9 b) 9/10 c) 1/10
d) 1/9 e) Faltan datos

9. Expresar en el sistema centesimal:

$$\alpha = \left(\frac{x^\circ (3x)'}{x'} \right)^\circ$$

- a) 60^g b) 70^g c) 50^g
d) 40^g e) 80^g

10. Si: $\frac{\pi}{64} \text{ rad} = x^\circ y' z''$

Calcular el complemento de $(x + y - z)^\circ$

- a) 80° b) 81° c) 85°
d) 82° e) 54°

11. La suma de las medidas de dos ángulos es $\frac{1}{(a+1)(b+4)}^\circ$ y su diferencia es $\frac{1}{(a-7)(b-5)}^g$. ¿Cuál es la medida circular del mayor?

- a) $\frac{\pi}{10} \text{ rad}$ b) $\frac{\pi}{5} \text{ rad}$ c) $\frac{3\pi}{5} \text{ rad}$
d) $\frac{3\pi}{10} \text{ rad}$ e) $\frac{2\pi}{5} \text{ rad}$

12. Calcular: n

$$\frac{1'}{2} + \frac{1'}{6} + \frac{1'}{12} + \frac{1'}{20} + \dots + \frac{1'}{n(n+1)} = \frac{\pi \text{ rad}}{11340}$$

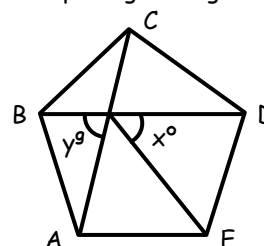
- a) 19 b) 20 c) 21
d) 29 e) 30

13. En la igualdad: $\sum_{k=1}^n \{(k!)^\circ\} = m^g$; donde "m" es el menor entero posible. Calcular: m - n

- a) 2 b) 3 c) 5
d) 6 e) 7

14. Del gráfico calcular: $E = \sqrt{\frac{y}{8} + x}$

Siendo ABCDE un pentágono regular.



- a) 7
b) 8
c) 9
d) 6
e) 10

15. Se crea un nuevo sistema de medición angular "TRILCE" tal que su unidad (1^T) resulta ser la 480ava parte del ángulo de una vuelta. Señale el equivalente de 1°12' en este nuevo sistema.

- a) 0,4^T b) 0,6^T c) 0,8^T
d) 1,2^T e) 1,6^T

TAREA DOMICILIARIA N° 2

1. Expresar el suplemento de 60° en el Sistema Radial.

- a) $\frac{\pi}{3} \text{ rad}$ b) $\frac{\pi}{6} \text{ rad}$ c) $\frac{\pi}{4} \text{ rad}$
d) $\frac{2\pi}{3} \text{ rad}$ e) $\frac{5\pi}{4} \text{ rad}$

2. Expresar el complemento de 20^g al sistema Sexagesimal.

- a) 70° b) 72° c) 82°
d) 56° e) 74°

3. Convertir $\frac{33\pi}{25} \text{ rad}$ al Sistema Centesimal.

- a) 260^g b) 264^g c) 266^g
d) 270^g e) 300^g

4. Convertir $\frac{\pi}{10} \text{ rad}$ al Sistema Centesimal.

- a) 10^g b) 20^g c) 30^g
d) 40^g e) 50^g

5. Convertir $\frac{7\pi}{20}$ rad al Sistema Sexagesimal.

- a) 60° b) 62° c) 63°
 d) 64° e) 65°

6. Determine "x" si: $(x + 7)^\circ = (x + 9)^\circ$

- a) 9 b) 10 c) 11
 d) 13 e) 27

7. Si: $a^\circ b' c'' = 5^\circ 48' 23'' + 6^\circ 25' 40''$

Calcular: $\sqrt{a+b+c-4}$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

8. Simplificar: $E = \frac{a^\circ b' + b^\circ a'}{(a+b)'}$

- a) 60 b) 61 c) 120
 d) 121 e) 180

9. Si: $\frac{\pi}{24}$ rad = $a^\circ b'$

Calcular: b - a

- a) 21 b) 22 c) 23
 d) 25 e) 30

10. Simplificar: $E = \frac{50^g + 25^\circ}{\frac{\pi}{36} \text{ rad} + 5^\circ}$

- a) 3 b) 5 c) 7
 d) 8 e) 9

11. Si: $K = \frac{90^g + 9^\circ}{36^\circ - \frac{\pi}{30} \text{ rad}}$

Además $\left(\frac{\pi}{k+1}\right) \text{ rad} = \overline{ab}^\circ$

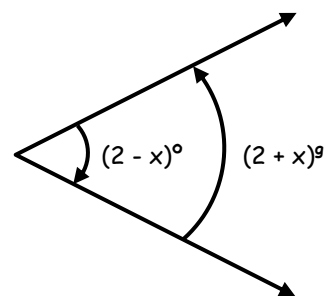
Calcular: b - a

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

12. Si: $\theta = (x + 12)^\circ$ además:

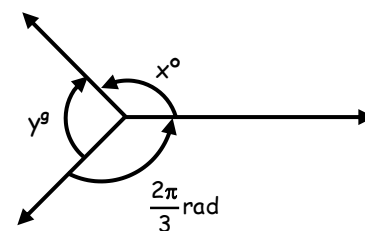
Hallar θ en radianes:

- a) $\frac{5\pi}{18}$ rad
 b) $\frac{2\pi}{9}$ rad
 c) $\frac{\pi}{5}$ rad
 d) $\frac{2\pi}{5}$ rad
 e) $\frac{3\pi}{5}$ rad



13. Del gráfico calcular: $10x - 9y$

- a) 240
 b) 2 400
 c) 24 000
 d) 180
 e) 1 800



14. Calcular "x" si se cumple:

$$\left[\frac{(x+3)^\circ}{5^g}\right] = \left[\frac{(4x-18)^\circ}{15^g}\right]$$


- a) 40 b) 41 c) 42
 d) 43 e) 45

15. Se tiene un sistema de medida angular denominado "x" en donde 3 grados "x" equivalen a 5° determinar a cuántos radianes equivalen 27 grados "x".

- a) $\frac{\pi}{3}$ rad b) $\frac{\pi}{6}$ c) $\frac{\pi}{4}$ rad
 d) $\frac{\pi}{7}$ rad e) $\frac{2\pi}{5}$ rad



MÉTODO DE LA REGLA CONJUNTA




¡Leo! Con 3 desarmadores se obtiene un alicate y con 4 alicates un martillo

¡Qué bueno! Entonces. ¿Cuántos martillos se obtendrán con 24 desarmadores?

"El hombre es el arquitecto de su propio destino"
José Inaenieros

OBJETIVOS

- Relacionar y ordenar los datos de una misma especie.
- Reconocer y aplicar eficazmente el método a los problemas tipo de este capítulo.



● ¿Cómo se aplica?

● Cuándo se aplica?

Ahora ¡Hazlo Tú solo!

Ejemplo :
Con 8 cuadernos se obtiene un libro; con 8 libros una enciclopedia. ¿Cuántas enciclopedias se obtendrán con 512 cuadernos?.

14. En una feria agropecuaria 8 gallinas cuestan lo mismo que 2 pavos, 6 patos cuestan lo mismo que 2 pavos; 3 conejos cuestan lo mismo que 4 patos. ¿Cuánto cuestan 2 gallinas, si un conejo cuesta 16 soles?

- a) S/.15 b) S/.16 c) S/.18
 d) S/.20 e) S/.24

15. En una joyería, 2 cadenas de oro equivalen a 6 de plata, 10 de plata, 10 de plata equivalen a 2 de diamantes, del mismo modo que, uno de diamantes es a 16 de acero. Si por S/.6 me dan 8 cadenas de acero. ¿Cuántas cadenas de oro darán por S/.180?

- a) 20 b) 25 c) 30
 d) 35 e) 45

16. En una feria se observó que por 3 patos me dan 2 pollos; por 4 pollos me dan 3 gallinas; por 12 gallinas dan 8 monos; 5 monos cuestan S/.150. ¿Cuánto tengo que gastar para adquirir 5 patos?

- a) 75 b) 30 c) 50
 d) 40 e) 80

17. En un trueque, por 5 cuadrados se reciben 6 círculos, por 10 rectángulos se reciben 9 círculos y por 15 rombos se reciben 8 rectángulos. ¿Cuántos triángulos pueden recibirse por 60 rombos, si por 2 triángulos se reciben 3 cuadrados?

- a) 5 b) 24 c) 18
 d) 12 e) 16

18. ¿Qué suma necesita un gobierno para pagar a 3 generales, si el sueldo de 8 coroneles equivale al de 2 comandantes, el de 3 comandantes al de 6 tenientes, el de 2 generales al de 4 coroneles, el de 4 tenientes al de 3 sargentos y si 3 sargentos ganan S/.3600 al mes?

- a) S/.2700 b) S/.2500 c) S/.2400
 d) S/.3500 e) S/.3200

19. Seis gotas del grifo "A" equivalen a 4 gotas del grifo "B"; 5 gotas del grifo "B" equivalen a 3 gotas del grifo "C"; 6 gotas de este grifo es como 5 gotas del grifo "D", del mismo modo que 15 gotas del grifo "D" es a 4,5 litros. ¿Cuántos litros existe en 40 gotas del grifo "A"?

- a) 1L b) 2L c) 3L
 d) 8L e) 4L

20. Si 10m^3 de madera de abeto pesan lo mismo que 7m^3 de madera de acacia, 10m^3 de madera de cerezo lo que 9m^3 de madera de acacia; 5m^3 de madera de cerezo lo que $3,6\text{m}^3$ de madera de eucalipto, y esta última pesa lo mismo que el agua. Calcular el peso de 1m^3 de madera de abeto.

- a) 520kg b) 260kg c) 560kg
 d) 480kg e) 450kg



Sabías que ...

- 50 veces su propio peso es lo que puede levantar una hormiga.
- 74 letras tiene el alfabeto más largo del mundo, el de Camboya.
- 42 dientes tiene un perro, mientras que el hombre sólo 32.
- 16 días tarda una hembra de Hamster en tener un hamstercito.
- 1 vuelta al mundo puede dar la unión de venas, arterias y vasos del cuerpo humano.



1. El trabajo de cuántas mujeres equivaldrá al trabajo de 3 hombres, si el trabajo de 9 hombres equivale al de 12 niños, el de 3 niñas al de 1 niño y el de 2 mujeres al de 6 niñas.
 - a) 1
 - b) 2
 - c) 3
 - d) 4
 - e) 5
2. Sabiendo que 10 pulgadas de alambre cuestan lo mismo que 30cm y que 45cm valen S/.6. ¿Cuánto costarán 20 pulgadas?.
 - a) S/.9
 - b) S/.16
 - c) S/.10
 - d) S/.12
 - e) S/.8
3. Por un coco me dan 4 melones, por 2 melones sólo recibo 3 piñas. ¿Cuántos cocos debo dar para recibir 30 piñas?.
 - a) 1
 - b) 2
 - c) 3
 - d) 4
 - e) 5
4. En una juguetería por 4 carritos me dan 6 pelotas; por 4 pelotas, 9 rompecabezas; por 15 rompecabezas, 2 pistolas. Si 3 pistolas cuestan S/.10. ¿Cuál es el precio de 8 carritos?.
 - a) S/.15
 - b) S/.12
 - c) S/.18
 - d) S/.24
 - e) S/.27
5. Sabiendo que 4 soles equivalen a un dólar, que 3 dólares equivalen a 4 libras esterlinas, que 6 euros equivalen a 5 libras esterlinas. ¿A cuántos soles equivalen 2 euros?.
 - a) S/.4
 - b) S/.3
 - c) S/.5
 - d) S/.7
 - e) S/.6
6. En un trueque, por un cuadrado se reciben 4 círculos y por 6 círculos se reciben 3 triángulos. ¿Cuántos cuadrados pueden recibirse por 24 triángulos?.
 - a) 30
 - b) 24
 - c) 36
 - d) 48
 - e) 12
7. En una panadería por 4 panes de yema dan uno de baguet, por 12 cachitos dan 3 de baguet, por 36 caramandungas dan 15 cachitos. Si 20 caramandungas cuestan S/.2. ¿Cuánto cuesta 10 panes de yema?.
 - a) S/.2,5
 - b) S/.2
 - c) S/.2,8
 - d) S/.2,3
 - e) S/.2,4
8. En cierto pueblo de la sierra se realiza un trueque.
 - 5 sacos de papa se cambian por 4 de camote.
 - 10 sacos de yuca se cambian por 6 de olluco.
 - 8 sacos de camote se cambian por 3 de olluco.
 - 2 sacos de yuca se cambian por "x" de papa.
 Calcular "x" :
 - a) 1
 - b) 2
 - c) 4
 - d) 8
 - e) 6
9. Cinco gallinas cuestan tanto como 9 pavos, 8 patos valen lo mismo que 15 pavos. Si, se sabe que 6 patos cuestan S/.20. ¿Cuánto cuestan 2 gallinas?.
 - a) S/.6,2
 - b) S/.6
 - c) S/.6,4
 - d) S/.6,5
 - e) S/.6,8
10. En un bazar se observa que el precio de 8 camisas equivalen al precio de 3 pantalones, 15 pantalones cuestan tanto como 12 chompas. Si 10 chompas cuestan S/.800. ¿Cuál es el precio de 5 camisas?.
 - a) S/.120
 - b) S/.100
 - c) S/.150
 - d) S/.110
 - e) S/.130
11. En un restaurante, 3 platos de ceviche cuestan lo mismo que 8 platos de tallarines; 12 platos de tallarines cuestan lo mismo que 9 platos de lomo, del mismo modo que 16 platos de lomo cuestan lo mismo que 15 platos de bistec. Si por S/.24 nos dan 3 platos de bistec. ¿Cuántos platos de ceviche dan por S/.60?.
 - a) 1
 - b) 2
 - c) 3
 - d) 4
 - e) 5
12. En el supermercado por 15 plátanos dan 12 naranjas; por 8 naranjas dan 10 melocotones; por 15 melocotones dan 9 papayas; 4 papayas cuestan S/.2. ¿Cuánto tengo que gastar para adquirir 10 plátanos?.
 - a) S/.2
 - b) S/.4
 - c) S/.6
 - d) S/.3
 - e) S/.8

13. Si una ficha blanca equivale a dos fichas azules y 3 fichas azules equivalen a 4 fichas rojas y 5 fichas rojas a 6 fichas negras. ¿A cuántas fichas negras equivale 10 fichas blancas?
- a) 24 b) 25 c) 27
 d) 30 e) 32
14. En una feria, 6 cuadernos equivalen a 9 borradores, 2 reglas equivalen a 4 borradores, del mismo modo que 3 calculadoras es a 12 reglas. Si por S/.72 dan 6 calculadoras. ¿Cuántos cuadernos dan por S/.18?
- a) 5 b) 6 c) 7
 d) 8 e) 9
15. En una ferretería 3 baldes de pintura equivalen a 10 brochas, 4 brochas a un martillo, 2 martillos a 9 alicates y 2 kilos de clavos a 5 alicates. Si por S/.28 dan 6 kilos de clavos. ¿Cuántos baldes de pintura dan por S/.35?
- a) 3 b) 4 c) 5
 d) 6 e) 7
16. Por una docena de naranjas dan dos manos de plátanos, por 18 manzanas dan 15 plátanos y por 7 manzanas sólo recibo 9 melones. ¿Cuántas naranjas debo dar para recibir 27 melones?
- a) 18 b) 20 c) 15
 d) 21 e) 24
17. En una tribu, por cada 15 linternas dan 24 diamantes, por 8 diamantes dan 6 perlas y por 10 perlas dan 4 monedas de oro. ¿Cuántas monedas de oro darán por 75 linternas?
- a) 32 b) 36 c) 30
 d) 24 e) 45
18. ¿Cuánto costará 2 metros de lanilla, sabiendo , 5 metros de lanilla cuestan lo mismo que 3 metros de casmir, que 8 de casmir lo mismo que 15 de polystel y que 9 metros de polystel cuesta S/.120?
- a) S/.20 b) S/.25 c) S/.30
 d) S/.35 e) S/.40
19. El precio de 2 TV marca son Sony es igual al precio de 3 TV Panasonic, el de 4 TV marca Panasonic es igual al de 9 TV LG y el de 6 TV LG cuestan igual que 8 TV Samsung. Si 3 TV Sony cuestan \$630. ¿Cuál es el precio de 6 TV marca Samsung?
- a) \$280 b) \$140 c) \$260
 d) \$180 e) \$120
20. Cinco destres mallorquines equivalen a 12 canas, 48 canas a 80 varas y 1 vara, a 0,625 de metro. Hallar la equivalencia del destre con el metro.
- a) 2,0 b) 2,1 c) 2,2
 d) 2,5 e) 2,8

PROMEDIOS

ENGAÑOSO PROMEDIO: LOS AUTOMOVILISTAS

Pedro y Pablo son dos automovilistas que hacían habitualmente el mismo viaje de ida y vuelta entre dos ciudades, cada uno en su coche:

En cierta ocasión hablaron del asunto y Pedro dijo a Pablo:

- El viaje de ida lo hago a 80 km/h y la vuelta a 60 km/h.

Pablo contestó a Pedro:

Por las características de un coche y de la carretera hago el viaje de ida y vuelta a la velocidad constante de 70 km/h, que es el promedio de las velocidades que Ud. me ha dicho de modo que empleamos el mismo tiempo en el viaje.

- ¿El razonamiento de Pablo es correcto?
- ¿Emplean el mismo tiempo en el viaje?

Sol.:



ENGAÑOSO PROMEDIO: EL VENDEDOR DE NARANJAS

Un vendedor ambulante se puso a vender una cesta de naranjas a razón de 10 monedas cada 5 naranjas.

En el momento de la venta cambió de opinión e hizo un montón con las 58 naranjas más gordas y otro con las 57 más pequeñas.

Las gordas las vendió a 5 monedas cada 2 naranjas y las pequeñas a 5 monedas cada 3 naranjas.

- ¿Era esto lo mismo que la intención primera?

Sol.:



PROMEDIOS

☑ **PROMEDIO ARITMÉTICO (P.A.)**
 Si tenemos "n" números ordenados en forma creciente.

$$\underbrace{a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_n}_{\text{"n" números}}$$

Se define el promedio aritmético como aquel número comprendido entre el menor y el mayor que puede reemplazar a todos ellos sin que su suma se altere.

$$P.A. (\text{"n" números}) = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$$

$$a_1 < P.A. < a_n$$

Ejm.:
 Hallar el promedio aritmético de 2, 5, 9 y 12.
 $P.A. = \frac{2 + 5 + 9 + 12}{4} = 7$

☑ **MEDIA ARITMÉTICA (Para dos cantidades)**

$$M.A. (A, B) = \frac{A + B}{2}$$

Ejm.: Hallar la media aritmética de 12 y 18

$$M.A.(12, 18) = \frac{12 + 18}{2} = 15$$

12 \longleftrightarrow 15 \longrightarrow 18
 equidista de 12 y 18

☑ **PROMEDIO GEOMÉTRICO (P.G.)**
 Se define el promedio geométrico de "n" números como aquel valor comprendido entre el mayor y el menor y que puede reemplazar a todos ellos sin que su producto se altere.

$$P.G. (\text{"n" números}) = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots a_n}$$

$$a_1 < P.G. < a_n$$

Ejm.: Hallar el P.G. de 5, 6, 9

$$P.G.(5, 6, 9) = \sqrt[3]{5 \times 6 \times 9} = 6$$

☑ **MEDIA GEOMÉTRICA (Para dos cantidades)**

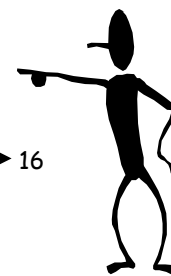
$$M.G.(A, B) = \sqrt{A \times B}$$

Ejm.: Hallar la media geométrica de 9 y 16.

$$M.G.(9, 16) = \sqrt{9 \times 16} = 12$$

9 \longleftrightarrow 12 \longrightarrow 16

Media proporcional
 cocientes iguales



☑ **PROMEDIO ARMÓNICO (P.H.)**

Es aquel valor comprendido entre el mayor y el menor y que puede reemplazar a todos ellos sin que la suma de sus inversas se altera.

$$P.H. (\text{"n" números}) = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} \dots \frac{1}{a_n}}$$

Ejm.: Hallar el P.H. de 4, 6 y 9

$$P.H.(4, 6, 9) = \frac{3}{\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9}} = \frac{108}{19} = 5 \frac{13}{19}$$

☑ **MEDIA ARMÓNICA (Para dos cantidades)**

$$M.H.(A, B) = \frac{2}{\frac{1}{A} + \frac{1}{B}} = 2 \frac{A \cdot B}{A + B}$$

Ejm.: Hallar la media armónica de 40 y 60.

$$M.H.(40, 60) = \frac{2 \times 40 \times 60}{40 + 60} = 48$$

☑ **PROPIEDADES DE PROMEDIOS:**

1. Para números no iguales el promedio aritmético es mayor que el promedio geométrico y este a su vez es mayor que el promedio armónico.

$$P.A. > P.G. > P.H.$$

2. Para dos números **a** y **b** se cumple:

$$M.A.(a, b) = \frac{a+b}{2} \text{ mayor promedio}$$

$$M.H.(a, b) = \frac{2ab}{a+b} \text{ menor promedio}$$

$$M.G^2(a, b) = M.A.(a, b) \cdot M.H.(a, b)$$

$$\Rightarrow a = b$$

Observación:

$$\text{Si } M.A.(a, b) = M.G.(a, b) = M.H.(a, b)$$

$$\Rightarrow a = b$$

3. Para los números iguales se cumple que P.A. y P.G. y P.H. son iguales.

$$\text{Ejm.: } P.A.(k, k, k) = \frac{k+k+k}{3} = k$$

$$P.G.(k, k, k) = \sqrt[3]{k \cdot k \cdot k} = k$$

$$P.H.(k, k, k) = \frac{3}{\frac{1}{k} + \frac{1}{k} + \frac{1}{k}} = k$$

$$P.A. = P.G. = P.H. = k$$



Ejercicios de Aplicación

1. a) Dos números son entre sí como 2 : 1 si se duplica el primero y se quintuplica el segundo su promedio es 9. El promedio original de los números es:

Rpta.:

b) Dos números son entre sí como 7 es a 9. Si su media aritmética es 88. Hallar la diferencia de los números.

- a) 22 b) 33 c) 11
d) 44 e) N.A.

2. a) A lleva tres cursos de 6, 5 y 5 créditos cuyas notas son 15; 12,5 y 12,7 respectivamente. Si B ha llevado cuatro cursos de 2, 3, 2 y x créditos obteniendo de notas: 12, 13, 12 y 15 respectivamente, con los cuales sus respectivos promedios ponderados son los mismos. Hallar "x"

Rpta.:

b) Se vendieron 150 ejemplares de Comercio a S/. 3 cada uno y 100 ejemplares del Correo a S/. 0,50 cada uno. ¿Cuál es el precio promedio de los diarios emitidos?

- a) S/. 2 b) S/. 2,5 c) S/. 1,25
d) S/. 1,8 e) S/. 2,4

3. a) En un grupo de 6 personas ninguna de ellas es menor de 15 años. Si el promedio de las edades es 18 años. ¿Cuál es la máxima edad que puede tener una de ellas?

Rpta.:

b) El promedio de las edades de 4 hombres es 48, ninguno de ellos es menor de 15 años. ¿Cuál es la máxima edad que podría tener una de ellos?

- a) 51 b) 53 c) 57
d) 54 e) 60

4. a) Halle "n" si el promedio geométrico de 2; 2²; 2³; 2⁴; ... 2ⁿ es 64.

Rpta.:

b) Hallar "x" si el promedio geométrico de 2^x, 2^{2x} y 8^x es 1024.

- a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

5. a) Si 12 y 9 $\frac{3}{5}$ son la media geométrica y armónica de dos números a y b. Hallar a + b

Rpta.:

b) La media aritmética de 2 números es 6 y su media geométrica es 4 $\sqrt{2}$. Hallar el mayor de los números.

- a) 4 b) 6 c) 8
d) 10 e) 12

6. a) El promedio de las edades de 3 personas es igual a p si se aumenta una persona más el promedio disminuye en 2. Entonces hay una persona por lo menos que es mayor que la cuarta.

Rpta.:

b) El promedio de las edades de tres personas es de 12 años, si agregamos una cuarta persona cuya edad es de 24 años entonces:

- a) El promedio no se altera
b) El promedio aumenta en 2
c) El promedio aumenta en 3
d) El promedio disminuye en 2
e) N.A.

7. a) La media aritmética de 5 números es 120. Si le agregamos 5 nuevos números, la media aritmética queda aumentada en 80. ¿Cuál es el promedio aritmético de los 5 nuevos números?

Rpta.:

b) Si a un grupo de 5 números se le agrega los números 18, 12 y 10 se observa que su media aritmética disminuye en 4 unidades. Determinar el promedio aritmético de este nuevo grupo de números.

- a) 20 b) 24 c) 21
- d) 28 e) 30

8. El promedio aritmético de 50 números es 16. Si a 20 de ellos se les añade 7 unidades y a los restantes se les quita 3 unidades. ¿Cuál es el nuevo promedio aritmético?

- a) 10 b) 17 c) 15
- d) 20 e) 18

9. De 500 alumnos de un colegio cuya estatura promedio es de 1,67 m 150 son mujeres. Si la estatura promedio de todas las mujeres es de 1,60 m. ¿Cuál es el promedio aritmético de la estatura de los varones de dicho grupo?

- a) 1,7 m b) 1,59 c) 1,71
- d) 1,64 e) 1,68

10. Halle la media geométrica de M y N. Si:

$$M = \underbrace{x^n \cdot x^n \cdot x^n \dots x^n}_{\text{"m" veces}}$$

$$N = \underbrace{(y^{5m} \cdot x) (y^{5m} \cdot x) \dots}_{\text{"n" veces}}$$

- a) 4^m b) x^{2m} c) x^{3mn}
- d) $x^{mn/2}$ e) N.A.

11. Si el promedio de los "n" primeros números múltiplos de 3, positivos es 57 y el promedio de los "m" primeros impares positivos es 43 entonces (m + n) es:

- a) 80 b) 85 c) 90
- d) 95 e) 100

12. Se tiene 100 números, A es el promedio aritmético de los 30 primeros y B es el promedio aritmético de los números restantes. Se sabe que la media geométrica y media armónica de A y B son $10\sqrt{2}$ y $13\frac{1}{3}$ respectivamente. ¿Cuál es el mayor valor del promedio aritmético de los 100 números?

- a) 15 b) 16 c) 17
- d) 18 e) 14

13. Sabiendo que:

$$\frac{a_1 - 1}{1} = \frac{a_2 - 2}{2} = \frac{a_3 - 3}{3} = \dots = \frac{a_{10} - 10}{10}$$

y
P.A._(a₁, a₂, a₃...a₁₀) = 11

Calcular el valor de:

$$R = a_1 \cdot a_3 \cdot a_5 \cdot a_7 \cdot a_9$$

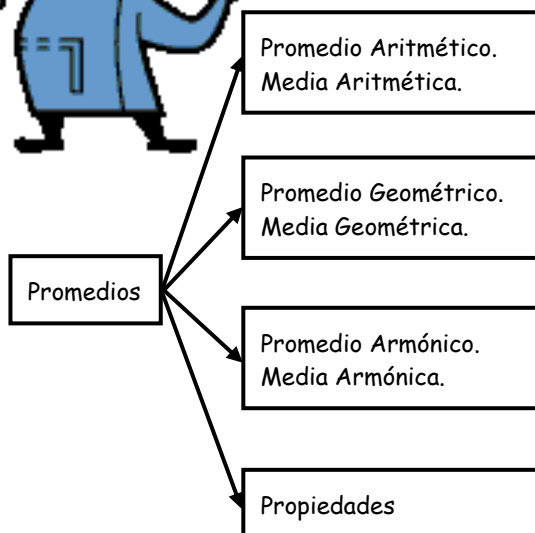
- a) 32 400 b) 30 240 c) 34 200
- d) 31 200 e) 30 180

14. La media aritmética de 150 números de cuatro cifras, todas impares, es 6125 y de otros 250 números también de cuatro cifras, todas impares, es 7400. ¿Cuál es la media aritmética de los números de cuatro cifras, todas impares, no considerados?

- a) 3125 b) 3175 c) 3225
- d) 3025 e) 3075

15. Sea Y_k una variable que representa ingresos en nuevos soles: si la variable Y_k esta relacionada con X_k (gastos) de la forma:
 $Y_k = X_k - 3$; para $k = 1, 2, 3, \dots, n$
¿Cuál es el promedio aritmético de los X_k si el promedio de los Y_k es 15?

- a) 12 b) 13 c) 18
- d) 20 e) 12





Tarea Domiciliaria

- El mayor promedio de 2 números es 21. Si la diferencia entre ambos números es 12. ¿Cuál es el número menor?
 - 10
 - 12
 - 15
 - 17
 - 21
- Hallar 2 números sabiendo que su media aritmética es 5 y su media armónica $24/5$.
 - 7 y 3
 - 8 y 2
 - 6,5 y 3,5
 - 6 y 4
 - 5 y 4,5
- Se sabe que el promedio aritmético de 2 números es 12 y el P.H. es 3. ¿Cuál es el promedio geométrico de los 2 números?
 - 6
 - 7
 - 4
 - 8
 - $3\sqrt{2}$
- El promedio aritmético de 2 números es 22,5 y su promedio geométrico es 18. La diferencia de los números es:
 - 7
 - 17
 - 27
 - 20
 - 9
- El producto de la media armónica y la media aritmética de 2 números enteros es igual al triple de la media geométrica de ellos. Hallar el producto de los números.
 - 3
 - 6
 - 9
 - 12
 - 15
- Si M.A. x M.H. de A y B es 196 y M.A. x M.G. de A y B es 245. ¿Cuál es la diferencia entre A y B?
 - 25
 - 24
 - 23
 - 22
 - 21
- Las edades de 4 hermanos son proporcionales a 2, 3, 4 y 5. Hallar la edad del menor si el promedio de todas las edades es 21.
 - 12
 - 30
 - 14
 - 10
 - 24
- La edad promedio de 3 personas es 56 años. Si ninguno tiene más de 59 años. ¿Cuál es la edad mínima que podría tener una de ellos?
 - 51
 - 50
 - 53
 - 52
 - 54
- Si el promedio de 20 números es 50, si agregamos 10 números cuyo promedio es 20. ¿Cuál es el promedio final?
 - 42
 - 45
 - 40
 - 40,5
 - 42,5
- El promedio aritmético de 50 números es 38 siendo 45 y 55 dos de los números, eliminando estos 2 números el promedio de los restantes es:
 - 33,6
 - 37
 - 38,1
 - 37,5
 - N.A.
- La media aritmética de 70 números es 40 y la media de otros 30 números es 50. Si a cada uno de los números del primer grupo se le aumenta 10 unidades y también a c/u de los números del segundo grupo se le disminuye en 20. ¿En cuánto varía el producto original de los 100 números considerados?
 - aumenta en 1
 - disminuye en 1
 - aumenta en 11
 - disminuye en 11
 - no varía
- Calcular la estatura promedio en metros de 3 personas sabiendo que miden: "a" cm, "b" cm y "c" metros
 - $\frac{a+b+c}{100}$
 - $\frac{a+b+10c}{100}$
 - $\frac{a+b+c}{3}$
 - $\frac{a+b+100c}{300}$
 - $\frac{a+b+c}{300}$
- Pepe compro 50 acciones de una compañía a S/. 600 cada una y 2 meses más tarde compro 25 acciones más a S/. 560 cada una. ¿A qué precio deberá comprar 25 acciones adicionales para tener un promedio de S/. 580 por acción?
 - S/. 570
 - S/. 560
 - S/. 530
 - S/. 540
 - S/. 550
- El promedio aritmético de "n" números es "p", cuando se consideran "m" números más, el promedio aumenta en 1. Calcular el promedio aritmético de los "m" números.
 - p + 2
 - $\frac{n}{m} + p$
 - $\frac{n}{m} + p + 1$
 - $\frac{m}{n} + p + 1$
 - N.A.
- El promedio aritmético de "n" número es 3. El promedio de la cuarta parte de estos números es 2,4 y el promedio de los $2/3$ de los restantes es 1,2. Calcular el promedio de los restantes.
 - 7,5
 - 6,2
 - 6,0
 - 7,2
 - 8,2

ECUACIONES EXPONENCIALES

Son aquellas en las que la incógnita esta como exponente y también como base y exponente a la vez.

Ejm.:

- $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 39$
- $x^{-x} = 4$



PROPIEDAD

1. Si: $a^m = a^n \rightarrow m = n$; $\forall a \neq 0, 1, -1$

Ejemplo:

Resolver: $25^{x-1} = 125^{2-x}$

Después de expresar 25 y 125 como potencias de 5, tenemos:

$$(5^2)^{x-1} = (5^3)^{2-x}$$

Efectuando operaciones en los exponentes:

$$5^{2x-2} = 5^{6-3x}$$

Bases iguales, exponentes iguales:

$$2x - 2 = 6 - 3x$$

Resolvemos y obtenemos que:

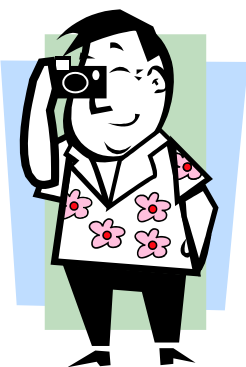
$$x = \frac{8}{5}$$

2. Si: $x^x = a^a \rightarrow x = a$

Ejemplo:

Resolver: $x^{-x} = 4$

Expresar el exponente negativo y el 4 como potencia de 2:



$$\frac{1}{x^x} = 2^2$$

Efectuando operaciones:

$$x^x = \frac{1}{2^2}$$

El 2^2 también se puede expresar $(-2)^2$:

$$x^x = \frac{1}{(-2)^2}$$

Por exponente negativo:

$$x^x = (-2)^{-2}$$

Por analogía:

$$x = -2$$

3. $a^x = b^x \Rightarrow a = b$ $\Leftrightarrow a > 0 \wedge b > 0$

Además: Si: $x = 0 \Rightarrow a \neq b$

Ejemplo:

Resolver:

$$(5n)^x = (n+2)^x$$

De la ecuación se deduce:

$$5n = n + 2$$

Efectuando operaciones:

$$n = \frac{1}{2}$$



EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Hallar "x" en: $2^{5x-3} = 2^{25x}$
 - a) 1
 - b) 3
 - c) -3
 - d) 4
 - e) -1
2. Resolver: $81^{4x-1} = 9^{x+5}$
 - a) 1
 - b) 2
 - c) 4
 - d) 5
 - e) 3
3. Hallar "x" en: $8^{3x} = \sqrt[3]{2^{9^x}}$
 - a) 2
 - b) 4
 - c) 3
 - d) -1
 - e) 3/4
4. Resolver: $\underbrace{8 \cdot 8 \cdot 8 \dots 8}_{n \text{ veces}} = \underbrace{4 \cdot 4 \dots 4}_{(n+2) \text{ veces}}$
 - a) 4
 - b) 2
 - c) 8
 - d) -8
 - e) -2
5. Resolver: $2^x \cdot 2^{3x-5} \cdot 2^{5x-9} = 2^5$
 - a) 1
 - b) 2
 - c) 19/9
 - d) 3
 - e) 6
6. Resolver: $2^{x+5} + 2^{x+4} + 2^{x+3} = 28$
 - a) -2
 - b) -1
 - c) 1
 - d) 2
 - e) 3
7. Resolver: $3^{x-1} + 3^{x-2} = 108$
 - a) 3
 - b) 5
 - c) 9
 - d) 7
 - e) 1/5
8. Resolver: $x^x = \sqrt[3]{\frac{4}{9}}$
 - a) 2/3
 - b) 2
 - c) 3/2
 - d) 4
 - e) 5/2
9. Hallar "x" en: $(nx)^x = n^{n^n}$
 - a) n^{n-1}
 - b) n^{n+1}
 - c) n
 - d) n^n
 - e) $\sqrt[n]{n}$
10. Resolver: $x^{x^{x^2+2}} = 4$
 - a) 2
 - b) 4
 - c) $\sqrt{2}$
 - d) -2
 - e) -4
11. Resolver: $x^{x^{18}} = \sqrt[6]{3}$
 - a) 2
 - b) $\sqrt{2}$
 - c) $\sqrt{3}$
 - d) $\sqrt[6]{3}$
 - e) $\sqrt[18]{3}$
12. Resolver: $x^{x^{20}} = \sqrt[3]{\sqrt[5]{3}}$
 - a) $\sqrt[15]{5}$
 - b) $\sqrt[5]{15}$
 - c) $\sqrt[5]{5}$
 - d) $\sqrt[15]{15}$
 - e) 5
13. Resolver: $x^{-2^{2^{-x}}} = 2$
 Calcular: $E = \sqrt[x]{x}$
 - a) 1/4
 - b) -1/4
 - c) 1/2
 - d) -1/2
 - e) $1/\sqrt{2}$
14. Resolver: $x + 2 = 6x^{4-x}$
 - a) 4
 - b) 7/2
 - c) 3/2
 - d) 2
 - e) 1
15. Resolver: $3\left(\frac{1}{x}\right)^{2x} \sqrt{x} = 4x + 2$
 - a) 1/4
 - b) 1/3
 - c) 1/2
 - d) 1/16
 - e) 2

TAREA DOMICILIARIA N° 3

- Hallar "x" en: $27x^4 = 9^{24}$
 - 2
 - 4
 - 6
 - 8
 - 10
- Resolver: $125^{x-3} = 25^{2x+1}$
 - 2
 - 3
 - 10
 - 11
 - 1
- Hallar "n" si: $\sqrt{b^n} \cdot \sqrt[4]{b^n} = b^{27}$
 - 12
 - 24
 - 36
 - 10
 - 9
- Hallar "x" en: $\sqrt[3]{5}^{9^x} = 125^{27x-1}$
 - 1
 - 2
 - 3
 - 4
 - 2/3
- Resolver: $3^{2x-1} \cdot 3^{x-2} \cdot 3^{3x+7} = 27$
 - 1/2
 - 1/3
 - 1/6
 - 1/5
 - 1/7
- Resolver: $3^{x+4} + 3^{x+2} + 3^x = 273$
 - 1
 - 2
 - 3
 - 4
 - 5
- Resolver: $(2x)^x = 2^{12}$
 - 1
 - 2
 - 3
 - 4
 - 5
- Si: $4^x - 4^{x-1} = 24$
Calcular el valor de: $N = (2x)^{2x}$
 - 5
 - 5/2
 - $(5/2)^{5/2}$
 - 5⁵
 - 5⁻¹
- Calcular el valor de "x" en: $0,5^{-256} 4^x = 4$
 - 3/2
 - 2/3
 - 2/3
 - 2/5
 - 3/2
- Hallar "x" en: $x^{x^6} = \sqrt{2} \sqrt[2]{2}$
 - $\sqrt[4]{2}$
 - $\sqrt{2}$
 - $2\sqrt{2}$
 - $3\sqrt{2}$
 - $\sqrt{2}^{-1}$
- Si: $x^{-81} 81^{-x} = 81$
Hallar: $M = \sqrt[4]{x}$
 - 3
 - 1/3
 - 1/9
 - 1/81
 - 81
- Hallar $(x \cdot y)^6$ si: $3^{x^3} \cdot 2^y y^2 = 108$
 - 30
 - 72
 - 36
 - 84
 - 42
- Hallar la suma de valores de "n":
 $64(2^{n-5})^n - 729(3^n)^{n-5} = 0$
 - 4
 - 5
 - 6
 - 7
 - 8
- De la igualdad: $x^{(x-1)^2} = 2x+1$
Calcular: $x - \frac{1}{x}$
 - 2
 - 4
 - 5
 - 7
 - 10
- Resolver: $x^{x-x^2+13} = x^2 - 12$
 - {-4; +3}
 - {4; -3}
 - {4}
 - {0; 4}
 - {4; 3}

TRIÁNGULOS

PROPIEDADES BÁSICAS

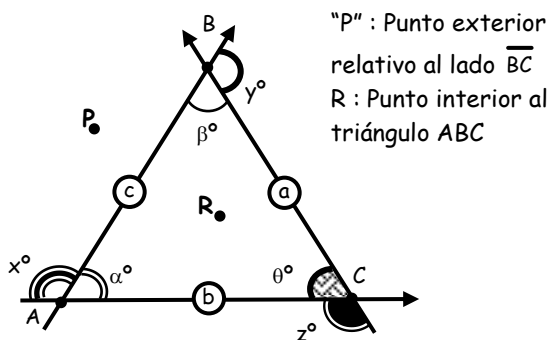
● **CONCEPTO :**

.....

.....

.....

.....



Elementos :

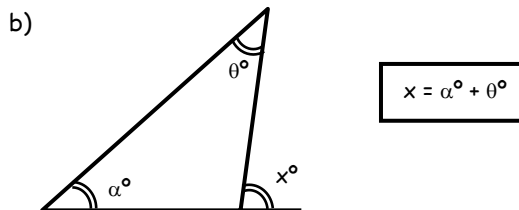
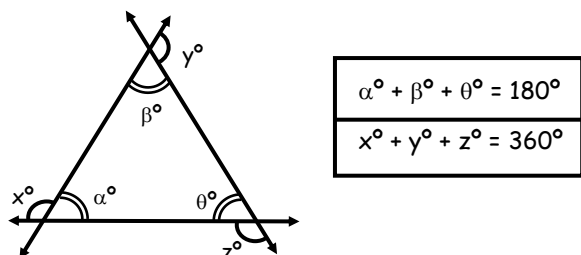
- Vértices : A, B, C
- Lados : $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}$ (a, b, c)
- Medidas de los ángulos internos : $\alpha^\circ, \beta^\circ, \theta^\circ$
- Medidas de los ángulos externos : $x^\circ, y^\circ, z^\circ$
- Perímetro : 2p

$\Rightarrow 2p = a + b + c$

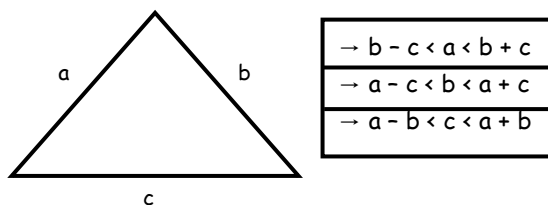
Además, notación :
 $\Rightarrow \triangle ABC = \text{Triángulo ABC}$

PROPIEDADES

a) Suma de medidas de los ángulos internos.

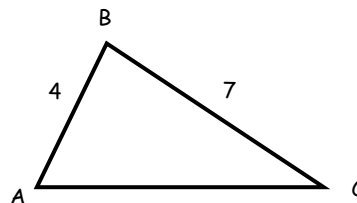


c) Propiedad de Existencia del triángulo



Ejemplo :

Calcular el máximo valor entero del lado \overline{AC} del $\triangle ABC$.

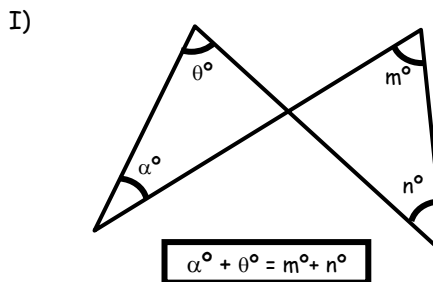


.....

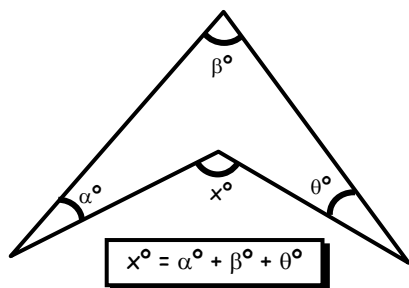
.....

.....

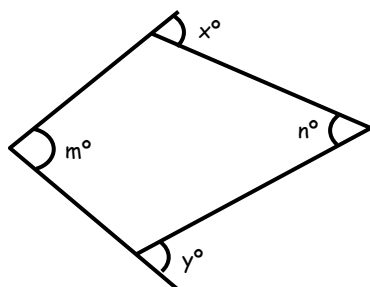
d) Propiedades Adicionales



II)

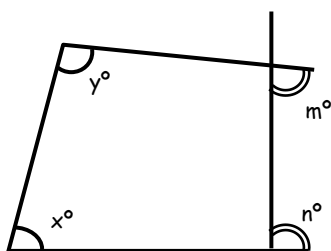


III)



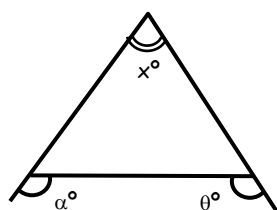
$x^\circ + y^\circ = m^\circ + n^\circ$

IV)



$\Rightarrow x^\circ + y^\circ = m^\circ + n^\circ$

V)



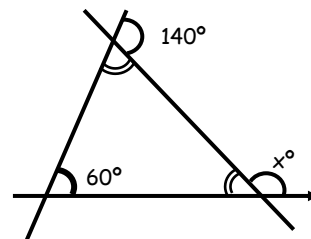
$\Rightarrow 180^\circ + x^\circ = \alpha^\circ + \theta^\circ$

Ejm : Hallar "x" :

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. En la figura. Calcular "x"

- a) 100°
- b) 120°
- c) 130°
- d) 140°
- e) 150°

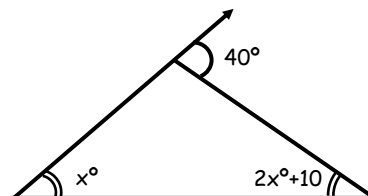


2. Determinar el menor ángulo interior de un triángulo, sabiendo que son tres números consecutivos.

- a) 60°
- b) 39°
- c) 69°
- d) 59°
- e) 61°

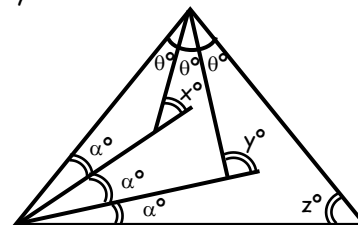
3. Determine el valor del ángulo "x"

- a) 10°
- b) 5°
- c) 15°
- d) 20°
- e) 30°



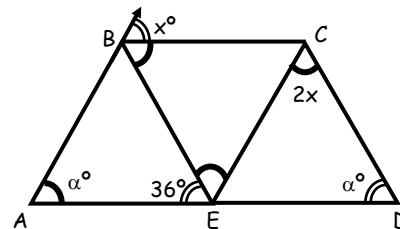
4. Calcular " $x^\circ + y^\circ + z^\circ$ "

- a) 60°
- b) 120°
- c) 180°
- d) 90°
- e) 360°



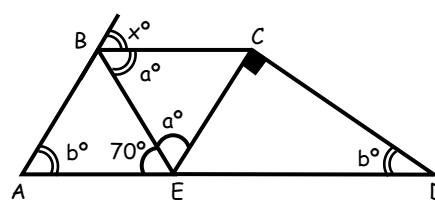
5. Calcular "x", Si : $m\angle CBE = m\angle BEC$

- a) 108°
- b) 72°
- c) 36°
- d) 24°
- e) 12°



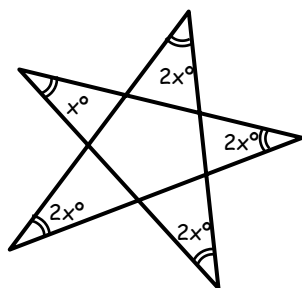
6. Calcular "x"

- a) 100°
- b) 75°
- c) 25°
- d) 70°
- e) 50°



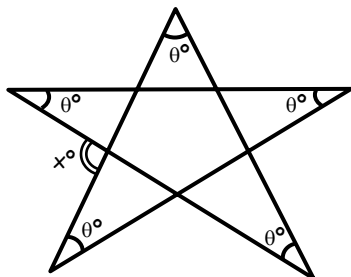
7. Calcular "x"

- a) 60°
- b) 20°
- c) 30°
- d) 10°
- e) 15°



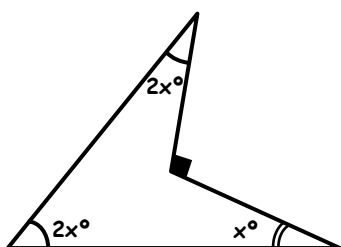
8. Calcular "x"

- a) 108°
- b) 72°
- c) 36°
- d) 20°
- e) 10°



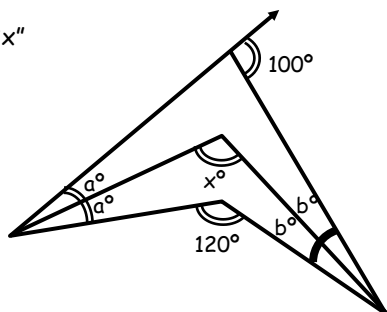
9. Calcular "x"

- a) 20°
- b) 15°
- c) 18°
- d) 12°
- e) 10°



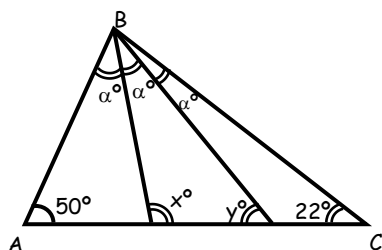
10. Determinar "x"

- a) 100°
- b) 80°
- c) 160°
- d) 120°
- e) 135°



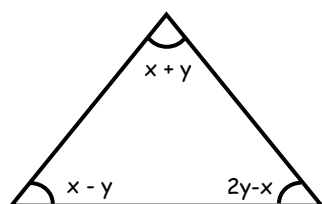
11. Del gráfico, calcular "x"

- a) 28°
- b) 56°
- c) 20°
- d) 30°
- e) 10°



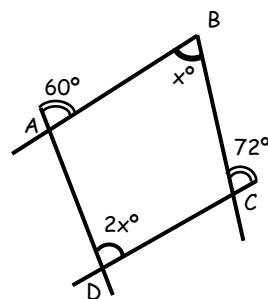
12. Calcular "x", si: "y" toma su mínimo valor entero.

- a) 26°
- b) 30°
- c) 46°
- d) 88°
- e) N.A.



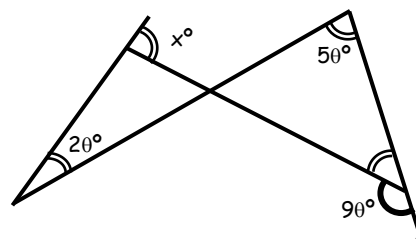
13. Calcular "x"

- a) 20°
- b) 24°
- c) 36°
- d) 72°
- e) 64°



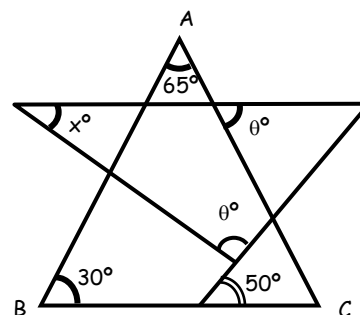
14. Calcular "x"

- a) 90°
- b) 60°
- c) 30°
- d) 20°
- e) 0°



15. Calcular "x"

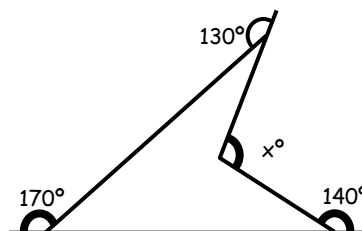
- a) 10°
- b) 30°
- c) 45°
- d) 65°
- e) 85°



TAREA DOMICILIARIA

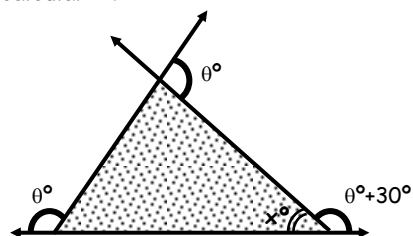
1. Determina "x"

- a) 50°
- b) 100°
- c) 120°
- d) 110°
- e) 130°



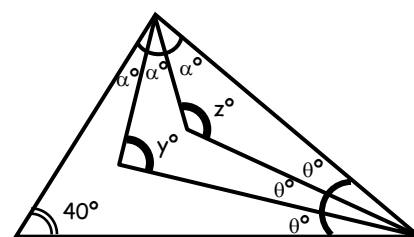
2. Del gráfico, calcular "x"

- a) 20°
- b) 30°
- c) 40°
- d) 80°
- e) 110°



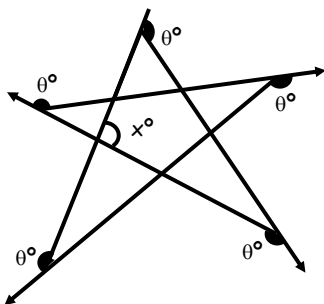
3. Calcular "x"

- a) 100°
- b) 180°
- c) 200°
- d) 260°
- e) 360°



4. Calcular "x"

- a) 100°
- b) 108°
- c) 72°
- d) 144°
- e) 288°

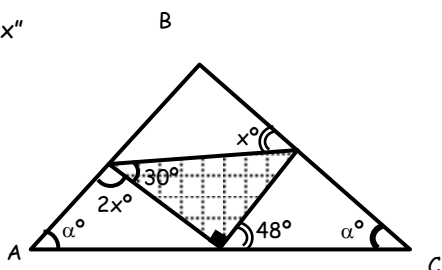


5. Calcular el máximo valor entero que puede tomar el tercer lado de un triángulo, sabiendo que dos de sus lados son 5 y 9.

- a) 13
- b) 14
- c) 11
- d) 6
- e) 5

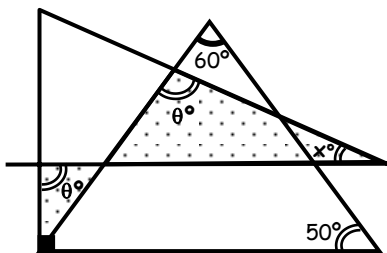
6. Calcular "x"

- a) 56°
- b) 64°
- c) 42°
- d) 24°
- e) 12°



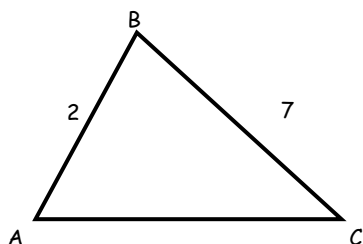
7. Calcular "x"

- a) 50
- b) 30
- c) 20
- d) 10
- e) 15



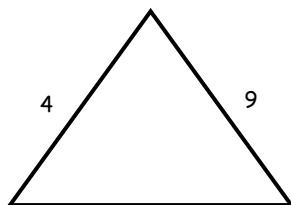
8. Calcular la suma de los valores pares que puede tomar \overline{AC} .

- a) 6
- b) 8
- c) 7
- d) 14
- e) 21



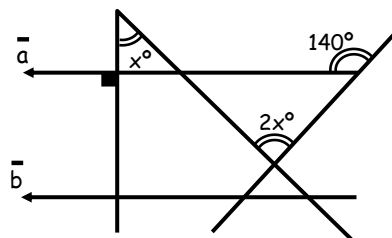
9. Calcular el mínimo valor que puede formar el perímetro del $\triangle ABC$.

- a) 29
- b) 19
- c) 10
- d) 8
- e) N.A.



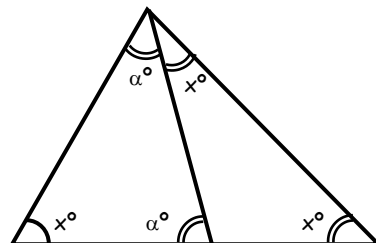
10. Calcular "x", si $\overline{a} \parallel \overline{b}$

- a) 40°
- b) 30°
- c) 20°
- d) 70°
- e) 50°



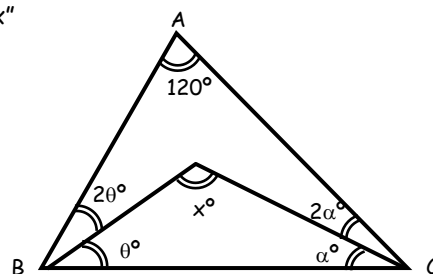
11. Calcular "x"

- a) 30°
- b) 72°
- c) 54°
- d) 36°
- e) 18°



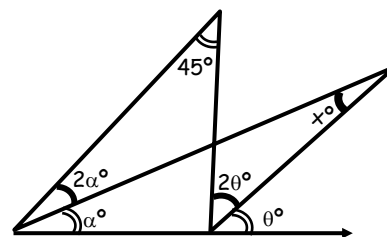
12. Calcular "x"

- a) 100°
- b) 150°
- c) 160°
- d) 170°
- e) 175°



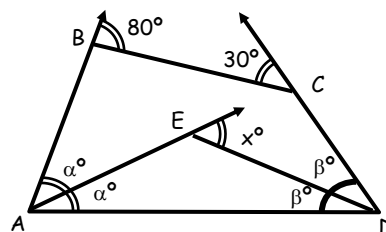
13. Calcular "x"

- a) 45°
- b) 30°
- c) 25°
- d) 15°
- e) 10°



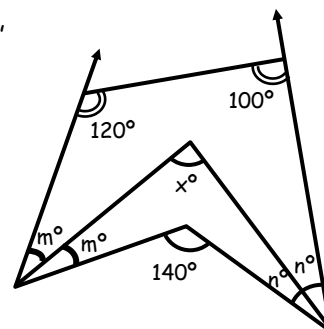
14. Calcular "x"

- a) 50°
- b) 55°
- c) 60°
- d) 65°
- e) 70°



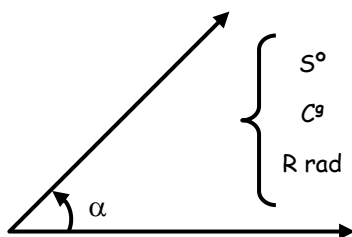
15. Calcular "x"

- a) 140°
- b) 40°
- c) 90°
- d) 60°
- e) 30°



FÓRMULA GENERAL DE CONVERSIÓN

Es la relación que existe entre los números de grados sexagesimales (S), grados centesimales (C), y el número de radianes (R) que contiene un ángulo trigonométrico. En el gráfico tenemos:



Recordar: $180^\circ = 200^g = \pi \text{ rad}$

Entonces: $\frac{S}{180} = \frac{C}{200} = \frac{R}{\pi}$ Fórmula General

De donde podemos establecer las siguientes consideraciones:

①

$\frac{S}{9} = \frac{C}{10}$

②

$S = \frac{180R}{\pi}$

③

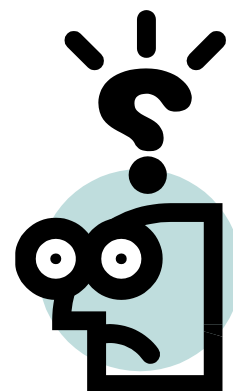
$C = \frac{200R}{\pi}$

Observación:

❖ De ① $\frac{S}{9} = \frac{C}{10} = K \Rightarrow \left. \begin{matrix} S = 9K \\ C = 10K \end{matrix} \right\} K = \frac{20R}{\pi}$

Muchas veces conviene utilizar dicha observación por ejemplo:

Reducir: $E = \frac{2S - C}{C - S} \Rightarrow E = \frac{2(9K) - 10K}{10K - 9K} \Rightarrow \frac{8K}{K} \Rightarrow E = 8$



SISTEMA	NÚMERO DE GRADO	NÚMERO DE MINUTO	NÚMERO DE SEGUNDO
Sexagesimal	S	60 S	3 600 S
Centesimal	C	100 C	10 000 C

APLICACIONES

1. Expresar en Radianes: $3\pi S - 2\pi C = 7$

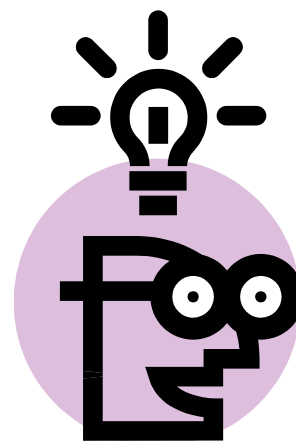
Reemplazando: $S = \frac{180R}{\pi}$ \wedge $C = \frac{200R}{\pi}$

$$3\cancel{f} \cdot \frac{180R}{\cancel{f}} - 2\cancel{f} \cdot \frac{200R}{\cancel{f}} = 7$$

$$140R = 7 \rightarrow 20R = 1 \rightarrow R = \frac{1}{20}$$

2. Expresar en radianes si se cumple: $C - S = 4$

$$\frac{200R}{\pi} - \frac{180R}{\pi} = 4 \Rightarrow \frac{20R}{\pi} = 4 \Rightarrow \frac{5R}{\pi} = 1 \Rightarrow R = \frac{\pi}{5}$$



EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Determine un ángulo en radianes si se cumple:

$$\left(\frac{S}{9} - 1\right) \left(\frac{C}{10} + 1\right) = 15$$

- a) π rad b) $\frac{\pi}{3}$ rad c) $\frac{\pi}{5}$ rad
 d) $\frac{\pi}{6}$ rad e) $\frac{\pi}{10}$ rad

2. Hallar la medida de un ángulo en radianes si se cumple:

$$C + S = (C^2 - S^2)$$

- a) $\frac{\pi}{10}$ rad b) $\frac{\pi}{20}$ rad c) $\frac{\pi}{30}$ rad
 d) $\frac{\pi}{40}$ rad e) $\frac{\pi}{50}$ rad

3. Siendo S, C y R lo conocido, calcular:

$$E = \sqrt{\frac{C+S}{C-S}} + \sqrt{\frac{C+2S}{C-S}} + \sqrt{\frac{C+6S}{C-S}}$$

- a) 2 b) 3 c) 4
 d) 5 e) 6

4. Simplificar:

$$E = \frac{2\pi S + 3\pi C - 10R}{190R}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 7 e) 5

5. Simplificar:

$$E = \frac{C\pi + 2S\pi + 40R}{(C-S)\pi}$$

- a) 10 b) 20 c) 30
 d) 40 e) 50

6. Hallar el complemento en radianes para el ángulo que verifica lo siguiente:

$$\frac{C}{20} + R + \frac{S}{18} - 2R = 0,5$$

Siendo S, C y R lo conocido.

- a) $\frac{\pi}{2}$ rad b) $\frac{\pi}{3}$ rad c) $\frac{\pi}{4}$ rad
 d) $\frac{\pi}{6}$ rad e) $\frac{\pi}{5}$ rad

7. Hallar la medida en radianes de un ángulo tal que:

$$\frac{C}{10} = a^k + \frac{1}{\pi} \quad \wedge \quad \frac{S}{18} = a^k - \frac{1}{\pi}$$

- a) 0,1 b) 0,2 c) 0,3
 d) 0,4 e) 0,5

8. Señale la medida circular de un ángulo si el doble de su número de grados centesimales es mayor que su número de grados sexagesimales en 33.

- a) $\frac{\pi}{20}$ rad b) $\frac{3\pi}{10}$ c) $\frac{\pi}{5}$
 d) $\frac{\pi}{3}$ e) $\frac{2\pi}{11}$

9. Señale la medida radial de un ángulo sabiendo que el producto de los números que representan su medida en los tres sistemas conocidos es igual a $\frac{\pi}{6}$.

- a) $\frac{\pi}{3}$ rad b) $\frac{\pi}{5}$ rad c) $\frac{\pi}{6}$ rad
 d) $\frac{\pi}{60}$ rad e) $\frac{\pi}{30}$ rad

10. Hallar la medida circular de un ángulo si el doble de su número de grados centesimales es mayor que su número de grados sexagesimales en 11.

- a) $\frac{\pi}{10}$ rad b) $\frac{\pi}{20}$ c) $\frac{\pi}{40}$
 d) $\frac{\pi}{80}$ e) $\frac{\pi}{160}$

TAREA DOMICILIARIA N° 3

11. Siendo S y C los números que expresan la medida de un mismo ángulo en los sistemas sexagesimales y centesimal que cumple:

$$20 < 3C - 2S < 80$$

Hallar la medida del mayor ángulo tal que S y C son números enteros.

- a) $\frac{\pi}{6}$ rad b) $\frac{\pi}{4}$ rad c) $\frac{\pi}{9}$ rad
 d) $\frac{3\pi}{10}$ rad e) $\frac{2\pi}{5}$ rad

12. Obtener la medida circular de un ángulo para el cual sus medidas se relacionan del modo siguiente:

$$\left(\frac{\pi}{36} - \frac{2\pi}{S}\right) \left(\frac{\pi}{40} - \frac{2\pi}{C}\right) \left(5 - \frac{2\pi}{R}\right) = \frac{125\pi^3}{8SCR}$$

- a) $\frac{3\pi}{10}$ rad b) $\frac{3\pi}{5}$ c) $\frac{7\pi}{10}$
 d) $\frac{7\pi}{5}$ e) $\frac{9\pi}{10}$

13. Hallar la medida de un ángulo expresado en radianes, si su número grados sexagesimales, centesimales y radianes (S , C y R) satisfacen la ecuación:

$$\left(\frac{\sqrt{S} \sqrt{S} \sqrt{S} \dots \infty \text{ radicales}}{\sqrt{C} \sqrt{C} \sqrt{C} \dots \infty \text{ radicales}}\right)^{R-R} = 4\sqrt{0,9}$$

- a) 1 b) 2 c) 4
 d) 1/2 e) 1/4

14. Señalar la medida circular de un ángulo que verifica:

$$\frac{S^3\pi}{9} + \frac{C^3\pi}{10} + 20R^3 = S^2 + C^2 + R^2$$

Siendo S , C y R lo conocido:

- a) $\frac{\pi}{2}$ rad b) $\frac{\pi}{20}$ rad c) $\frac{\pi}{9}$ rad
 d) $\frac{\pi}{6}$ rad e) $\frac{\pi}{7}$ rad

15. Expresar el ángulo en centesimal si se cumple:

$$\sqrt{S + \sqrt{S + \sqrt{S + \dots}}} = C$$

- a) $(1, 2)^9$ b) $(1, 9)^9$ c) $(1, 8)^9$
 d) $1,7^9$ e) 2^9

1. Siendo S , C y R lo convencional.

Simplificar: $E = \frac{2\pi S + 0,5\pi C + 40R}{5R}$

- a) 100 b) 200 c) 250
 d) 150 e) 50

2. Determine un ángulo en radianes si se cumple:

$$\frac{\pi C + \pi S + 10R}{\pi C - \pi S - 10R} - \frac{C + S}{C - S} = \frac{80R}{\pi}$$

- a) $\frac{\pi}{4}$ rad b) $\frac{\pi}{3}$ rad c) $\frac{\pi}{16}$ rad
 d) $\frac{\pi}{8}$ rad e) $\frac{\pi}{2}$ rad

3. Siendo S , C y R lo conocido para un mismo ángulo.

Reducir: $\frac{\pi C + \pi S + 20R}{\pi C - \pi S + 20R}$

- a) 1 b) 5 c) 10
 d) 20 e) 30

4. Determine un ángulo en radianes si se cumple:

$$\frac{S}{C} = \frac{C + 20}{5}$$

- a) π rad b) $\frac{\pi}{8}$ rad c) $\frac{\pi}{4}$ rad
 d) $\frac{\pi}{5}$ rad e) $\frac{\pi}{6}$ rad

5. Expresar en radianes si S , C y R representan lo convencional para un mismo ángulo.

$$\sqrt{\frac{S \cdot C}{10}} = \frac{R}{\pi}$$

- a) 20 b) 40 c) 60
 d) 80 e) 100

6. Si: S y C representa lo convencional para un mismo ángulo y se cumple que:

$$S = 2x + 3 \wedge C = 3x - 6$$

Calcular dicho ángulo.

- a) $\frac{\pi}{20}$ rad b) $\frac{\pi}{10}$ rad c) $\frac{3\pi}{20}$ rad
 d) $\frac{\pi}{5}$ rad e) $\frac{\pi}{50}$ rad

7. Hallar: $E = \frac{40^g + 27^\circ}{\frac{\pi}{9} \text{ rad}}$

- a) 2,25 b) 2,15 c) 3,15
 d) 3,35 e) 3,75

8. Si los números que representan la medida de un ángulo en los sistemas sexagesimales y centesimales son pares consecutivos el valor del complemento del ángulo expresado en radianes es:

- a) $\frac{\pi}{20}$ rad b) $\frac{\pi}{5}$ rad c) $\frac{3\pi}{20}$ rad
 d) $\frac{7\pi}{40}$ rad e) $\frac{2\pi}{5}$ rad

9. Determine la medida de un ángulo tal que la diferencia de cuadrados del número de grados centesimales y sexagesimales es al número de radianes como 380 es a 1.

- a) $\frac{\pi^2}{10}$ rad b) $\frac{\pi^2}{20}$ rad c) $\frac{\pi^2}{30}$ rad
 d) $\frac{\pi^2}{40}$ rad e) $\frac{\pi^2}{50}$ rad

10. Siendo S y C los números de grados sexagesimales y centesimal de un mismo ángulo tal que:

$$S = 2n \quad \wedge \quad C = 4n - 1$$

Determine el número de radianes de dicho ángulo.

- a) $\frac{\pi}{160}$ b) $\frac{\pi}{180}$ c) $\frac{\pi}{140}$
 d) $\frac{\pi}{120}$ e) $\frac{\pi}{100}$

11. Siendo R el número de radianes de un ángulo que satisface la igualdad. Hallar: "S"

$$\sqrt{R-1} = \frac{5}{2} - \frac{1}{\sqrt{R-1}}$$

- a) 75° b) 45° c) $\frac{225^\circ}{\pi}$
 d) $\frac{135^\circ}{\pi}$ e) $\frac{45^\circ}{\pi}$

12. Siendo S, C y R lo convencional para un determinado ángulo para el cual se tiene que:

$$\frac{1}{R + \frac{1}{S - \frac{30}{C}}} = \frac{1}{R - \frac{1}{S - \frac{50}{C}}}$$

Hallar dicho ángulo en radianes.

- a) $\frac{\pi}{9}$ rad b) $\frac{\pi}{10}$ rad c) $\frac{\pi}{20}$ rad
 d) $\frac{\pi}{30}$ rad e) $\frac{\pi}{40}$ rad

13. Señale la medida circular de un ángulo que cumple:

$$3S - 2C + 20R = 10,1416$$

Siendo S, C y R lo conocido para dicho ángulo.

- a) $\frac{\pi}{4}$ rad b) $\frac{\pi}{5}$ rad c) $\frac{\pi}{10}$ rad
 d) $\frac{\pi}{20}$ rad e) $\frac{\pi}{40}$ rad

14. Se mide un ángulo en los 3 sistemas conocidos si se cumple:

$$\frac{1}{S} + \frac{1}{C} - \frac{1}{R^2} = \frac{\pi}{1800R}$$

Hallar la medida radial.

- a) $\frac{\pi}{10}$ rad b) $\frac{\pi}{11}$ c) $\frac{10}{\pi}$
 d) $\frac{\pi}{100}$ e) $\frac{100}{\pi}$

15. Señale la medida circular de un ángulo que cumple: $S + C + 19R = 20 + \pi$; siendo S, C, R lo conocido para dicho ángulo:

- a) $\frac{\pi}{20}$ rad b) $\frac{\pi}{19}$ rad c) $\frac{\pi}{38}$ rad
 d) $\frac{\pi}{76}$ rad e) $\frac{\pi}{40}$ rad