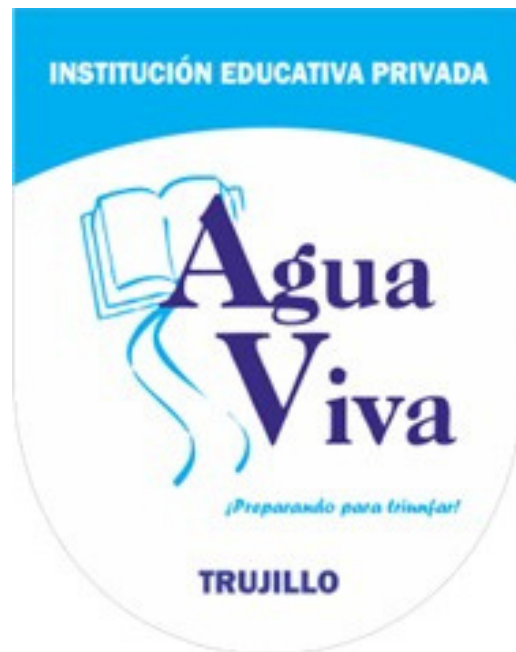


Matemática III



Estudiante:

Docente:

2026

INDICE

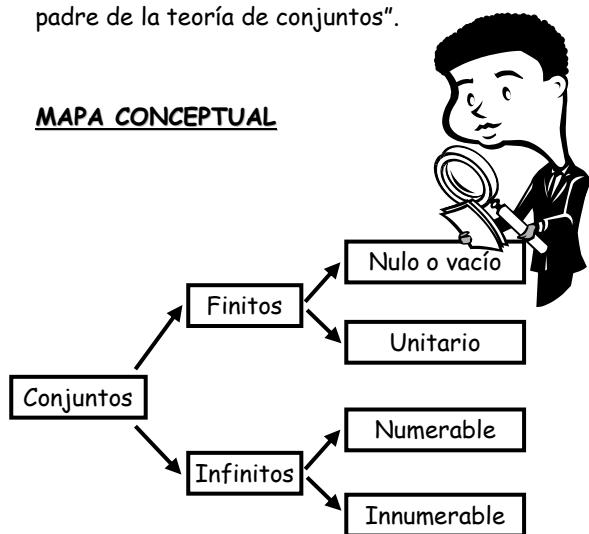
Teoría de conjuntos.....	1
Expresiones algebraicas.....	6
Matemática recreativa.....	11
Ángulos.....	14
Operaciones entre conjuntos	19
Razonamiento abstracto.....	26
Los monomios.....	32
Triángulos.....	36
Inducción.....	40
Aplicaciones de los conjuntos.....	44
Polinomios.....	50
Cuatro operaciones.....	54
Congruencia de triángulos	57
Numeración.....	61
Suma y resta de polinomios	67
Congruencia de triángulos II.....	73

TEORÍA DE CONJUNTOS

I. INTRODUCCIÓN

La idea de conjunto se adquiere en los comienzos de la vida, al manifestarse una de las virtudes primordiales del espíritu, la diferenciación, se empieza a percibir distintamente los objetos del mundo exterior, y a tener conciencia de la propia personalidad, originándose estos conceptos primarios, desarrollaremos aquí, en forma breve y explícita, lo que suele llamarse "Teoría Intuitiva de Conjuntos", así como definiciones y consecuencias que derivan inmediatamente de ellos y que servirán como preámbulo al desarrollo profundo de la aritmética. Comenzaremos destacando el trabajo desarrollado por G. Cantor, a quien con justicia se le reconoce como "Creador o padre de la teoría de conjuntos".

II. MAPA CONCEPTUAL



III. CONCEPTOS PREVIOS

1. IDEA DE CONJUNTO

En matemática **Conjunto** y **Elemento**, son conceptos primitivos que no se definen y se consideran conceptos fundamentales. Intuitivamente, un **Conjunto** es una colección o agrupación de objetos llamados **Elementos**.

Así, por ejemplo: El conjunto de vocales estará formado por las letras "a", "e", "i", "o" y "u" que se llaman elementos del conjunto de las vocales.

Generalmente los conjuntos se denotan por letras mayúsculas "A", "B", "C", etc. Y los elementos por letras minúsculas u otros símbolos, separados por comas y encerrados entre llaves.

Ejm.:

Si llamamos "A" al conjunto de vocales, entonces:

$$A = \{a, e, i, o, u\}$$



2. RELACIÓN DE PERTENENCIA

Es un concepto primitivo que relaciona los elementos con los conjuntos; es decir, si un elemento está en un conjunto o forma parte de él, diremos que "**pertenece**" a dicho conjunto y lo denotaremos con el símbolo " \in " y en el caso de no pertenecer por " \notin ".

Por ejemplo, para el conjunto: $A = \{a, e, i, o, u\}$; diremos:

$a \in A$: Se lee "a pertenece a A"

$b \notin A$: Se lee "b no pertenece a A"

La pertenencia sólo se da entre elemento y conjunto.

3. DETERMINACIÓN DE CONJUNTOS

Se dice que un conjunto está determinado cuando se sabe con precisión que elementos pertenecen al conjunto y que elementos no pertenecen al conjunto, existen 2 formas principales para determinar conjuntos.

1) **Por Extensión**: Cuando sus elementos están indicados explícitamente, es decir, se mencionan en forma completa los elementos del conjunto.

Ejm.:

$$A = \{7; 8; 9; 10; 11\};$$

Se lee: "A" es el conjunto cuyos elementos son: 7; 8; 9; 10 y 11.

2) **Por comprensión:** Cuando se enuncia una propiedad común que caracteriza a los elementos de dicho conjunto.

Así, por ejemplo, del ejercicio anterior:

$$A = \{x/x \in \mathbb{N}; 6 < x < 12\}$$

Se lee: "A" es el conjunto de los elementos "x", tal que "x" es un número natural, además es mayor que 6 pero menor que 12.

4. CARDINAL DE UN CONJUNTO

Es el número de elementos diferentes que posee un conjunto finito.

Ejm.:

Sea: $A = \{a, e, i, o, u\}$

Entonces: $n(A) = 5$

Que se lee: El cardinal de "A" es 5



5. CONJUNTOS ESPECIALES

1) **Conjunto Vacío o Nulo:** Es aquel conjunto que no posee elementos. Se le representa por: $\{\}$ y se denota por el símbolo: \emptyset .

Es decir: $\{x/x \neq x\} = \{\} = \emptyset$

Ejm.: $\{x/x \in \mathbb{N}; 5 < x < 6\} = \{\}$

No existe un "x" en \mathbb{N} que sea mayor que 5 y menor que 6 a la vez.

2) **Conjunto Unitario:** Es aquel que está constituido por un solo elemento. Se le llama también "SINGUETON".

Ejm.:

$$\{x/x \in \mathbb{N}; 5 < x < 7\} = \{6\}$$

puesto que "6" en \mathbb{N} es el único comprendido entre 5 y 7.

3) **Conjunto Universal:** Es un conjunto referencial que contiene a todos los conjuntos considerados y se le denota generalmente por "U".

Así por ejemplo, el conjunto "U" para los siguientes conjuntos:

$$A = \{2; 4; 6; 8\} \quad \text{y} \quad B = \{1; 3; 5; 7; 9\}$$

$$U = \{x/x \in \mathbb{N}; 1 \leq x \leq 9\} \quad \text{ó}$$

$$U = \{x/x \in \mathbb{N}; x < 10\} \quad \text{ó}$$

$$U = \{x/x \in \mathbb{Z}\}$$

6. RELACIONES ENTRE CONJUNTOS

1) **Inclusión de Conjuntos:**

$$A \subset B \Leftrightarrow \forall x \in A \rightarrow x \in B$$

Se lee: "A" está incluido en "B", si y sólo si, para cualquier "x" que pertenece a "A", éste también pertenece a "B".

♣ Además:

$$A \subset B$$

"A" está incluido en "B"

"A" está contenido en "B"

"A" es subconjunto de "B"



♣ $B \supset A$

"B" incluye a "A"

"B" contiene a "A"

"B" es superconjunto de "A"

♣ **OBS:** " \forall " se lee: para todo

2) **Igualdad de Conjuntos:** Si todos los elementos del conjunto "A" pertenecen al conjunto "B", y todos los elementos del conjunto "B" pertenecen también al conjunto "A", entonces se dice que estos 2 conjuntos son iguales. Esta igualdad de los conjuntos "A" y "B" se denota por: $A = B$.

Ejm.: Si:

$A = \{x/x \text{ es una letra de la palabra AROMA}\}$

$B = \{x/x \text{ es una letra de la palabra MAROMA}\}$

Entonces: $A = \{A, R, O, M\}$

$B = \{M, A, R, O\}$

Luego: $A = B$

3) **Conjunto Potencia:**

Sea: $A = \{a, b\}$; todos los subconjuntos de este conjunto son: $\{a\}$; $\{b\}$; $\{a, b\}$; \emptyset

Al conjunto cuyos elementos son los subconjuntos anteriores, se le llama también **conjunto de partes de "A"** y se le denota:

$$P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$$

En general, el número de subconjuntos se halla con la siguiente relación: 2^n ; donde "n" es el número de elementos del conjunto.

➔ $n[P(A)] = 2^{n(A)}$

Ejm.: $A = \{m, a, r\}$; Entonces:
 $P(A) = \{ \{m\}, \{a\}, \{r\}, \{m, a\}, \{m, r\}, \{a, r\}, \{m, a, r\}, \emptyset \}$
 $n[P(A)] = 2^3 = 8$ subconjuntos.

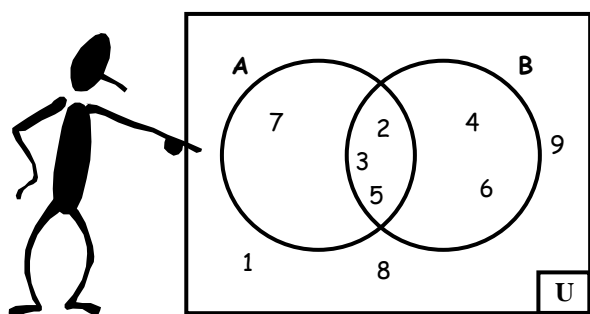
♣ $n[\text{subconjuntos propios de "A"}] = 2^n - 1$

7. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LOS CONJUNTOS

1) **Diagrama de Venn - Euler:** Es una forma ilustrativa y muy práctica para comprender intuitivamente las relaciones entre conjuntos.

Ejm.: $A = \{2; 3; 5; 7\}$
 $B = \{2; 3; 4; 5; 6\}$
 $U = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

Entonces:

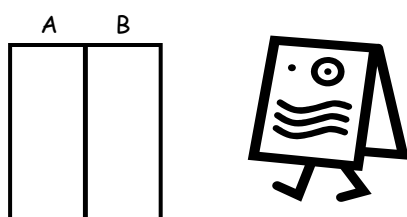


La interpretación sería:

- ✓ $\{7\}$ sólo pertenece a "A"
- ✓ $\{2; 3; 5\}$ pertenecen a "A" y a "B"
- ✓ $\{4; 6\}$ sólo pertenece a "B"
- ✓ $\{1; 8; 9\}$ no pertenecen a los conjuntos "A" y "B"

2) **Diagrama de Carroll:** Se usa generalmente para representar conjuntos disjuntos.

Ejm.: Para 2 conjuntos cualesquiera:



- ✓ $A \rightarrow$ Puede representar a los mujeres
- $B \rightarrow$ Puede representar a los hombres

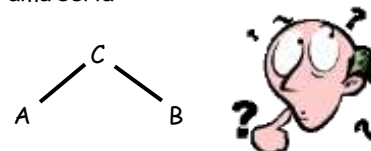
- ✓ $A \rightarrow$ Puede representar capitalinos
- $B \rightarrow$ Puede representar provincianos

3) DIAGRAMA LINEAL

Se utiliza para conjuntos comparables, es decir, para aquellos que cumple: $A \subset B$

Ejm.: $A = \{1; 2; 3\}$
 $B = \{4; 5; 6\}$
 $C = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Su diagrama sería:



IV. EJEMPLOS ILUSTRATIVOS

1) $A = \{x/x \text{ es una flor}\}$

- ♦ $Rosa \in A$
- ♦ $Alamo \notin A$
- ♦ $Geranio \in A$
- ♦ $Pedro \notin A$
- ♦ $Clavel \in A$
- ♦ $Cedro \notin A$

2) ¿Cuál de las siguientes proposiciones es falsa?

- a) $a \in \{a, b\}$
- b) $\emptyset \in \{a, 5, \emptyset\}$
- c) $7 \notin \{5, 8, 11\}$
- d) $\{a\} \in \{a, 7, c\}$
- e) $\{a\} \in \{\{a\}, b, m\}$

Sol:

- a) $a \in \{a, b\}$ (verdadero)
- b) $\emptyset \in \{a, 5, \emptyset\}$ (verdadero)
- c) $7 \notin \{5, 8, 11\}$ (verdadero)
- d) $\{a\} \in \{a, 7, c\}$ (falso)
- e) $\{a\} \in \{\{a\}, b, m\}$ (verdadero)





Ejercicios de Aplicación

1. Dado el conjunto $A = \{7; 8; 10; 15\}$. Indicar verdadero (V) o Falso (F), según corresponda:

i) $7 \in A$ ()	iii) $\{10\} \in A$ ()
ii) $9 \in A$ ()	iv) $\{15\} \in A$ ()

a) VVFF b) VVFFV c) VVFF
d) VFFF e) N.A.

2. Dado el conjunto $A = \{5; \{7\}; 9; 12\}$. Indicar (V) o (F), según corresponda:

i) $\{7\} \in A$ ()	iv) $\{9\} \in A$ ()
ii) $9 \in A$ ()	v) $\emptyset \in A$ ()
iii) $7 \notin A$ ()	vi) $10 \in A$ ()

a) VFVFVF b) VFFVVF c) VVFFFF
d) VVFFFV e) N.A.

3. Dado el conjunto $M = \{a, \{b\}, \{m\}, p\}$. ¿Cuántas proposiciones son falsas?

i) $\{b\} \subset M$	iv) $\{\{b\}, p\} \subset M$
ii) $b \in M$	v) $\{\{b\}, \{m\}\} \in M$
iii) $\{\{m\}\} \subset M$	vi) $m \in M$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

4. Hallar la suma de elementos de cada conjunto:

$$A = \{x/x \in \mathbb{N}; 6 < x < 12\}$$

$$B = \{x + 4/ x \in \mathbb{Z}; 5 < x < 10\}$$

$$C = \{x^2 + 1/ x \in \mathbb{Z}; 3 < x < 8\}$$

a) 40; 41 y 50 d) 47; 45 y 129
b) 43; 49 y 100 e) N.A.
c) 45, 46 y 130

5. Si el conjunto "A" es unitario, hallar "a + b":
 $A = \{7 - a; b + 4; 5\}$

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

6. ¿Cuántos subconjuntos tiene un conjunto que posee 5 elementos?

a) 30 b) 31 c) 32
d) 33 e) 34

7. Si los conjuntos "A" y "B" son unitarios, hallar " $a^2 + b^2$ "
 $A = \{a + b; 12\}$; $B = \{4; a - b\}$

a) 79 b) 80 c) 81
d) 82 e) 83

8. Dado: $A = \{5; \{7\}; 9; \{2\}\}$. Indicar (V) o (F), según corresponda:

i) $\{5\} \in A$ ()	iii) $\{9\} \subset A$ ()
ii) $\{7\} \in A$ ()	iv) $\{5; \{2\}\} \subset A$ ()

a) FVVF b) FVVFV c) FVVV
d) VFFV e) VVFF

9. Dado: $A = \{x/x \in \mathbb{N}; 5 < x < 12\}$. Indicar (V) o (F) según corresponda:

i) $\{7; 8; 11\} \subset A$	iii) $\{8; 10\} \subset A$ ()
ii) $5 \in A$ ()	iv) $n(A) = 6$ ()

a) VFVF b) VFVV c) VFFV
d) FVVV e) FFVV

10. ¿Cuántos subconjuntos tiene cada uno de los siguientes conjuntos?
 $A = \{c, o, l, e, g, i, o\}$; $B = \{t, r, i, l, c, e\}$

a) 64 y 32 b) 128 y 64 c) 64 y 64
d) 32 y 64 e) 128 y 32

11. Hallar la suma de elementos del conjunto:
 $A = \{3a^2 + 5 / a \in \mathbb{Z}; 1 < a < 6\}$

a) 172 b) 182 c) 148
d) 156 e) 192

12. Dado el conjunto: $A = \{7; 9; 11; 13; 15; 17\}$
Determinarlo por comprensión:

a) $A = \{x/x \in \mathbb{N}; 6 < x < 18\}$
b) $A = \{x/x = 2n; n \in \mathbb{N}; 3 < n < 8\}$
c) $A = \{x/x = n + 1; n \in \mathbb{N}; 6 < n < 17\}$
d) $A = \{x/x = 2n + 1; n \in \mathbb{N}; 2 < n < 9\}$
e) $A = \{x/x = n + 5; n \in \mathbb{N}; 1 < n < 13\}$

13. Dado el conjunto $A = \{7; 8; 10; 12\}$. Indicar (V) o (F), según corresponda, si $P(A)$ representa el conjunto potencia de A.

i) $\{B\} \in P(A)$ ()	
ii) $\{10; 12\} \in P(A)$ ()	
iii) $10 \in P(A)$ ()	
iv) $\emptyset \in P(A)$ ()	
v) $\emptyset \subset P(A)$ ()	

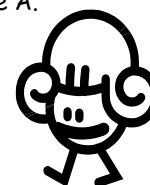
a) VVVFV b) FVVVFV c) FVFVV
d) VFFVV e) VVFFV

14. Dados los conjuntos:
 $A = \{x + 1 / x \in \mathbb{Z}; 4 < x < 12\}$
 $B = \{x/3 \in \mathbb{Z} / x \in A\}$

a) 8 b) 6 c) 12
d) 15 e) 20

15. ¿Cuántos subconjuntos tiene "A", si
 $A = \{\sqrt{2x+1} \in \mathbb{N} / x \in \mathbb{N}; 2 < x < 15\}$?

a) 8 b) 4 c) 16
d) 32 e) 64





Tarea Domiciliaria

1. Si un conjunto tiene 15 subconjuntos propios, ¿Cuántos elementos tiene el conjunto?

- a) 2 b) 4 c) 5
d) 6 e) N.A.

2. Calcular la suma de los elementos del conjunto:
 $A = \{x/x \in \mathbb{N}; 7 < 2x + 1 < 15\}$

- a) 12 b) 15 c) 17
d) 18 e) 20

3. Dado el conjunto $A = \{\{3; 8\}; \{5; 7\}; 8\}$; ¿Cuántas de las siguientes proposiciones son correctas?

- i) $\{5; 7\} \in A$ () iv) $\{\emptyset\} \in A$ ()
ii) $\{5; 7\} \subset A$ () v) $3 \notin A$ ()
iii) $\{7\} \subset A$ () vi) $\{8\} \subset A$ ()

- a) 3 b) 4 c) 5
d) 2 e) 1

4. Dado el conjunto $A = \{x^2 + 1 / x \in \mathbb{Z}; -3 \leq x \leq 3\}$
a. ¿Cuántos subconjuntos tiene "A"?
b. Hallar la suma de elementos de "A"

- a) 16 y 10 b) 16 y 18 c) 32 y 16
d) 32 y 18 e) 4 y 16

5. Dados los conjuntos "A" y "B" subconjuntos del universo "U"

$A = \{x^2 / x \in \mathbb{N}; 1 < x < 6\}$
 $B = \{x + 2 / x \in \mathbb{N}; 4 < x < 10\}$
 $C = \{x/x \in \mathbb{N}; 1 \leq x \leq 10\}$
Hallar: $n_{(A)} + n_{(B)}$



- a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

6. Dado el conjunto $A = \{k, a, r, i, n, a\}$
¿Cuántos subconjuntos de "A" tienen dos o más elementos?

- a) 25 b) 27 c) 32
d) 31 e) 26

7. ¿Cuál de los siguientes conjuntos son unitarios?

$A = \{x/x \in \mathbb{N}; 7 < x < 9\}$
 $B = \{x/x \in \mathbb{Q}; 7 < x < 8\}$
 $C = \{x + 1 / x \in \mathbb{Z}; -2 \leq x < 2\}$
 $D = \{x/x \text{ es la capital del Perú}\}$

- a) Sólo A b) Sólo B c) A y B
d) Sólo D e) A y D

8. Si los conjuntos "A" y "B" son iguales, hallar:
 $m + p$ (" m " y " p " $\in \mathbb{N}$)

$A = \{10; m^2 - 3\}$; $B = \{13; p^2 - 15\}$
a) 7 b) 8 c) 9
d) 10 e) 12

9. Hallar la suma de elementos de "A", si:
 $A = \{x^2 + 2 / x \in \mathbb{Z}; -4 < x < 3\}$

- a) 18 b) 29 c) 31
d) 45 e) 22

10. Hallar " $n_{(A)} + n_{(B)}$ ", si se tiene:

$A = \{2x/x \in \mathbb{N}; x < 9\}$; $B = \left\{ \frac{x+4}{3} \in \mathbb{N}; x \in A \right\}$

- a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 14

11. Dado el conjunto $A = \{2; \{5\}; 3; 2; \{5\}\}$
Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

- i) "A" tiene 8 subconjuntos
ii) "A" tiene 31 subconjuntos propios
iii) "A" tiene 4 subconjuntos unitarios
iv) $\emptyset \in P_{(A)}$

- a) VFFV b) FVVV c) FFFV
d) VFFV e) VFVV

12. Dado el conjunto $A = \{3; \{8\}; \{5; 7\}; \{3\}\}$
Si $P_{(A)}$ representa el conjunto potencia de "A"
¿Cuántas proposiciones son falsas?

- i) $\{8\} \in P_{(A)}$ iv) $\emptyset \in P_{(A)}$
ii) $\{\{5; 7\}\} \in P_{(A)}$ v) $\{\emptyset\} \subset P_{(A)}$
iii) $n[P_{(A)}] = 32$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

13. Si los conjuntos "A" y "B" son unitarios, cuántos subconjuntos propios tendrá el conjunto "C"

$A = \{\sqrt{a} + \sqrt{b}; 12\}$
 $B = \{2; \sqrt{a} - \sqrt{b}\}$
 $C = \{x + 1 / x \in \mathbb{Z}; b < 3x < a\}$

- a) 128 b) 64 c) 32
d) 256 e) 512

14. Determine por comprensión el conjunto "M".
 $M = \{8; 13; 20; 29; \dots; 125\}$

- a) $M = \{x/x = n^2 + n + 6; n \in \mathbb{Z}; 1 \leq n \leq 10\}$
b) $M = \{x/x = n^2 + 3n + 4; n \in \mathbb{Z}; 1 \leq n \leq 10\}$
c) $M = \{x/x = n^2 + 4n + 3; n \in \mathbb{Z}; 1 \leq n \leq 10\}$
d) $M = \{x/x = n^2 + 2n + 5; n \in \mathbb{Z}; 1 \leq n \leq 10\}$
e) $M = \{x/x = n^2 + 5n + 2; n \in \mathbb{Z}; 1 \leq n \leq 10\}$

15. ¿Cuáles de los conjuntos dados son vacíos?

$A = \{x/x \in \mathbb{Q}; 3 < x < 4\}$
 $B = \{x/x \in \mathbb{N}; 3 < x < 4\}$
 $C = \{x/x \in \mathbb{N}; (x + 3)(x + 7) = 0\}$

- a) Sólo B b) Sólo C c) A y B
d) B, C y D e) B y D

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

ÁLGEBRA

Es una rama de la Matemática, que estudia la relación entre la parte constante y la parte variable y las operaciones que con ella se realizan en los diferentes campos numéricos.

VARIABLE

Aquello que varía, es decir que admite cualquier valor dependiendo de la expresión de la que forma parte. Generalmente se representa por las últimas letras del abecedario: x, y, z. La idea de variable nos da por ejemplo:

- La edad de una persona.
- La temperatura del aire en el día.

CONSTANTE

Aquello que no varía, es decir que admite un solo valor conocido. Se representa a través de un numeral 4, -5, π , etc. La idea de constante nos da por ejemplo:

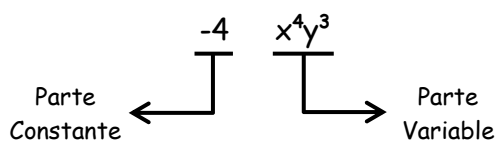
- Las dimensiones de una silla, una mesa, etc.

TÉRMINO ALGEBRAICO (T.A.)

Unión de constantes y variables, unidas solo mediante las operaciones de multiplicación, división, potenciación y radicación.

$$\left\langle \begin{array}{l} 4 \\ x \end{array} \right\{ \begin{array}{l} 4x \quad x^4 \\ \frac{4}{x} \quad 4\sqrt{x} \end{array}$$

PARTES DE UN TÉRMINO ALGEBRAICO



CARACTERÍSTICAS

- Los exponentes no pueden ser variables.

Ejm.:



$4x^y$ no es T.A.

$6x^4$ si es T.A.

- Los exponentes no deben ser números irracionales.

Ejm.:

$2x^{\sqrt{2}}$ no es T.A.

$4x^{2/3}$ si es T.A.

EXPRESIÓN ALGEBRAICA

Es aquel conjunto finito de términos algebraicos que se encuentran ligados entre si a través de las operaciones de adición, sustracción, división, multiplicación, potenciación y radicación.

Ejm.:

$3x^3 + 2x^2y^4 + \sqrt{x}$ si es E.A.

$1 + x + x^2 + \dots$ no es E.A.

TÉRMINOS SEMEJANTES

Si dos o mas términos tienen la misma parte variable, entonces son términos semejantes.

Ejm.:

$$-4x^2 ; 0,3x^2 ; \frac{1}{3}x^2$$

$$5m ; 4m ; -6m ; 3m$$

REDUCCIÓN DE TÉRMINOS SEMEJANTES

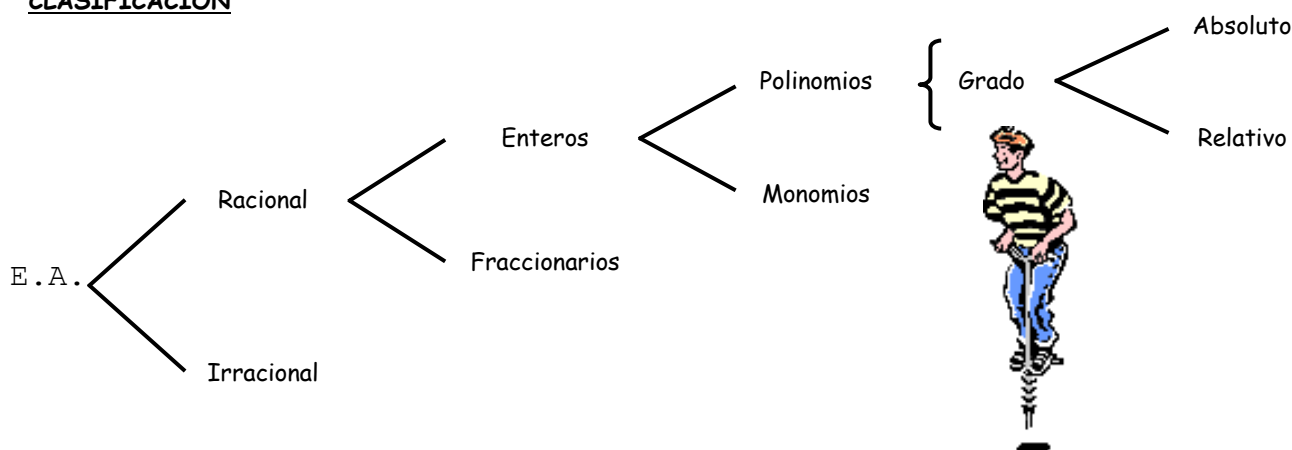
Si dos o más términos son semejantes estos pueden sumarse o restarse atendiendo a sus coeficientes.

Ejm.:

$$\bullet \quad 14x^2 + 6x^2 - 10x^2 = (14 + 6 - 10)x^2 = 10x^2$$

$$\bullet \quad 22xy^2 - 7xy^2 = (22 - 7)xy^2 = 15xy^2$$

CLASIFICACIÓN



EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Señale verdadero o falso:

I) $\sqrt{2}x^2$ es una E.A. racional entera. ()

II) $\frac{4}{3}x^3y^5$ es una E.A. racional fraccionaria. ()

III) $x^x + 3x$ no es una E.A. ()

2. Relacione las afirmaciones de la columna A con las proposiciones de la columna B.



- | | | |
|---------------------------|-----|--------------|
| I. Término Algebraico | () | -4 |
| II. Parte Variable | () | $6xy + 4x^3$ |
| III. Expresión Algebraica | () | x^3y^2 |
| IV. Constante | () | $2mn + 4m$ |
| V. Términos Semejantes | () | $12xyz$ |

3. ¿Qué nombre llevan las partes señaladas?

$$\underbrace{\overbrace{\sqrt{2}x^2y^3}^D + \overbrace{4x^3y^6}^E}_C$$

- A. _____
- B. _____
- C. _____
- D. _____
- E. _____

4. Responder (V) o (F) según corresponda:

- Símbolo que admite cualquier valor es una constante. ()
- Un término algebraico, es una E.A. ()
- Los términos semejantes tienen la misma parte constante. ()

5. Señale cuál es la operación más adecuada de las frases enunciadas para que constituya un buen esquema o plan de redacción acerca del tema que encabeza la pregunta: "Expresiones Algebraicas".

I. $27x^3y^2 + 42x^3y^2$

II. Términos semejantes

III. Reconocer la parte variable

IV. $69x^3y^2$

V. Reducción de términos semejantes

- a) I, II, III, IV, V d) II, IV, I, III, V
 b) II, III, V, IV, I e) II, V, IV, I, III
 c) III, II, V, I, IV

6. Calcular: $2m + 3$, sabiendo que t_1 y t_2 son semejantes $t_1 = 0,5y^{m+4}$; $t_2 = 3y^8$.

- a) 8 b) 10 c) 11
 d) 14 e) 1

7. ¿Cuál es el doble de a , si los siguientes términos son semejantes: $4x^{2a+2}$; $-5x^{14}$?

- a) 20 b) 15 c) 12
 d) 14 e) 17

8. Calcular el valor de $2a + 3b$; si los tres términos son semejantes: $2y^{a+b}$; $\sqrt{3}y^{7+b}$; $4y^9$

- a) 10 b) 15 c) 20
 d) 21 e) 22

9. Si los términos:

$$t_1 = (2 + c)x^{4c-3} ; t_2 = 2cx^{c+9}$$

son semejantes, hallar la suma de los mismos.

- a) $14x^{13}$ b) $16x^{13}$ c) $17x^{12}$
 d) $17x^{11}$ e) $14x^{12}$

10. Si: A y B son términos semejantes. Hallar: $x + y$

$$A = 12a^{4x-6}b^{15} ; B = 6a^{18}b^{5+2y}$$

- a) 8 b) 9 c) 10
 d) 11 e) 12

11. La siguiente expresión es reducible a un solo término. ¿Cuál es el coeficiente de dicho término?

$$P(x) = (a - c)x^{a+1} - 3acx^{10} + (a + c)x^{4-c}$$

- a) 50 b) 100 c) 150
 d) 180 e) 200

12. Se sabe que los términos mostrados a continuación son semejantes. Hallar:

$$N = (9 + b)/a$$

$$A = (2a + b)x^9 ; B = 15x^{2a-b}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

13. En la siguiente expresión señalar el valor de "c" en:

$$bx^{2a-5} + cx^{4-a} = ax^{b-3}$$

- a) -2 b) -1 c) 0
 d) 1 e) 2



14. En la siguiente expresión señalar el valor de "m".

$$cx^a + bx^{b-1} + ax^{c-2} = mx^3$$

- a) 11 b) 12 c) 13
 d) 14 e) 15

15. En la siguiente expresión, calcular "m"

$$3x^{2a+b}y^{2m-4} + x^{c+d}y^{4m+6} = 4x^py^5m^{-4}$$

- a) 20 b) 25 c) 22
 d) 24 e) 23

TAREA DOMICILIARIA

1. Señale verdadero o falso:

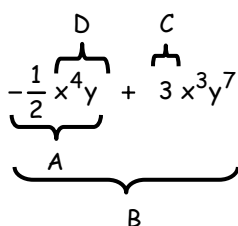
- I) $\sqrt{3x^5y^7}$ es una E.A. racional entera. ()
 II) $\frac{1}{2}x^2y^3$ no es una E.A. racional entera. ()
 III) $x + 2x^2 + 3x^3$ no es una E.A. ()

2. Relacione las afirmaciones de la columna A con las proposiciones de la columna B.



- I. Término Algebraico () $mn^2 + m$
 II. Parte Constante () x^3y^2
 III. Términos Semejantes () $2x^2y^5$
 IV. Parte Variable () -5
 V. Expresión Algebraica () $x^2 + 2x^3$

3. ¿Qué nombre llevan las partes señaladas?



- A. _____
 B. _____
 C. _____
 D. _____

4. Responder (V) o (F) según corresponda:

- Símbolo que admite un valor fijo, es una variable. ()
- Un término algebraico esta compuesto por una parte constante y una parte variable. ()
- Los términos semejantes tienen la misma parte variable. ()

5. Señale cual es la ordenación más adecuada de las frases enunciadas para que constituya un buen esquema o plan de redacción acerca del tema que encabeza la pregunta: "Expresiones Algebraicas".

- I) $2x^3y^5 + 4x^2y, 4x^2$
 II) Clasificación de E.A.
 III) Enteras y fraccionarias
 IV) Grado Absoluto y Relativo
 V) Racionales e Irracionales
- a) I, II, III, IV, V d) II, V, III, I, IV
 b) III, V, II, I, IV e) V, IV, II, I, III
 c) II, III, V, I, IV

6. Calcular $4m + 2$, sabiendo que t_1 y t_2 son semejantes:

$$t_1 = 2x^{m+3} ; t_2 = 4x^{10}$$

- a) 10 b) 20 c) 25
 d) 30 e) 35

7. ¿Cuál es el triple de a, si los siguientes términos son semejantes $6x^{3a-2}$; $-2x^{13}$?

- a) 8 b) 10 c) 12
d) 13 e) 15

8. Calcular el valor de $3n + 2m$, si los tres términos son semejantes:

$$\sqrt{2}x^{m+n} ; \sqrt{3}x^{6+n} ; 2x^9$$

- a) 18 b) 20 c) 21
d) 22 e) 25

9. Si los términos:

$$t_1 = (4+c)x^{6c-2} ; t_2 = 3cx^{c+3}$$

son semejantes. Hallar la suma de los mismos:

- a) $8x^3$ b) $8x^4$ c) $8x^5$
d) $6x^3$ e) $6x^4$

10. Si: A y B son términos semejantes. Hallar: $2x - y$

$$A = 6a^{3x-4}b^{16} ; B = 8a^{17(2y-2)}b$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

11. La siguiente expresión es reducible a un solo término. ¿Cuál es el coeficiente de dicho término?

$$Q(x) = mx^{2a-5} + (m+n)x^7 + 6x^{2m+n}$$

- a) 8 b) 10 c) 12
d) 13 e) 15

12. Si los términos son semejantes. Hallar:

$$M = \left(\frac{8+q}{p} \right)$$

$$A = (3m+n)x^8 ; B = (3p+q)x^{6-p-q}$$

- a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 10

13. En la expresión, calcular "c" en:

$$bx^{2a-4} + cx^{3a-8} = ax^{2b+2}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

14. En la expresión, calcular "m"

$$mx^4 + nx^{n-3} + px^{p-4} = 4x^r$$

- a) 12 b) 11 c) -11
d) 10 e) 9

15. Del problema anterior calcular: $p - n$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5



MATEMÁTICA RECREATIVA



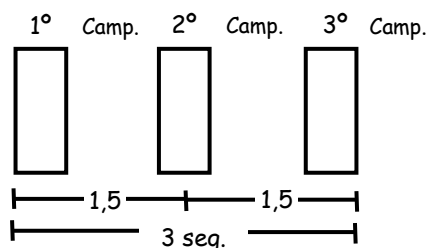
Son todos aquellos problemas, que en un primer momento parecen de fácil solución, pero luego nos damos cuenta que es todo lo contrario, llegando inclusive a impresionarnos su respuesta.

Veamos algunos Ejemplos :

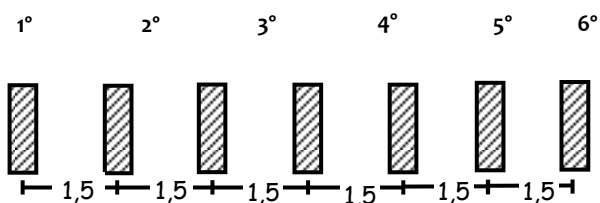
- Si un reloj da 3 campanadas en 3 segundos en que tiempo dará 6 campanadas.
(No, la respuesta no es 6 seg).

Solución :

Representamos las 3 campanadas, gráficamente:



Se deduce que entre cada campanada hay un tiempo de:



∴ Se demora en total:

- Si una gallina y media pone un huevo y medio una gallina en 3 días ó cuántos huevos pondrás?
(No, la respuesta no es 3 huevos)

Solución :

Al decir una gallina y media pone un huevo y medio estamos afirmando que existe media gallina que pone medio huevo, lo cual no es cierto.

Luego la conclusión es:

Una gallina pone un huevo en día y medio y en 3 días (el doble de días) pondrá: _____

Para estos problemas solo debes aplicar la deducción o inferencia teniendo en cuenta datos o premisas; para poder llegar a una conclusión ... A estos problemas también se les conoce como problemas razonados curiosos y recreativos.



- Una botella con un tapón cuesta S/.4,20. Si la botella cuesta S/.4 más que el tapón. ¿Cuánto cuesta el tapón?
(no la respuesta no es S/.020)

- a) 0,15 b) 0,25 c) 0,10
d) 0,30 e) N.A.

- Los Cazadores : Dos cazadores se detienen a servirse panes; uno llevó 5 panes y el otro 3. En ese momento se presenta otro cazador, a quien le invitan, los 3 se reparten los panes en porciones iguales. Al despedirse el cazador invitado les obsequió 8 municiones para que se repartieran proporcionalmente. ¿Cuánto le corresponde a c/u?. (No la respuesta no es 5 y 3).

- a) 5 y 3 b) 6 y 2 c) 7 y 1
d) 4 y 4 e) N.A.

- ¿Quién es el único nieto del abuelo del padre de Javier?.

- a) El abuelo del hijo de Javier
b) El abuelo del padre de Javier
c) Javier
d) El abuelo de Javier
e) El padre de Javier

6. Si un ladrillo pesa 10kg. Más de la mitad de su peso. ¿Cuánto pesará un ladrillo y medio?
- a) 15 kg b) 10 c) 30
d) 45 e) N.A.
7. Una media siempre tiene:
- a) huecos b) lana c) ligas
d) hilos e) forma
8. Carlos tenía en 1975 la mitad de años de lo que tenía en 1985. ¿Cuántos años tenía en 1987? (Suponer que ya cumplió años).
- a) 22 b) 23 c) 24
d) 25 e) 26
9. Una persona está vendada de los ojos y mete la mano en una bolsa donde hay 12 bolas blancas y 12 bolas negras. ¿Cuál será el mínimo # de bolas que debe tomar para completar con seguridad 1 par del mismo color?
- a) 1 b) 2 c) 4
d) 5 e) 3
10. Sea A, B y C, tres lapiceros donde 2 de ellas son azules y uno es rojo, además A y B son de diferentes colores. ¿Cuál de las afirmaciones es totalmente cierta?
- a) C es Azul d) No puedo
b) A y B son azules e) C es rojo
c) A es azul
11. Una piña cuesta S/.20 más media piña. ¿Cuánto costará una piña y media?
- a) S/.20 b) S/.40 c) S/.50
d) S/.30 e) S/.60
12. Cuatro profesores y 2 alumnos, tienen que cruzar un río en una canoa, en cada viaje puede ir uno de los profesores o los 2 alumnos, pero no un profesor y un alumno a la vez. ¿Cuál es el mínimo número de veces que la canoa tiene que cruzar el río en cualquier sentido para que se pase a todos?
- a) 4 b) 8 c) 12
d) 17 e) 19
13. Un caracol sube por una pared, cada día logra ascender un metro, pero cada noche baja 60cm. ¿Cuánto tardará en llegar a lo alto de la pared que mide 10 mts de altura?
- a) 25 días b) 26 c) 23
d) 24 e) 22
14. Merly le dice a Hugo: Si me das una manzana tendré el doble de las tuyas. Hugo el responde si me das una de las tuyas los 2 tendremos la misma cantidad. ¿Cuántas manzanas tiene Hugo?

- a) 6 b) 5 c) bastan
d) Merly nunca se compra manzanas e) N.A.

15. El Sr. Paibar y el Sr. Castro tienen la misma cantidad de dinero; Paibar sin embargo es más rico que el Sr. Ruiz y el Sr. Ruiz es más rico que el Sr. Prado, el Sr. Cornejo que es más pobre que Paibar pero más rico que Prado, no es tan rico como Ruiz, el Sr. Castro es más pobre que el Sr. Pérez. Si entre c/u de ellos hay una diferencia de \$25 y si el más pobre tiene solamente \$50. ¿Cuánto tiene el Sr. Pérez.

- a) \$100 b) 150 c) 125
d) 75 e) N.A.

TAREA DOMICILIARIA



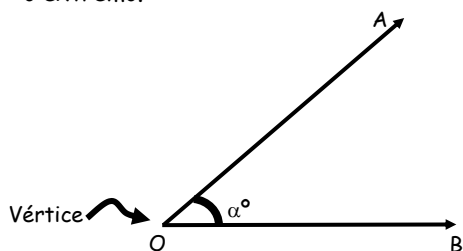
Ahora te toca a ti practicar con los siguientes problemas ... Recuerda : Mucha habilidad y razonamiento, los problemas no son difíciles.....

1. Francisco es 2 veces tan viejo como Ana será cuando Carlos sea tan viejo como Francisco es Ahora. ¿Quién es el más joven?
- a) Francisco b) Ana c) Carlos
d) F.D. e) N.A.
2. Un caballero se encuentra con una dama y le dice "creo conocerla", la dama le responde "quizás" porque su madre fue la única hija de mi madre. ¿Quién es la dama?
- a) Su hermana b) Su abuela c) su tía
d) Su madre e) N.A.
3. Una familia consiste en 2 abuelos, 2 abuelas, 3 padres, 3 madres, 3 hijos, 3 hijas, 2 suegros, 2 suegras, 1 yerno, 1 nuera, 2 hermanos y 2 hermanas. ¿Cuántas personas como mínimo hay?
- a) 9 b) 12 c) 18
d) 10 e) 14
4. En la mano derecha tengo 8 monedas más de lo que tengo en la mano izquierda. Si de la izquierda saco las 6 para poner en la mano derecha. ¿Cuántas tengo en la derecha?
- a) 14 b) 15 c) 17

ÁNGULOS

● ÁNGULO

Es la unión de 2 rayos que tienen el mismo origen o extremo.



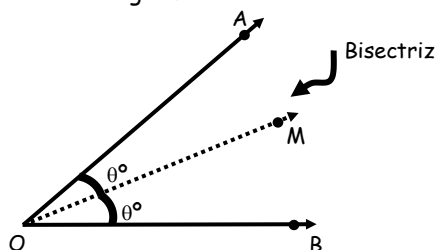
Notación : $\sphericalangle AOB$, $\hat{A}OB$.

Medida del ángulo : $m \sphericalangle AOB = \alpha^\circ$

$m \hat{A}OB = \alpha^\circ$

● BISECTRIZ DE UN ÁNGULO.

Rayo que biseca al ángulo.

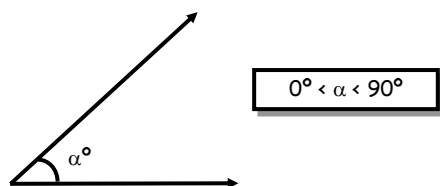


\vec{OM} : Bisectriz del $\hat{A}OB$.

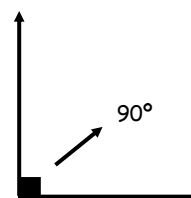
● CLASIFICACIÓN

1. **Ángulo Convexo** $0^\circ < \alpha < 180^\circ$

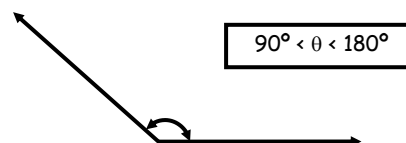
* **Ángulo Agudo**



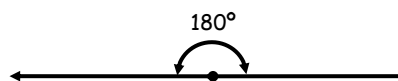
* **Ángulo Recto**



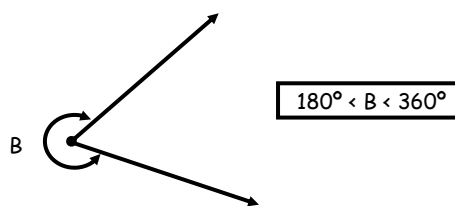
* **Ángulo obtuso**



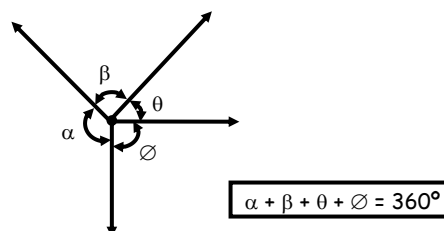
2. **Ángulo Llano**



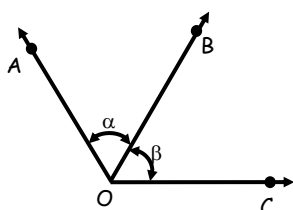
3. **Ángulo no convexo**



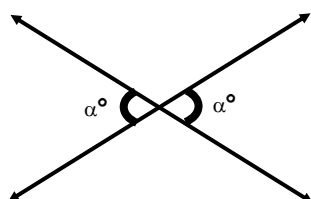
4. **Ángulo de una vuelta**



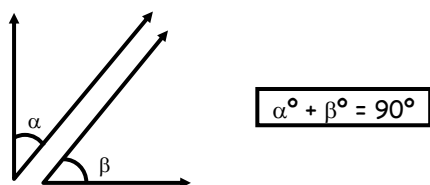
5. Ángulos Consecutivos o Adyacentes



6. Ángulos Opuestos por el Vértice



7. Ángulos Complementarios

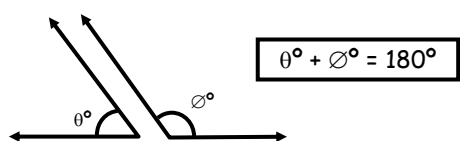


$$\alpha^\circ + \beta^\circ = 90^\circ$$

Complemento de un ángulo $x^\circ = Cx$

$$Cx = 90^\circ - x^\circ$$

8. Ángulos Suplementarios

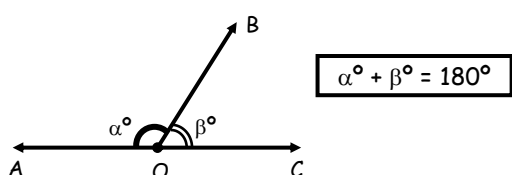


$$\theta^\circ + \phi^\circ = 180^\circ$$

Suplemento de un ángulo $x^\circ = Sx$

$$Sx = 180^\circ - x^\circ$$

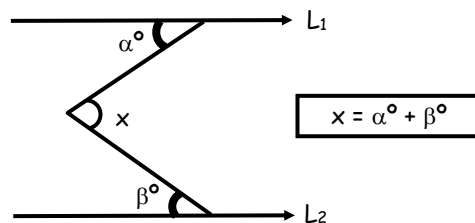
9. Por Lineal



$$\alpha^\circ + \beta^\circ = 180^\circ$$

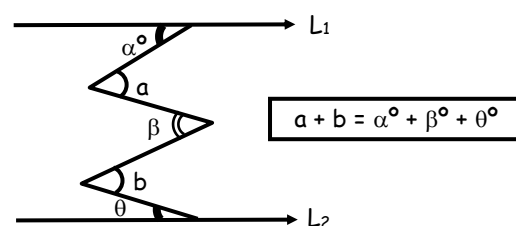
Observaciones :

1. Si: $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$



$$x = \alpha^\circ + \beta^\circ$$

2. Si: $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$

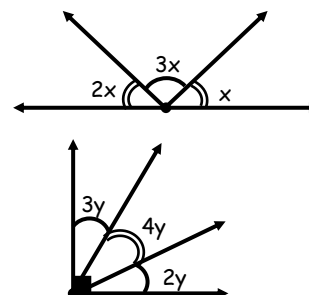


$$a + b = \alpha^\circ + \beta^\circ + \theta^\circ$$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Hallar "x" e "y".

- a) 60° y 20°
- b) 30° y 5°
- c) 60° y 10°
- d) 30° y 20°
- e) 30° y 10°

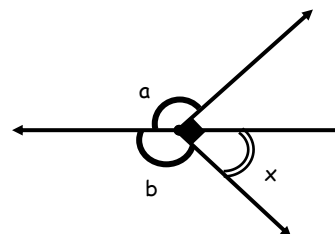


2. Se tienen los ángulos adyacentes AOB y BOC; \overrightarrow{OD} es bisectriz del $\sphericalangle BOC$; calcular: $m\angle AOB$, si: $m\angle AOD - m\angle DOC = 35^\circ$

- a) 70°
- b) 35°
- c) 5°
- d) 28°
- e) 7°

3. Hallar "x"; $a - b = 30^\circ$

- a) 20°
- b) 30°
- c) 40°
- d) 50°
- e) 60°

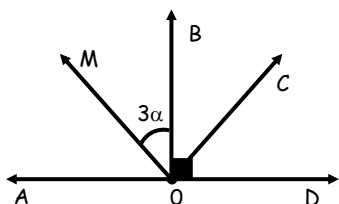


4. Se tiene los ángulos consecutivos AOB y BOC. $m\angle AOB = 50^\circ$. Calcular el ángulo formado con las bisectrices de los ángulos BOC y AOC.

- a) 25° b) 50° c) 100°
 d) 75° e) 40°

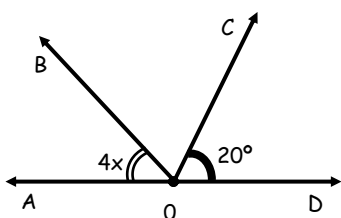
5. Hallar : $m\angle COD$; si \vec{OM} es bisectriz del ángulo AOC.

- a) $90 - \frac{3\alpha}{2}$
 b) 3α
 c) 6α
 d) $45+3\alpha$
 e) $\frac{3\alpha}{2}$



6. Hallar "x", si \vec{OB} es bisectriz del ángulo AOC

- a) 14°
 b) 30
 c) 10
 d) 12
 e) 20



7. Calcular un ángulo que es la quinta parte de su complemento.

- a) 12° b) 15° c) 18°
 d) 30° e) 16°

8. Hallar un ángulo que es el cuádruple de su suplemento.

- a) 130° b) 144° c) 120°
 d) 100° e) 80°

9. La suma del complemento más el suplemento de cierto ángulo es igual a 140° . Hallar la medida del ángulo mencionado.

- a) 135° b) 140° c) 45°
 d) 55° e) 65°

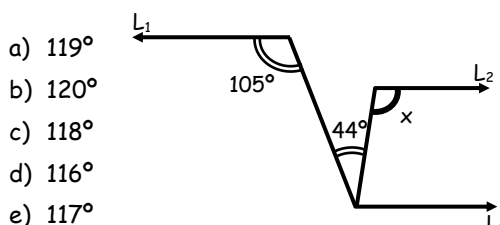
10. Hallar la medida del ángulo que forman las bisectrices de 2 ángulos adyacentes y suplementarios a la vez.

- a) 60° b) 30° c) 90°
 d) 80° e) 50°

11. Encontrar la mitad de la tercera parte complemento del suplemento de un ángulo que mide 102° .

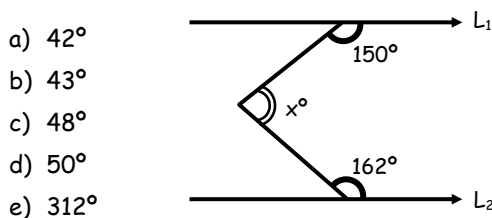
- a) 1° b) 2° c) 3°
 d) 4° e) 84°

12. Hallar "x". $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$



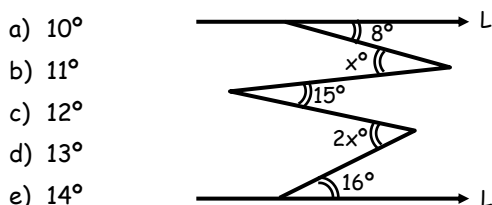
- a) 119°
 b) 120°
 c) 118°
 d) 116°
 e) 117°

13. Hallar "x"; $L_1 \parallel L_2$



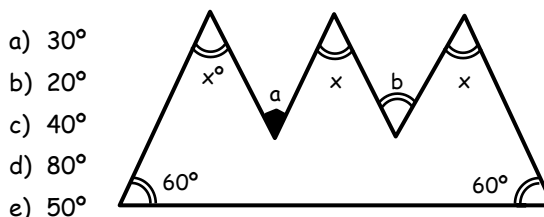
- a) 42°
 b) 43°
 c) 48°
 d) 50°
 e) 312°

14. Hallar "x"; $L_1 \parallel L_2$; a y b son complementarios



- a) 10°
 b) 11°
 c) 12°
 d) 13°
 e) 14°

15. Hallar "x"; a y b son complementarios

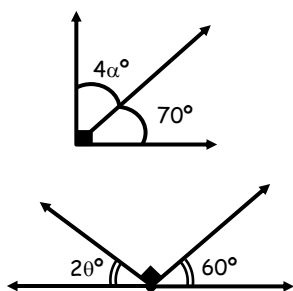


- a) 30°
 b) 20°
 c) 40°
 d) 80°
 e) 50°

TAREA DOMICILIARIA

1. Hallar : " α " y " θ "

- a) 5° y 30°
- b) 20° y 15°
- c) 20° y 30°
- d) 10° y 15°
- e) 5° y 15°



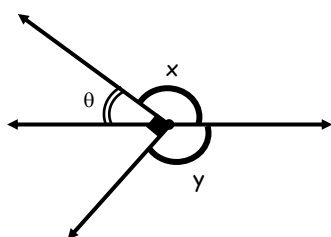
2. Se tienen los ángulos consecutivos TRI y IRL;

\vec{RC} es bisectriz del $\sphericalangle IRL$, Calcular : $m \sphericalangle TRI$, si :
 $m \sphericalangle TRC - m \sphericalangle CRL = 18^\circ$

- a) 9° b) 18° c) 10°
- d) 17° e) 27°

3. Hallar : " θ " ; $x - y = 10^\circ$

- a) 10°
- b) 20°
- c) 30°
- d) 40°
- e) 50°

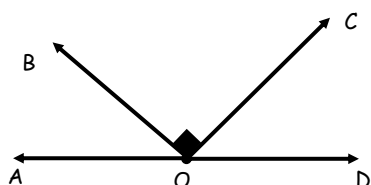


4. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD; $m \sphericalangle AOC = 50^\circ$; $m \sphericalangle BOD = 80^\circ$; Hallar el ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOB y COD.

- a) 130° b) 100° c) 65°
- d) 80° e) 50°

5. Hallar : $m \sphericalangle AOC$; $m \sphericalangle COD = 2m \sphericalangle AOB$

- a) 100°
- b) 30°
- c) 60°
- d) 120°
- e) 150°

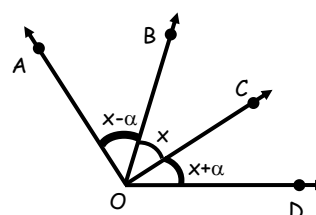


6. El complemento de un ángulo es 17° ; hallar el suplemento de dicho ángulo.

- a) 17° b) 107° c) 117°
- d) 73° e) 173°

7. Calcular " x " ; $m \sphericalangle AOD = 102^\circ$

- a) 27°
- b) 36°
- c) 34°
- d) 50°
- e) 64°



8. Un ángulo es la tercera parte de su suplemento. Calcular el complemento del ángulo.

- a) 135° b) 45° c) 105°
- d) 18° e) 10°

9. El suplemento de un ángulo " x " es igual al complemento del ángulo " y ". Calcular el complemento de la diferencia entre los ángulos x e y .

- a) 90° b) 0° c) 10°
- d) 30° e) 60°

10. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD de modo que : $m \sphericalangle AOC = m \sphericalangle COD$. Calcular : $m \sphericalangle BOC$; si : $m \sphericalangle BOD - m \sphericalangle AOB = 48^\circ$

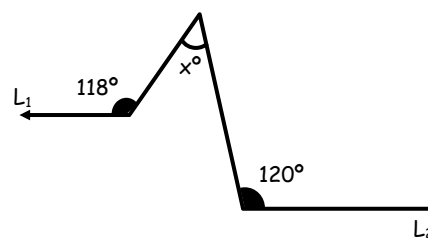
- a) 10° b) 12° c) 24°
- d) 48° e) 50°

11. El suplemento del complemento de un ángulo " x " y el complemento de " $3x$ " suman 130° . Hallar el complemento de " x ".

- a) 65° b) 50° c) 30°
- d) 60° e) 25°

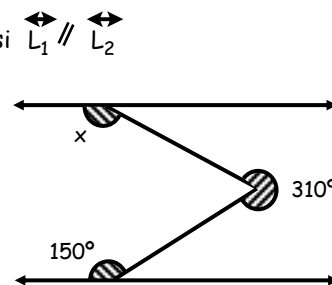
12. Hallar " x " ; si $L_1 \parallel L_2$

- a) 58°
- b) 62°
- c) 60°
- d) 56°
- e) 64°

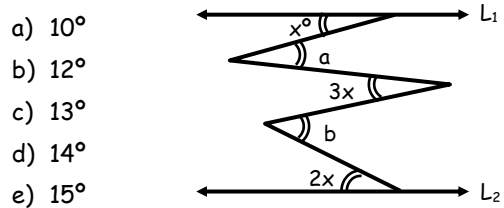


13. Hallar " x " ; ; si $L_1 \parallel L_2$

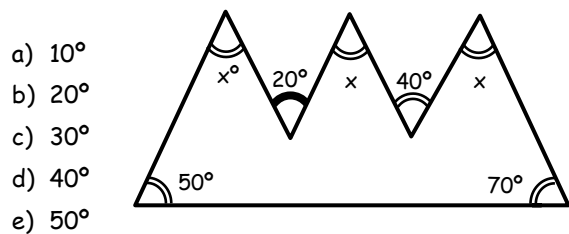
- a) 160°
- b) 150°
- c) 170°
- d) 180°
- e) 130°



14. Hallar "x" ; $L_1 \parallel L_2$; a y b son complementarios.



15. Hallar "x"



OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS

I. INTRODUCCIÓN

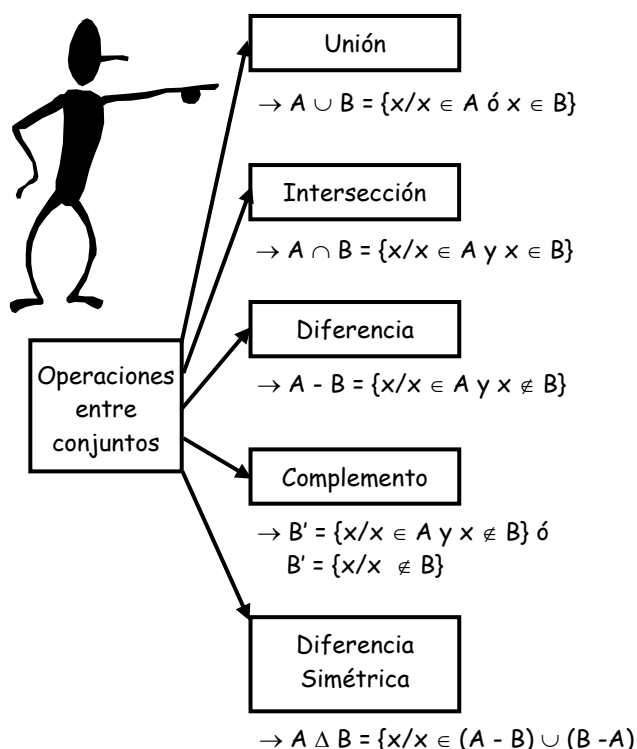
GEORGE F.L.P Cantor (1845 - 1918)

Fue el primero en hallar una respuesta acertada a los problemas que surgían del estudio de los conjuntos infinitos. Nació en Rusia en 1845, emigrado con su familia a Alemania cuando tenía once años. A los 15 años ingresó al Wiesbaden Gymnasium (Escuela Preparatoria). Su padre trató de persuadirlo a estudiar ingeniería, sin embargo al no tener éxito continuó sus estudios de matemáticas hasta obtener el grado de Doctor en ciencias en 1867, en la Universidad de Berlín. Entre 1874 y 1884 donde aparecieron sus aportaciones más importantes, ponía en tela de juicio los aspectos básicos de los conjuntos infinitos, esencia misma del Análisis Matemático.

Por lo novedoso de los métodos y los sorprendentes resultados que obtuvo se le considera un matemático creativo y de singular originalidad. Por desgracia no recibió merecido reconocimiento tampoco pudo impartir una cátedra en su especialidad en Berlín; por ello desarrolló su carrera profesional en la Universidad de Halle, como en la mayoría de las ideas originales. Las obras de Cantor fueron objeto de Escarnio de parte de sus contemporáneos más famosos destacando el Matemático **Krohecker** quién fuera su profesor en Berlín, como resultado de estos atropellos sufrió una serie de colapsos y murió en una institución para enfermos mentales en 1918.

Fue hasta años después de su muerte que las ideas de Cantor obtuvieron cierto reconocimiento por parte de sus colegas, la importancia de su contribución radica en su percepción del significado del principio de correspondencia uno a uno y sus consecuencias lógicas.

II. MAPA CONCEPTUAL



III. CONCEPTOS PREVIOS

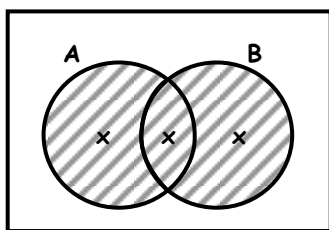
1. UNIÓN O REUNIÓN DE CONJUNTOS

Dados dos conjuntos "A" y "B", se llama reunión de éstos a otro conjunto formado por todos los elementos que pertenecen al conjunto "A" o al conjunto "B" o a ambos.

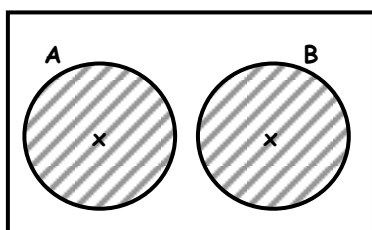
Así por ejemplo; para:
 $A = \{1; 2; 3\}$ y $B = \{2; 3; 4; 5\}$, diremos que el conjunto formado por $\{1; 2; 3; 4; 5\}$ donde están todos los elementos de "A" y de "B", se llama reunión de "A" con "B" y se simboliza: $A \cup B$, y se lee "A unión B".

Notación: $A \cup B = \{x/x \in A \text{ ó } x \in B\}$

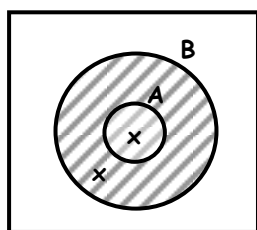
Representación Gráfica:



↑
Conjuntos no disjuntos



↑
Conjuntos disjuntos



↑
Conjuntos comparables



Propiedades fundamentales de la reunión:

1. **Uniforme:** Dados dos conjuntos, siempre existe y es única la reunión de ellos.
2. **Conmutativa:** $A \cup B = B \cup A$
3. **Asociativa:** $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
4. **Reflexiva:** $A \cup A = A$
5. **De la inclusión:** Si: $A \subset B$, entonces:
 $A \cup B = B$ (ver gráfico)
6. **Del elemento neutro:**
 - 1) $A \cup \emptyset = A$
 - 2) $A \cup U = U$

2. INTERSECCIÓN ENTRE CONJUNTOS

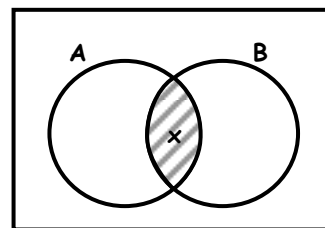
La intersección de dos conjuntos cualesquiera "A" y "B" es otro conjunto formado por todos los elementos que pertenecen a "A" y "B", es decir, está formado por todos los elementos comunes a "A" y "B".

Sean los conjuntos:

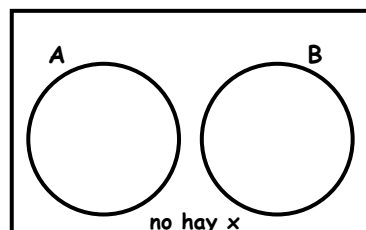
$A = \{1; 2; 3\}$ y $B = \{2; 3; 4; 5\}$, observamos que los elementos 2 y 3 son comunes a ambos conjuntos. El conjunto formado por estos elementos, se escribe: $A \cap B$ y se lee: "A intersección B".

Notación: $A \cap B = \{x/x \in A \text{ y } x \in B\}$

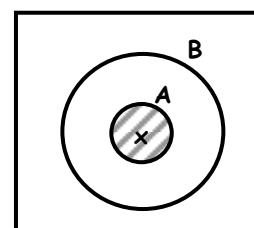
Representación Gráfica:



↑
Conjuntos no disjuntos



↑
Conjuntos disjuntos



↑
Conjuntos comparables

Propiedades fundamentales de la intersección:

1. **Uniforme:** Dados dos conjuntos, siempre existe y es única la intersección de ellos.
2. **Reflexiva:** $A \cap A = A$
3. **Conmutativa:** $A \cap B = B \cap A$
4. **Asociativa:** $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
5. **De la inclusión:** Si: $A \subset B$, entonces:
 $A \cap B = A$ (ver gráfico)
6. **De la exclusión:** Si: "A" y "B" son disjuntos entonces: $A \cap B = \emptyset$ (ver gráfico)

7. **Del elemento neutro:**

- 1) $A \cap \emptyset = \emptyset$
- 2) $A \cap U = A$

Entre la Reunión y la Intersección de dos conjuntos "A" y "B", se pueden establecer las siguientes relaciones:

Propiedad Distributiva:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Propiedad Absorción:

$$A \cup (A \cap B) = A, \text{ puesto que: } (A \cap B) \subset A$$

$$A \cap (A \cup B) = A, \text{ puesto que: } A \subset (A \cup B)$$

3. **DIFERENCIA DE CONJUNTOS**

La diferencia de los conjuntos "A" y "B" es el conjunto de todos los elementos que pertenecen a "A", pero que no pertenecen a "B". Se denota por: $A - B$, que se lee:

"A menos B", ó también "A diferencia B"

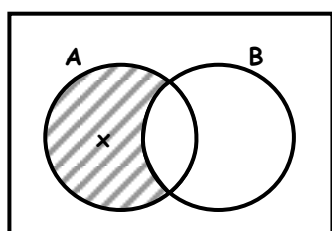
Así por ejemplo, sean los conjuntos:

$$A = \{1; 2; 3\} \text{ y } B = \{2; 3; 4; 5\}$$

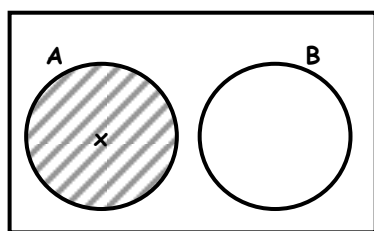
Observamos que el elemento 1 está en el conjunto "A" pero no está en el conjunto "B". Al conjunto formado por 1, se llama diferencia de "A" con "B".

Notación: $A - B = \{x/x \in A \text{ y } x \notin B\}$

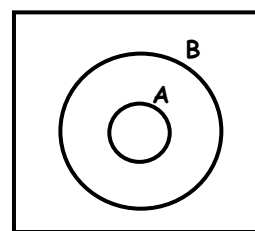
Representación Gráfica:



↑
Conjuntos no disjuntos



↑
Conjuntos disjuntos



↑
Conjuntos comparables

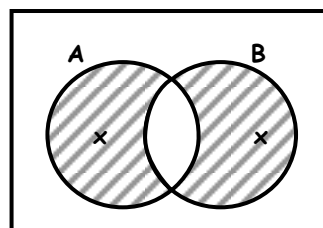
4. **DIFERENCIA SIMÉTRICA DE CONJUNTOS**

Se denomina diferencia simétrica de "A" y "B" al conjunto formado por la unión de "A - B" con "B - A".

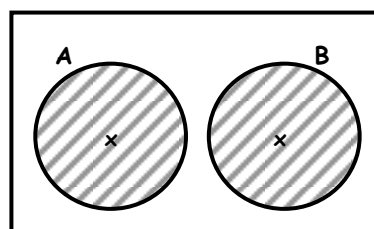
Entonces, en $A = \{1; 2; 3\}$ y $B = \{2; 3; 4; 5\}$, se observa que el elemento 1 pertenece al conjunto "A" pero no pertenece a "B" y los elementos 4 y 5 pertenecen al conjunto "B"; pero no pertenecen al conjunto "A", entonces, al conjunto formado por 1; 4 y 5 se le llama diferencia simétrica de "A" y "B" y se denota por: $A \Delta B$.

Notación: $A \Delta B = \{x/x \in (A - B) \cup (B - A)\}$

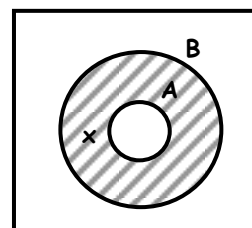
Representación Gráfica:



↑
Conjuntos no disjuntos



↑
Conjuntos disjuntos



↑
Conjuntos comparables

5. COMPLEMENTO ENTRE CONJUNTOS

Sean los conjuntos $A = \{a, b, c, d, e\}$ y el conjunto $B = \{a, c, e\}$, se observa que "B" es subconjunto de "A" y los elementos "b" y "d", pertenecen al conjunto "A" y no pertenecen al conjunto "B". Al conjunto formado por estos elementos: $\{b, d\}$ se le llama complemento de "B" con respecto a "A" y se denota por: B' . Luego, si "B" está incluido en "A", la diferencia: "A - B" se llama complemento de "B" respecto a "A"

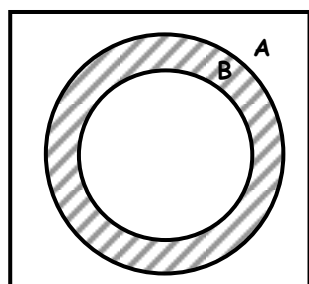
Notación: $B' = \{x/x \in A \text{ y } x \notin B\}$ ó $B' = \{x/x \notin B\}$

Observación: Si el complemento es respecto al conjunto universal y además se tiene:

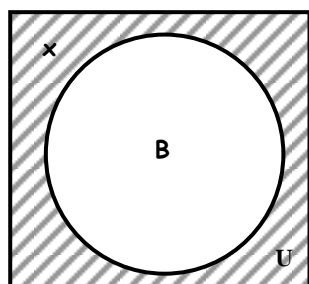
$B \subset U$, entonces:

$B' = \bar{B} = C_B = \{x/x \in U \text{ y } x \notin B\} = \{x \in (U - B)\}$

Representación Gráfica:



↑
Complemento de "B" respecto a "A"



↑
Complemento de "B" respecto a U

Propiedades en la diferencia de conjuntos:

1. **Reflexiva:** $A \Delta A = A$
2. **Conmutativa:** $A \Delta B = B \Delta A$
3. **Asociativa:** $(A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C)$

4. De la inclusión: Si: $A \subset B$, entonces:

1. $A - B = \emptyset$ (ver gráfico)
2. $A \Delta B = B - A$

5. De la exclusión: Si: "A" y "B" son disjuntos, entonces:

1. $A - B = A$
2. $A \Delta B = A \cup B$

6. Del complemento:

1. $(A')' = A$
2. $A \cup A' = U$
3. $A \cap A' = \emptyset$
4. $\emptyset' = U$
5. $U' = \emptyset$

7. De la diferencia:

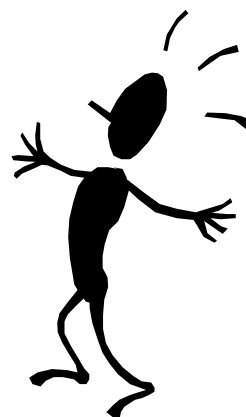
1. $A - B = A \cap B'$
2. $A - B = B' - A'$

8. Leyes de Morgan:

1. $(A \cup B)' = A' \cap B'$
2. $(A \cap B)' = A' \cup B'$

9. De Absorción:

1. $A \cup (A' \cap B) = A \cup B$
2. $A \cap (A' \cup B) = A \cap B$

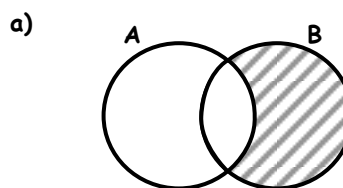


6. RELACIONES ENTRE LOS CARDINALES DE LOS CONJUNTOS

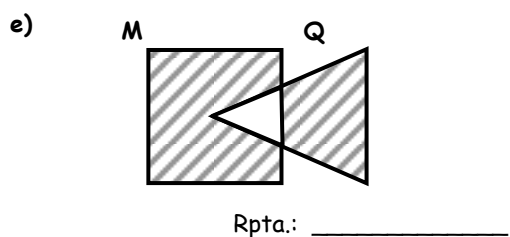
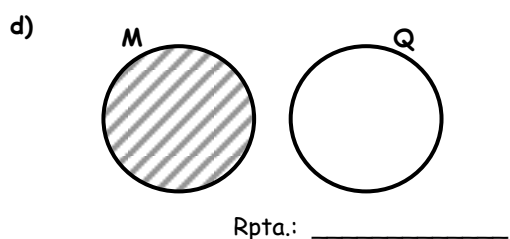
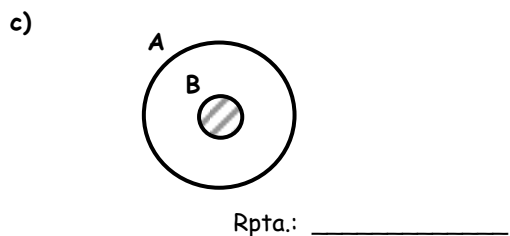
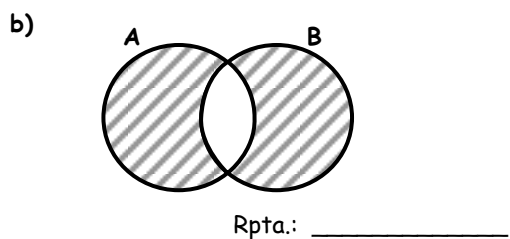
1. Si los conjuntos son disjuntos $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
2. Si los conjuntos no son disjuntos:
 - a) Para dos conjuntos cualesquiera "A" y "B": $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 - b) Para tres conjuntos "A", "B" y "C" cualesquiera: $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

IV. EJEMPLOS ILUSTRATIVOS

1. ¿Qué operación, representa cada una de las regiones sombreadas?



Rpta.: _____



Ejercicios de Aplicación

1. Dados los conjuntos:
 $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$
 $B = \{2; 4; 6; 8\}$
 $C = \{1; 3; 4; 5; 6\}$
 Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda:
- a) $A \cap C = \{1; 3; 5; 6\}$ ()
 b) $B - A = \{6; 8\}$ ()
 c) $B \cup C = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ ()
 d) $A - C = \{2; 5\}$ ()
 e) $B \cap C = \{4; 6; 8\}$ ()
- a) FV FV V b) FV V F F c) FV V V F
 d) FV F F F e) FV V V V

2. Dados los conjuntos:
 $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$; $B = \{2; 3; 5; 6\}$
 $U = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$

Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

- a) $A' = \{6; 7; 8\}$ ()
 b) $B' = \{7; 8\}$ ()
 c) $A' \cap B = \{6; 7\}$ ()
 d) $B' - A = \{4; 7; 8\}$ ()
 e) $A' \cap U = \{6; 7; 8\}$ ()
- a) VF V V F b) V F F F V c) V F F F F
 d) V F F V F e) V F V F V

3. Si: $A = \{a, b, e, d\}$
 $B = \{x/x \text{ es una vocal}\}$
 Hallar: $A \cap B$

- a) $\{a, e\}$ b) $\{a, i\}$ c) $\{a, o\}$
 d) $\{a, u\}$ e) $\{a\}$

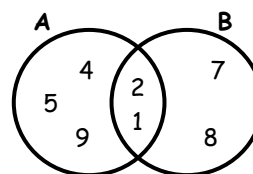
4. Si: $A = \{a, b, m, t\}$
 $B = \{x/x \text{ es una vocal de la palabra martes}\}$
 Hallar: $B - A$

- a) $\{a, e\}$ b) $\{a, i\}$ c) $\{a, o\}$
 d) $\{a, u\}$ e) $\{a\}$

5. Si: $U = \{x/x \in \mathbb{N}; 0 < x < 10\}$
 $A = \{x/x \in \mathbb{N}; 4 < x < 9\}$
 $B = \{x/x \in \mathbb{N}; 3 < x < 8\}$
 Hallar: $A' - B'$

- a) $\{1\}$ b) $\{2\}$ c) $\{3\}$
 d) $\{4\}$ e) $\{5\}$

6. Dados los diagramas de Venn



Hallar: $A \Delta B$

- a) $\{4; 5; 7; 8\}$ d) $\{4; 5; 9; 7\}$
 b) $\{4; 5; 2; 1\}$ e) $\{4; 5; 9\}$
 c) $\{4; 5; 9; 7; 8\}$

7. Dados los conjuntos:
 $A = \{x/x \in \mathbb{N}; 5 < x < 15\}$
 $B = \{x/x \in \mathbb{N}; 3 < x < 10\}$

¿Cuántos subconjuntos tiene $A \cap B$?

- a) 4 b) 8 c) 16
 d) 32 e) 64

8. Dados los conjuntos:
 $A = \{x + 2 / x \in \mathbb{N}; 2 < x < 10\}$
 $B = \{3x / x \in \mathbb{N}; x \geq 2\}$
 ¿Cuántos subconjuntos tiene $A - B$?

- a) 4 b) 8 c) 16
 d) 32 e) 64

9. Dados los conjuntos:
 $A = \{2x / x \in \mathbb{N}; 1 < x < 7\}$
 $B = \{\frac{x}{2} \in \mathbb{N}; / x \in \mathbb{N}; 1 < x < 10\}$
 $C = \{1; 5; 7; 8\}$
 Hallar el cardinal de $(B \cup C) \cap A$



- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

10. Si: $n(A) = 12$, $n(B) = 18$ y $n(A \cap B) = 7$
 Hallar: $n(A \Delta B)$

- a) 12 b) 16 c) 20
 d) 31 e) 15

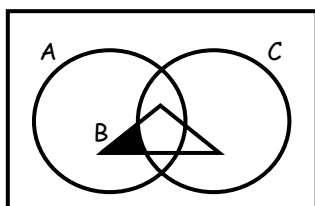
11. Dados los conjuntos:
 $U = \{1; 2; 3; \dots; 10\}$
 $A = \{x/x \in \mathbb{N}; 4 < x < 10\}$
 $B = \{x/x \in \mathbb{N}; 1 < x < 7\}$
 $C = \{1; 2; 5; 8\}$

Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

- I. $A' \cap B = \{2; 3; 4\}$
 II. $A \cap C' = \{6; 7; 9\}$
 III. $(A \cap B)' \cap C = \{1; 2; 8\}$

- a) VFV b) VVV c) FVV
 d) VVV e) FFV

12. La región sombreada corresponde a:



- a) $(A \cup B) - C$ d) $A \cap B \cap C$
 b) $(B - C) \cap A$ e) $A - B$
 c) $(A - C) \cap (B - A)$

13. Dado los conjuntos:

$A = \{\frac{x+1}{3} \in \mathbb{N} / x \in \mathbb{N}; 1 < x < 15\}$
 $B = \{\frac{x+1}{2} \in \mathbb{N} / x \in \mathbb{N}; 1 < x < 12\}$

¿Cuántos subconjuntos tiene: $A \cap B$?

- a) 16 b) 18 c) 8
 d) 32 e) 64

14. En la sección de 3ro. "B" hay 25 alumnos, se sabe que a 12 alumnos les gusta el curso de historia y los 18 el curso de lenguaje. Si a todos les gusta al menos uno de los dos cursos mencionados, ¿a cuántos les gusta sólo historia o sólo lenguaje?

- a) 15 b) 12 c) 18
 d) 23 e) 20

15. De un grupo de 100 turista europeos se sabe que:

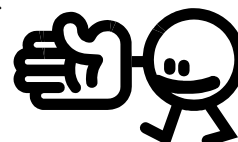
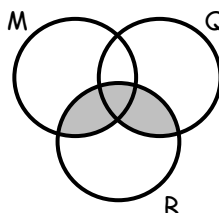
- 36 visitarán Argentina
- 20 visitarán Brasil
- 25 visitarán Colombia
- 12 visitarán Argentina y Colombia
- 9 visitarán Brasil y Colombia
- 10 visitarán Argentina y Brasil
- 6 visitarán los tres países mencionados

- a) ¿Cuántos no visitaran estos países?
 b) ¿Cuántos visitaron Brasil o Argentina pero no Colombia?
 a) 44 y 4 b) 26 y 31 c) 38 y 31
 d) 44 y 31 e) 44 y 17



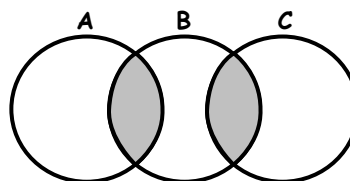
Tarea Domiciliaria

1. ¿Qué operación representa la región sombreada?




- a) $M \cap Q$ d) $(Q \cap R) \cup (M \cap Q)$
 b) $(M \cup Q) \cap R$ e) $(Q \cap R) \cup M$
 c) $(M \cap R) \cup (Q - R)$

2. ¿Qué operación representa la región sombreada?

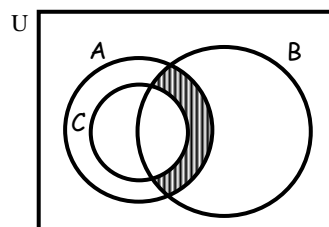


- a) $(A \cap B) \cup C$ d) $(A \cup C) \cap B$
 b) $(B \cap C) \cup A$ e) $(A - B) \cup (B \cap C)$
 c) $(A \cup B) \cap C$

3. Dado los conjuntos:
 $A = \{1; 2; 5; 8; 10\}$
 $B = \{2; 3; 6; 8\}$
 $C = \{x/x \in A, x < 7\}$
 Hallar el cardinal de $(B \cup C) \cap A$
- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) N.A.
4. Dados los conjuntos:
 $U = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$
 $A = \{2x / x \in \mathbb{N}; 2 < x < 8\}$
 $B = \{x + 2 / x \in \mathbb{N}; 2 < x < 8\}$
 Hallar la suma de los elementos de $A' \cap B'$
- a) 12 b) 14 c) 10
 d) 8 e) 7
5. Si: $n(A) = 13$
 $n(B) = 15$
 $n(A \cup B) = 23$
 Hallar: $n(A \cap B)$
- 
- a) 3 b) 4 c) 5
 d) 6 e) 8
6. Dados los conjuntos A, B, se sabe que :
 $n(A \cup B) = 18$
 $n(A - B) = 7$
 $n(A \Delta B) = 13$
 Hallar: $n(A) + n(B)$
- a) 25 b) 20 c) 21
 d) 23 e) 17
7. Indicar (V) ó (F) según corresponda:
 I. Si: $A \subset B$, entonces $A \cup B = B$ ()
 II. Si: $A \subset B$, entonces $A \cap B = \emptyset$ ()
 III. Si: $A \cap B = \emptyset$ entonces $A - B = A$ ()
- a) VVF b) VFV c) VFF
 d) FFV e) FVF
8. Si: $A \subset B$. Simplificar:
 $A \cap [(A \cup B) - (A \cap B)]$
- a) A b) B c) A - B
 d) B - A e) \emptyset
9. Sean los conjuntos:
 $A = \{a, b\}$
 $B = \{a, b, \{a\}, \{b\}\}$
 Hallar el cardinal de $P(A) \cap B$
- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5
10. Si los conjuntos "A" y "B" son unitarios. Hallar:
 $A \cup B$
 $A = \{a + b; 12\}$
 $B = \{b - 4; 2a - b\}$

- a) $\{12; 5\}$ b) $\{12; 7\}$ c) $\{12; 3\}$
 d) $\{12\}$ e) $\{8\}$

11. ¿Qué operación representa la región sombreada?



- a) $(A \cup B) - C$ d) $(A - C) \cap B$
 b) $(A \cap B) \cup C$ e) $(A \cap C) \cup B$
 c) $(A - C) \cup B$

12. Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

- I. $(A \cap B) \cap (A \cup B) = A \cup B$
 II. $A \Delta B = A \cup B$; si: $A \cap B = \emptyset$
 III. $A - B = A \cap B'$

- a) FVV b) VVV c) VFV
 d) FVF e) FFV

13. Dados los conjuntos "A" y "B" subconjuntos del universo "U", se sabe que:

- $n(A') = 12$
 $n(B') = 17$
 $n(A \cup B)' = 5$
 $n(U) = 28$
 ¿Cuántos subconjuntos tiene $A \cap B$?

- a) 8 b) 32 c) 64
 d) 16 e) 128

14. Dados los conjuntos:

- $A = \{a, \{a\}, \emptyset\}$
 $B = \{a, b\}$
 Hallar el cardinal de $A \cap P(B)$

- a) 0 b) 1 c) 2
 d) 3 e) 4

15. "A" y "B" son subconjuntos del universo "U" y se cumple que:

- $A \cap B = \emptyset$
 $n[P(B)] = 64$
 $n(A') = 15$
 $n(A \cup B) = 10$
 Hallar: $n(U)$



- a) 12 b) 13 c) 15
 d) 19 e) 21

RAZONAMIENTO ABSTRACTO



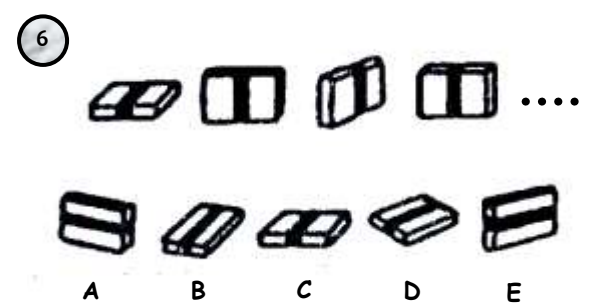
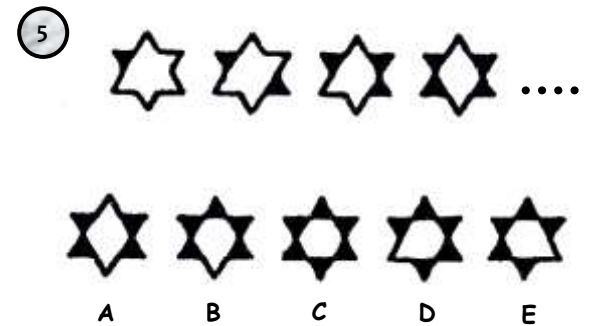
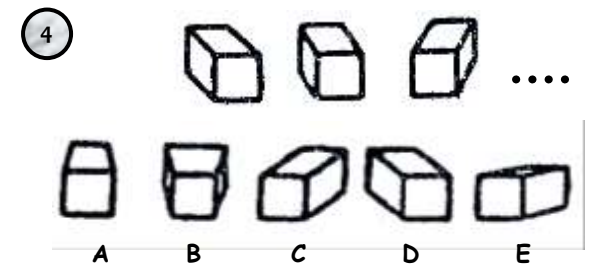
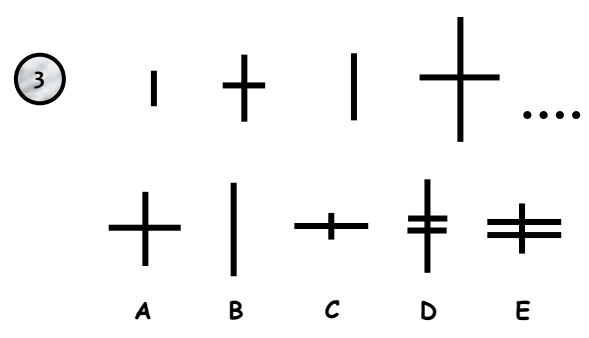
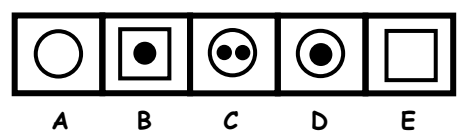
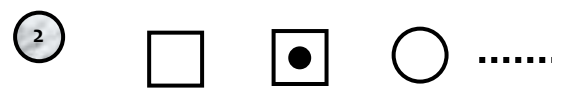
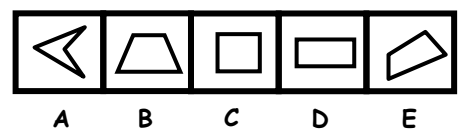
En este capítulo nos adiestraremos en el campo del Raz. Abstracto, lo cual nos ayuda a ejercitar el proceso de pensamiento lógico y desarrollar aptitudes que se requieren para enfrentar situaciones problemáticas. Para un mejor estudio hemos dividido al Raz. Abstracto en los siguientes bloques:

- | |
|------------------------------|
| I. Secuencias |
| II. Analogías Gráficas |
| III. Distribuciones Gráficas |
| IV. Habilidad Espacial |

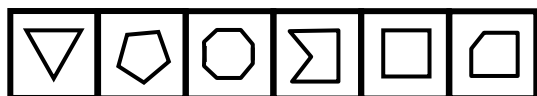
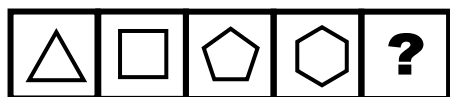
I. SECUENCIAS

Cada serie consta de 4 figuras llamadas figuras problema y 5 llamadas figuras respuesta. Las 4 figuras problema figuran una serie o progresión Ud. Tiene que averiguar cuál de las figuras respuesta es la siguiente (o quinta) de la serie.

¿Qué figura continua?

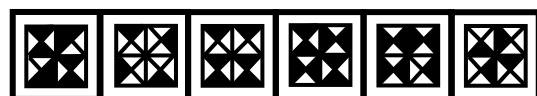
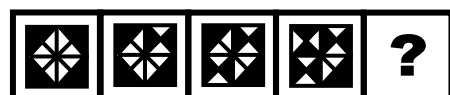


7



1 2 3 4 5 6

8



1 2 3 4 5 6

9



1 2 3 4 5 6

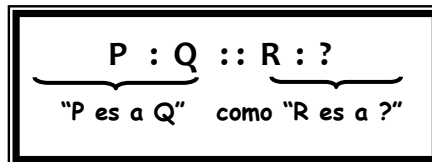
10



1 2 3 4 5 6

II. ANALOGÍAS GRÁFICAS:

Las 2 primeras figuras guardan entre si una relación, la tercera con una de las 5 alternativas (A, B, C, D, E) deberá guardar la misma relación hallada.



10 sets of analogies, each with three figures labeled A, B, and C. The third figure is followed by a question mark.

- 1. Triangle with a dot inside, pointing up-right; Triangle with a dot inside, pointing up-left; Triangle with a dot inside, pointing down-left; ?
- 2. Circle with a dot inside, top-left; Circle with a dot inside, top-right; Square with a dot inside, top-right; ?
- 3. Triangle with a dot inside, top-left; Triangle with a dot inside, top-right; Upright bowl shape; ?
- 4. Y-shape with a dot inside, top-left; Y-shape with a dot inside, top-right; Y-shape with a dot inside, top-left; ?
- 5. Y-shape with a dot inside, top-left; Y-shape with a dot inside, top-right; Y-shape with a dot inside, top-left; ?
- 6. Y-shape with a dot inside, top-left; Y-shape with a dot inside, top-right; Y-shape with a dot inside, top-left; ?
- 7. Square with a dot inside, top-left; Square with a dot inside, top-right; Square with a dot inside, top-left; ?
- 8. Square with a dot inside, top-left; Square with a dot inside, top-right; Square with a dot inside, top-left; ?
- 9. Square with a dot inside, top-left; Square with a dot inside, top-right; Square with a dot inside, top-left; ?
- 10. Square with a dot inside, top-left; Square with a dot inside, top-right; Square with a dot inside, top-left; ?

50 numbered options for the analogies, arranged in a grid.

- 1-5: Triangles with dots in various positions and orientations.
- 6-10: Squares with dots in various positions.
- 11-15: Y-shapes with dots in various positions.
- 16-20: Squares with dots in various positions.
- 21-25: Squares with dots in various positions.
- 26-30: Squares with dots in various positions.
- 31-35: Squares with dots in various positions.
- 36-40: Squares with dots in various positions.
- 41-45: Squares with dots in various positions.
- 46-50: Squares with dots in various positions.

III. DISTRIBUCIONES GRÁFICAS

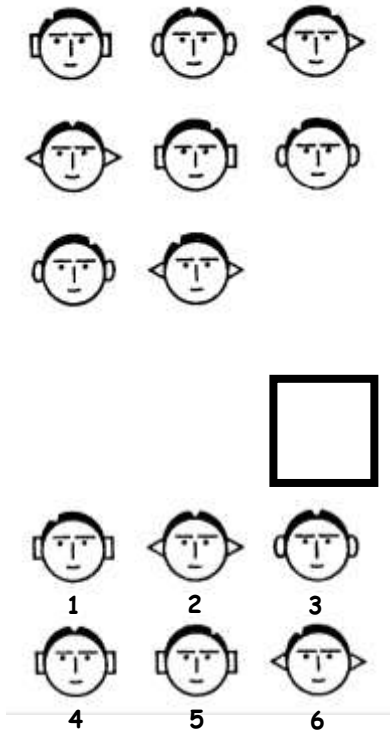
Se caracteriza porque nos da un conjunto de figuras generalmente que, distribuidas en bloques y extraer la ley de formación que nos permite. Hallar la figura faltante en el 3er bloque.

¿Cuál de las seis figuras numeradas debe colocarse en el cuadrado vacío?. (Escriba el número en el cuadro).

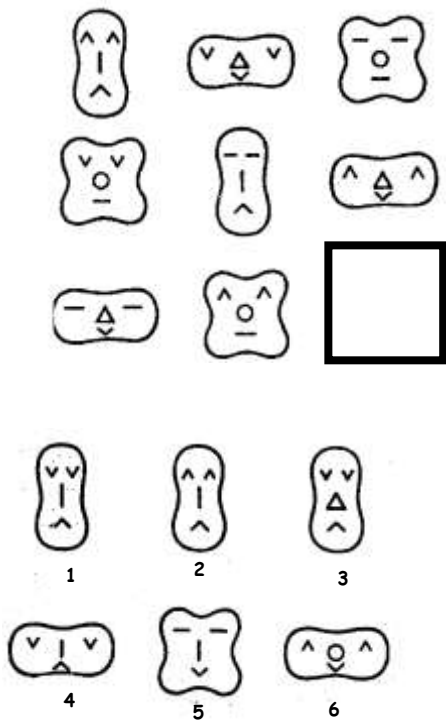
1.

○○○ ○○○ ○○○	○○○ ○○○ ○○○	○○○ ○○○ ○○○
○○○ ○○○ ○○○	○○○ ○○○ ○○○	○○○ ○○○ ○○○
○○○ ○○○ ○○○	○○○ ○○○ ○○○	○○○ ○○○ ○○○
○○○ ○○○ ○○○	○○○ ○○○ ○○○	○○○ ○○○ ○○○
○○○ ○○○ ○○○	○○○ ○○○ ○○○	○○○ ○○○ ○○○
○○○ ○○○ ○○○	○○○ ○○○ ○○○	○○○ ○○○ ○○○

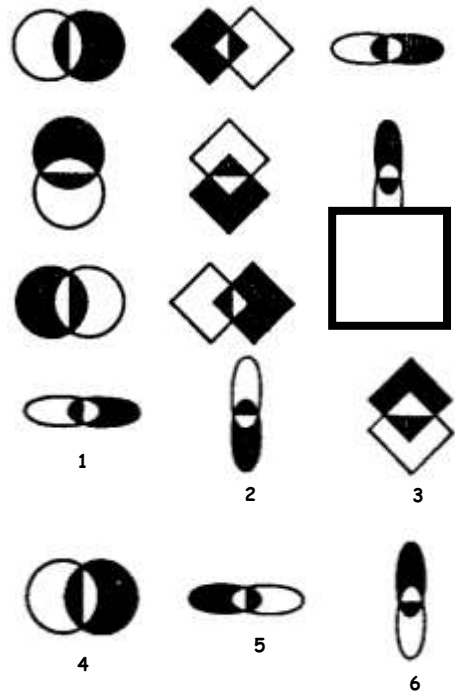
2.



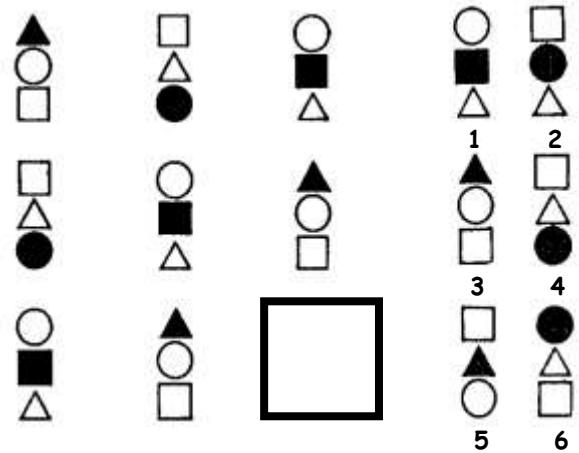
3.



4.



5.



IV. HABILIDAD ESPACIAL

A continuación encontrará una figura plana, que al proceder a doblarla, cuidando sus características, se forma una figura espacial (dimensiones), que es una de las 4 de la derecha.

TAREA DOMICILIARIA

Recuerda lo más importante es hallar esa ley de formación que nos permita encontrar la figura que falta. Sólo tienes que ser bastante observador ... Practica con los siguientes problemas.

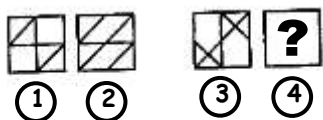


1. ¿Qué figura continua?



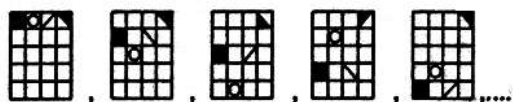
- a) d)
- b) e)
- c) e)

2. Indique cuál de las alternativas corresponde a la analogía gráfica:



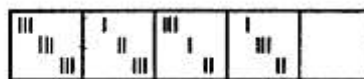
- a) d) e)
- b) e)
- c) e)

3. Señale la alternativa que continua la siguiente serie gráfica:



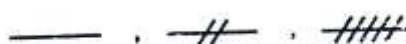
- a) b) c)
- d) e)

4. De la secuencia dada, señale la figura que falta:



- a) b) c) d) e)

5. ¿Qué figura continua?



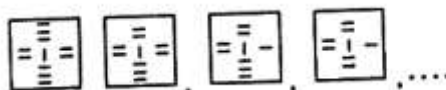
- a) b) c) d) e)

6. Indicar que figura continua.



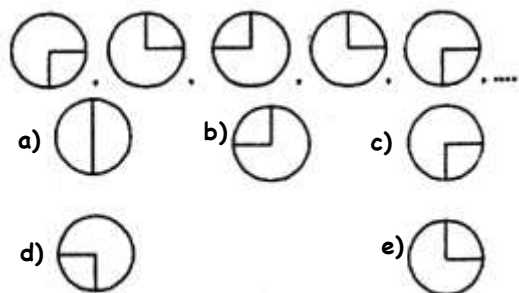
- a) b) c) d) e)

7. ¿Qué figura continua?

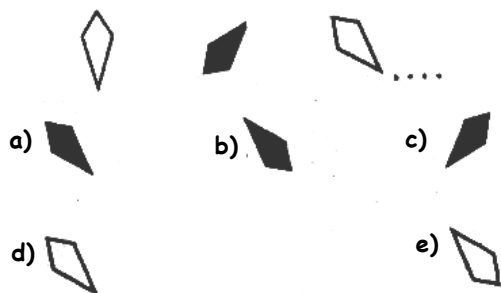


- a) b) c) d) e)

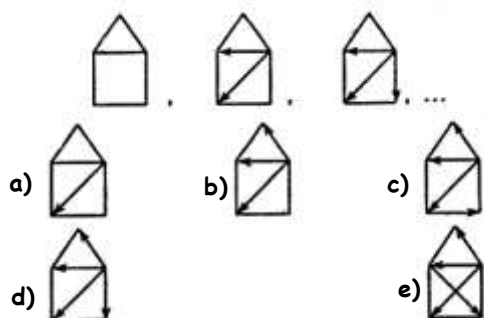
8. ¿Qué figura continúa?



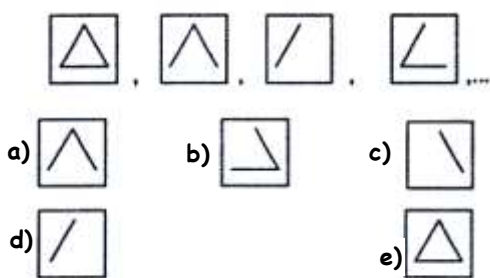
9. ¿Qué figura continúa?



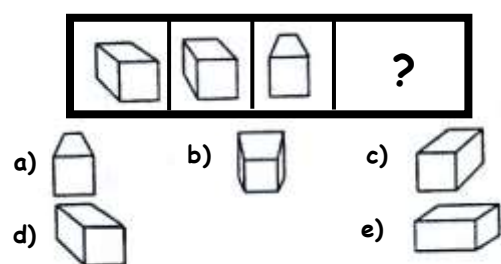
10. ¿Qué figura continúa?



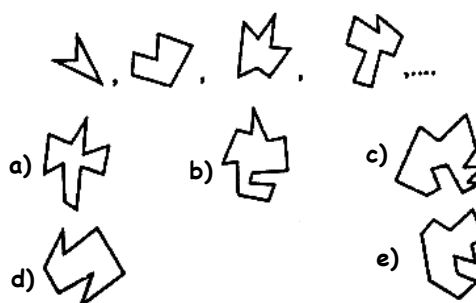
11. ¿Qué figura continúa?



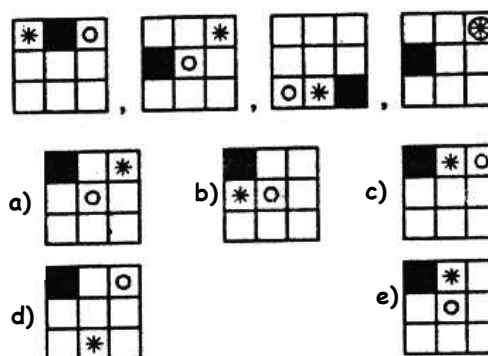
12. Indicar que figura falta.



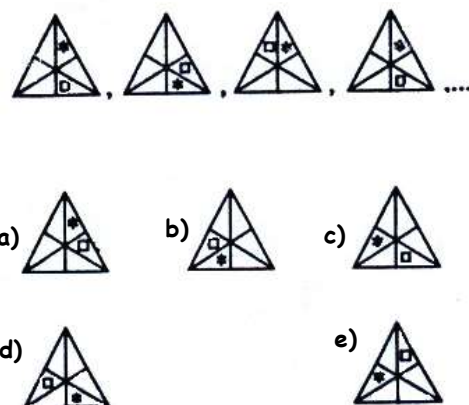
13. De la secuencia dada, indique la figura que sigue.



14. ¿Qué figura continúa?



15. ¿Qué figura continúa?



LOS MONOMIOS

MONOMIO

Es un Término Algebraico racional entero, es decir exponentes enteros y positivos incluido el cero.

Ejm.:

$$-4x^5y^4z^2$$

Donde:

-4 : Parte Constante

$x^5y^4z^2$: Parte Variable



OBSERVACIÓN

Un monomio puede ser una constante, una variable o el producto de una constante por una o más variables.

CARACTERÍSTICAS

Al expresar $M(x, y)$ indicamos que es un monomio de 2 variables.

- Todo monomio posee 2 grados:

Grado Absoluto (G.A.): Esta dado por la suma de los exponentes de las variables.

$$M(x, y) = 4^2x^4y^6$$

$$GA(M) = 4 + 6 = 10$$



Grado Relativo (G.R.)

Esta dado por el exponente de la variable en mención.

$$N(x, y) = 6x^3y^4$$

$$GR(x) = 3$$

$$GR(y) = 4$$

Ejm.: En el siguiente monomio:

$$M(x, y) = 2x^{a+2}y^3 \text{ es de (G.A.)} = 10$$

Hallar: "a"

Solución:

El grado absoluto es:

$$a + 2 + 3 = 10$$

$$a + 5 = 10$$

$$a = 5$$

Ejm.: En el monomio: $M(x, y) = 4^4x^{2n-5}y^6$

Calcular "n" si el grado relativo respecto de "x"

(GR(x)) es igual a 15.

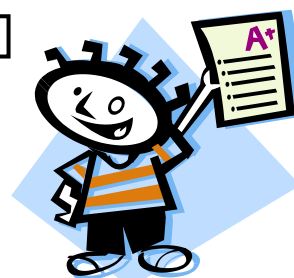
Solución:

El grado relativo de "x" es:

$$2n - 5 = 15$$

$$2n = 20$$

$$n = 10$$



EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. En el siguiente monomio:

$$M(x, y) = 4x^{a+3}y^6 \text{ es de G.A.} = 12. \text{ Hallar: "a"}$$

- a) 8 b) 10 c) 2
 d) 3 e) 1

2. En el siguiente monomio:

$$M(x, y) = 4^2a^3x^{n+4}y^5 \text{ es de grado absoluto } 16.$$

Hallar: "n"

- a) 5 b) 6 c) 7
 d) 8 e) 9

3. En el siguiente monomio:

$$M(x, y) = 3x^{n-4}y^6. \text{ Calcular "n", si el G.A.} = 12$$

- a) 6 b) 8 c) 10
 d) 12 e) 14

4. Hallar "n" si el grado absoluto 24:

$$M(x, y) = 3^4x^{2n-2}y^6$$

- a) 10 b) 11 c) 12
 d) 13 e) 14

5. En el monomio: $M(x, y) = 3^5x^{2n-3}y^5$

Calcular "n" si el grado relativo respecto de "x". GR_x es igual a 20.

- a) 8 b) 9 c) 10
 d) 11 e) 12

6. Si: $(x, y, z) = 6a^2x^4y^{m+3}z^5$

Calcular "m" si el grado absoluto respecto de "y" GR_y es 16.

- a) 10 b) 12 c) 13
 d) 14 e) 15

7. Hallar el coeficiente de $GR_x = 12$ y $GR_y = 14$ en:

$$M(x, y) = (a + b)x^{2a-4}y^{b-3}$$

- a) 20 b) 22 c) 24
 d) 25 e) 26

8. En el monomio: $M(x, y) = (2a + b)x^{a-6}y^{b+7}$

Calcular el coeficiente si: $GR(x) = 8$; $GR_y = 9$

- a) 20 b) 25 c) 28
 d) 30 e) 31

9. En el monomio: $M(x, y) = 3x^{n-8}y^{5n}$

Calcular: GR_y si $GR_x = 12$

- a) 50 b) 70 c) 80
 d) 90 e) 100

10. En el monomio: $M(x, y) = 5x^{2n-1}y^{n+5}$

Calcular el valor del GR_x siendo $GR_y = 10$

- a) 9 b) 11 c) 12
 d) 14 e) 15

11. En el monomio: $M(x, y) = (a^2 + b^3)x^{3a+b}y^{2a+5b}$

Calcular el coeficiente si: $GR_x = 10$, $GR_y = 11$

- a) 10 b) 8 c) 6
 d) 4 e) 2

12. En el monomio:

$$M(x, y) = (a + 3b)x^{2a+3b}y^{a+b}$$

Donde: Coeficiente del monomio es: 11

Grado Absoluto del monomio es: 23

Calcular el grado relativo de "y".

- a) 3 b) 5 c) 7
 d) 9 e) 11

13. Cuántas letras se deben tomar para que el grado absoluto del monomio:

$$A^2B^6C^{12}D^{20} \dots \text{sea } 1120$$

- a) 18 b) 12 c) 13
 d) 11 e) 14

14. El siguiente monomio es de grado 99. Calcular:

$$M_{(x,y)} = \sqrt{2} [x^{2n+1}y^{n+2}]^3$$

El valor de "n" será:

- a) 8 b) 9 c) 10
 d) 11 e) 12

15. El siguiente monomio es de grado 177.

$$M_{(x,y)} = 0,7[x^{3m-2}y^{11m+5}]^3$$

El valor de "m" será:

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

TAREA DOMICILIARIA

1. En el siguiente monomio:

$$M(x, y) = 3x^{a+2}y^5 \text{ es de G.A. } = 18. \text{ Hallar: "a"}$$

- a) 10 b) 11 c) 12
 d) 14 e) 15

2. En el siguiente monomio:

$$M(x, y) = 3^4a^2x^{n+6}y^6 \text{ es de grado absoluto } 20.$$

Hallar "n"

- a) 6 b) 8 c) 10
 d) 14 e) 16

3. En el siguiente monomio $M(x, y) = 2x^{n+7}y^4$.

Calcular "n", si el GA = 15.

- a) 3 b) 4 c) 6
 d) 8 e) 10

4. Hallar "n" si el grado absoluto es 9.

$$M(x, y) = 2^3x^{2n-4}y^5$$

- a) 2 b) 4 c) 6
 d) 7 e) 8

5. En el monomio: $M(x, y) = -3^2x^{2n-8}y^4$

Calcular "n" si el grado relativo respecto de

"x" GR_x es igual a 20.

- a) 6 b) 8 c) 10
 d) 12 e) 14

6. Si: $M(x, y, z) = 7a^2x^3y^{m+2}z^3$
 Calcular "m" si el grado absoluto respecto de "y"
 GR_y es 10.

- a) 4 b) 5 c) 6
 d) 7 e) 8

7. Hallar el coeficiente si $GR_x = 10$ y $GR_y = 12$ en:

$$M(x, y) = (a + b)x^{a+1}y^{b-3}$$

- a) 14 b) 18 c) 22
 d) 23 e) 24

8. En el monomio: $M(x, y) = (2a + b)x^{a-5}y^{b+4}$
 Calcular el coeficiente si: $GR_x = 2$, $GR_y = 6$

- a) 14 b) 15 c) 16
 d) 17 e) 18

9. En el monomio:

$$M(x, y) = 4x^{n-6}y^{4n}$$

Calcular: GR_y , si $GR_x = 4$

- a) 10 b) 20 c) 30
 d) 40 e) 50

10. En el monomio:

$$M(x, y) = 5x^{n+2}y^{n+7}$$

Calcular el valor del GR_x , siendo $GR_y = 11$

- a) 4 b) 6 c) 8
 d) 9 e) 10

11. En el monomio:

$$M(x, y) = (2a - b)x^{2a+b}y^{3a-b}$$

Calcular el coeficiente si: $GR_x = 7$, $GR_y = 8$

- a) 5 b) 7 c) 8
 d) 12 e) 13

12. En el monomio:

$$M(x, y) = (a + b^2 + 1)x^{a-b}y^{5a+b}$$

$GR_x = 6$, $GR_y = 12$

- a) 6 b) 7 c) 10
 d) 11 e) 13

13. El siguiente monomio es de grado 28
 Calcular "n"

$$M(x, y) = 27[x^{3n+2}y^{n+1}]^4$$

- a) 2 b) 1 c) 3
 d) 4 e) 5

14. El siguiente monomio es de grado 42.

$$M(x, y) = 2\sqrt{2}[x^{3n+4}y^{5n+1}]^2$$

El valor de "n" será:

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

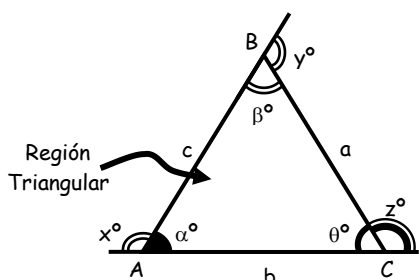
15. Hallar el coeficiente de:

$$M(x, y) = \left(\frac{1}{2}\right)^m \cdot 9^m \cdot x^{3m+2n}y^{5m-n}$$

cuyo $GA = 20$ $GR_x = 14$

- a) 2/3 b) 81/2 c) 81/4
 d) 81/16 e) 27/16

TRIÁNGULOS



Notación : Triángulo ABC : $\triangle ABC$.

Elementos :

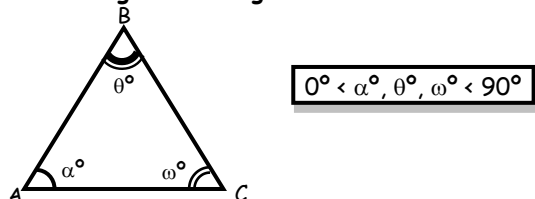
- Vértice : A, B, C
- Lados : $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}$
- Ángulos internos : $\alpha^\circ, \beta^\circ, \theta^\circ$
- Ángulos externos : $x^\circ, y^\circ, z^\circ$
- Perímetro : $2p = a + b + c$

CLASIFICACIÓN

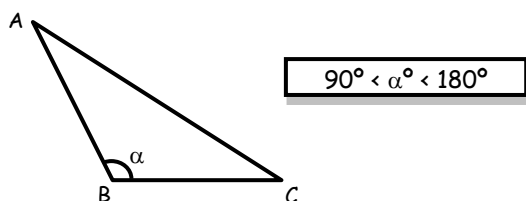
A. Según sus Ángulos

1. Triángulo Oblicuángulo

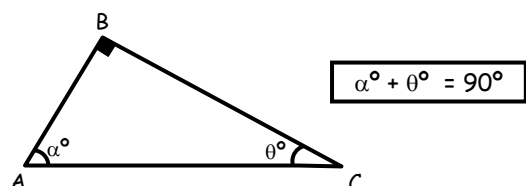
❖ **Triángulo Acutángulo**



❖ **Triángulo Obtusángulo**

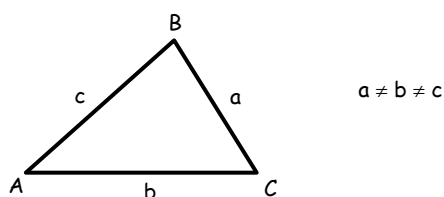


2. Triángulo Rectángulo

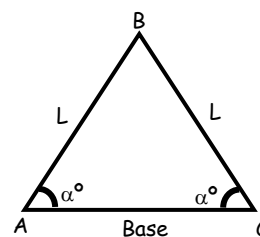


B. Según sus lados :

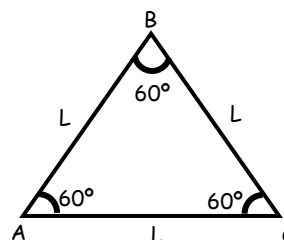
1. Triángulo Escaleno



2. Triángulo Isósceles

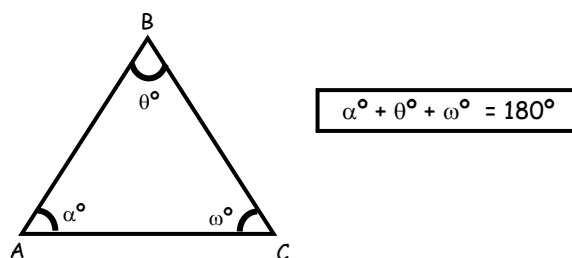


3. Triángulo Equilátero

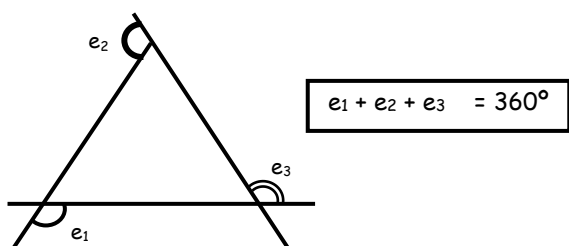


PROPIEDADES GENERALES

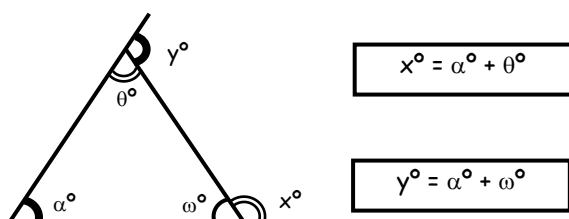
1. Suma de Ángulos Internos



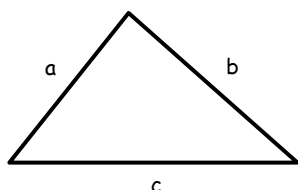
2. Suma de Ángulos Externos



3. Calculo de un ángulo externo:



4. Desigualdad Triangular

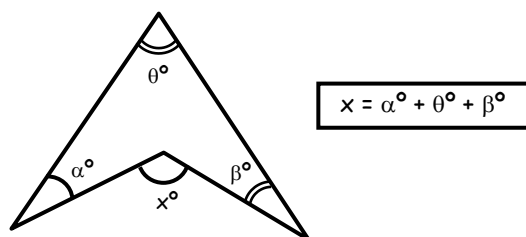


Sea : $a < b < c$

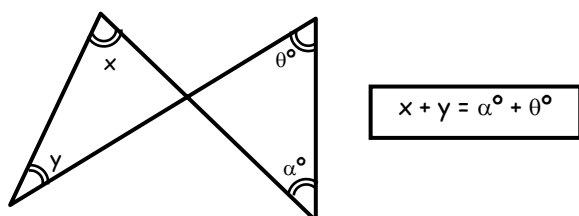
- I. $b - a < c < b + a$
- II. $c - a < b < c + a$
- III. $c - b < a < c + b$

PROPIEDADES ADICIONALES

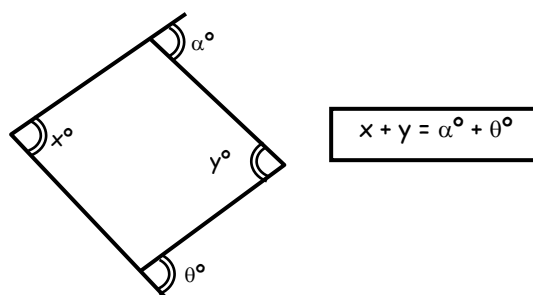
1. Propiedad Cuadrilátero Cóncavo.



2. Propiedad Mariposa



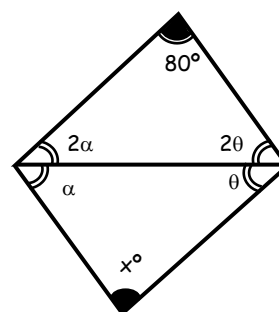
3. Propiedad Pescadito



EJERCICIOS DE APLICACIÓN

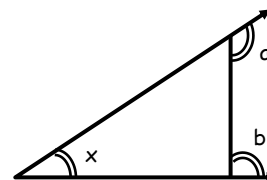
1. Hallar "x"

- a) 50°
- b) 100°
- c) 160°
- d) 120°
- e) 130°



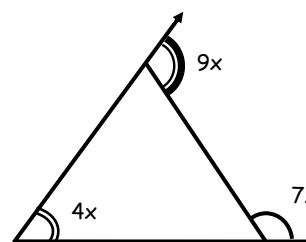
2. Hallar "x" ; $a + b = 200°$

- a) 10°
- b) 20°
- c) 30°
- d) 40°
- e) 50°



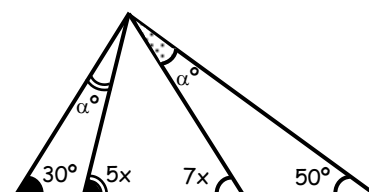
3. Hallar "x"

- a) 10°
- b) 15°
- c) 20°
- d) 25°
- e) 30°



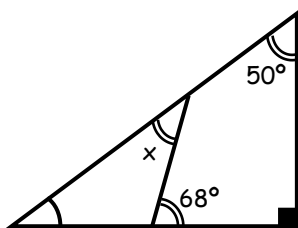
4. Hallar "x" :

- a) 10°
- b) 20°
- c) 30°
- d) 25°
- e) 15°



5. Hallar: "x"

- a) 18°
- b) 40°
- c) 28°
- d) 38°
- e) 15°

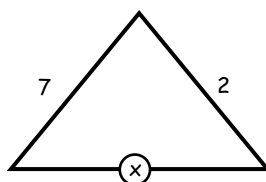


6. En un triángulo escaleno de lados enteros, 2 lados miden 2 y 3. Hallar el tercer lado.

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 5
- e) 6

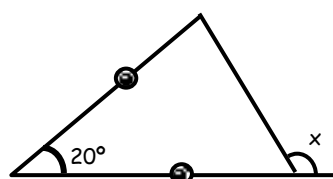
7. Hallar los valores pares de "x"

- a) 4 y 6
- b) 4 y 8
- c) 2 y 4
- d) 6, 7 y 8
- e) 6 y 8



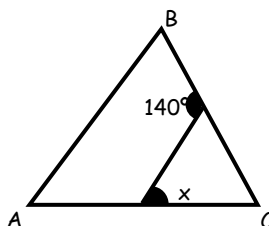
8. Hallar "x"

- a) 80°
- b) 20°
- c) 100°
- d) 120°
- e) 110°



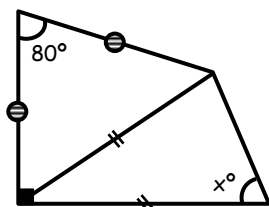
9. Hallar "x"; $\triangle ABC$ es equilátero.

- a) 60°
- b) 70°
- c) 80°
- d) 90°
- e) 100°



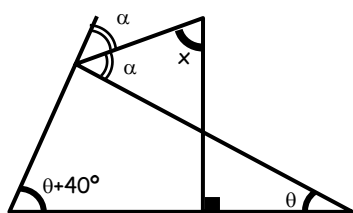
10. Hallar "x"

- a) 60°
- b) 65°
- c) 70°
- d) 75°
- e) 80°



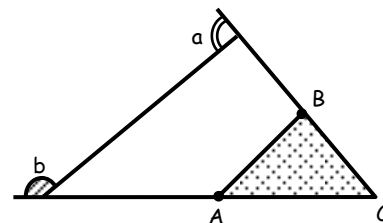
11. Hallar "x"

- a) 50°
- b) 60°
- c) 70°
- d) 80°
- e) 90°



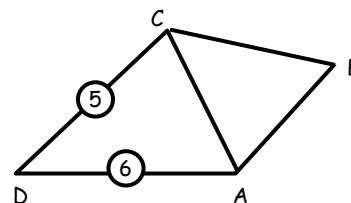
12. Hallar (a + b); si $\triangle ABC$ es equilátero.

- a) 120°
- b) 60°
- c) 240°
- d) 80°
- e) 125°



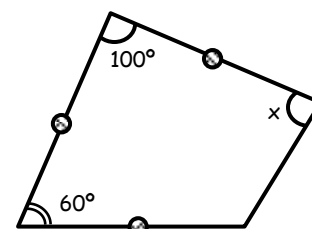
13. Hallar el mayor valor entero del perímetro del \triangle equilátero ABC.

- a) 32
- b) 30
- c) 31
- d) 29
- e) 28



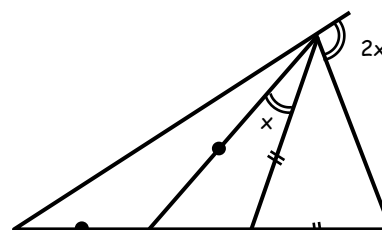
14. Hallar "x"

- a) 40°
- b) 50°
- c) 60°
- d) 70°
- e) 80°



15. Hallar "x"

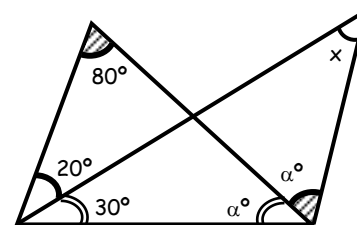
- a) 30°
- b) 32°
- c) 36°
- d) 45°
- e) 37°



TAREA DOMICILIARIA

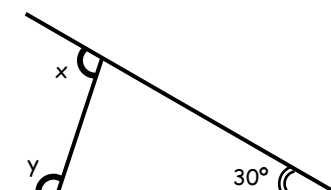
1. Hallar "x"

- a) 50°
- b) 60°
- c) 70°
- d) 40°
- e) 30°



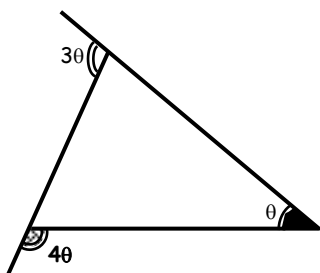
2. Hallar (x + y)

- a) 200°
- b) 210°
- c) 220°
- d) 230°
- e) 240°



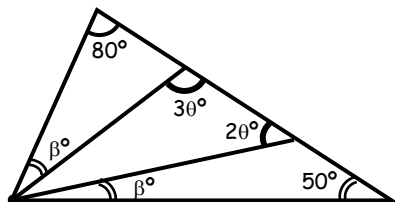
3. Hallar : θ

- a) 20°
- b) 30°
- c) 40°
- d) 50°
- e) 60°



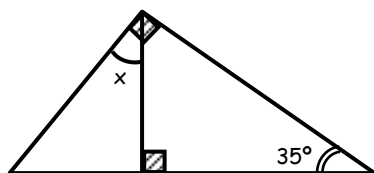
4. Hallar " θ "

- a) 50°
- b) 80°
- c) 30°
- d) 40°
- e) 60°



5. Hallar " x "

- a) 35
- b) 65
- c) 145
- d) 90
- e) 70

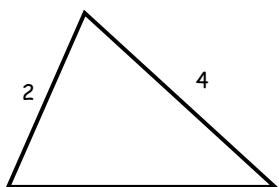


6. Hallar el perímetro de un triángulo de lados enteros, si 2 lados miden 6 y 1.

- a) 6
- b) 7
- c) 12
- d) 13
- e) 15

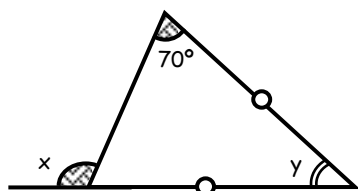
7. Hallar la suma de valores enteros de " x "

- a) 10
- b) 11
- c) 12
- d) 5
- e) 4



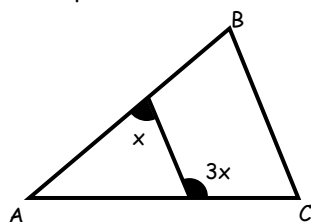
8. Hallar $(x + y)$

- a) 70°
- b) 110°
- c) 40°
- d) 150°
- e) 160°



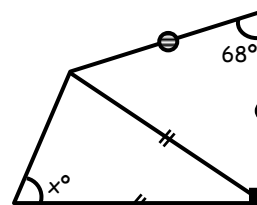
9. Hallar " x ", ΔABC es equilátero.

- a) 60°
- b) 30°
- c) 20°
- d) 40°
- e) 50°



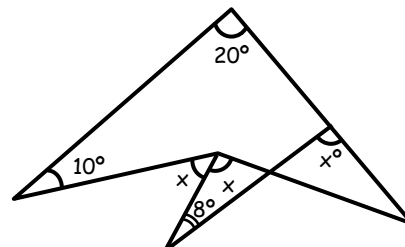
10. Hallar " x "

- a) 70°
- b) 71°
- c) 72°
- d) 73°
- e) 74°



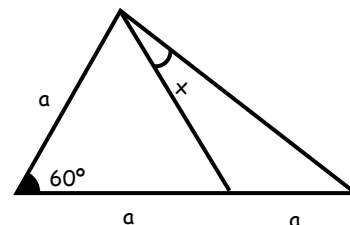
11. Hallar " x "

- a) 18°
- b) 19°
- c) 20°
- d) 21°
- e) 22°



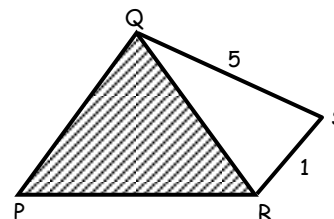
12. Hallar " x "

- a) 10°
- b) 20°
- c) 30°
- d) 40°
- e) 60°



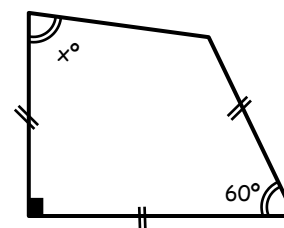
13. Hallar el menor valor entero del perímetro del Δ equilátero PQR.

- a) 13
- b) 14
- c) 15
- d) 16
- e) 17



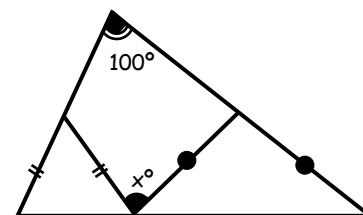
14. Hallar " x "

- a) 60°
- b) 90°
- c) 75°
- d) 80°
- e) 53°



15. Hallar " x "

- a) 110°
- b) 70°
- c) 80°
- d) 90°
- e) 100°

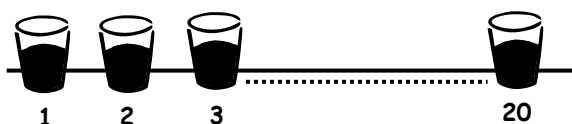


INDUCCION

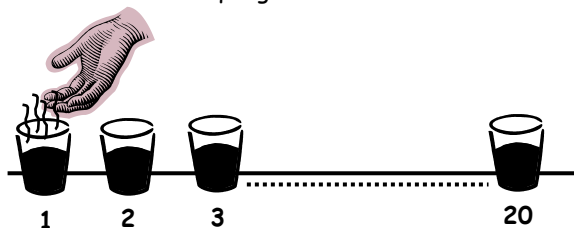
Observemos las siguientes situaciones y descubramos lo que significa "inducción" ...



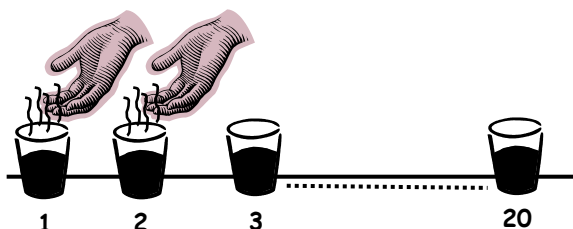
Se tiene una fila de 20 vasos que contiene cierta sustancia:



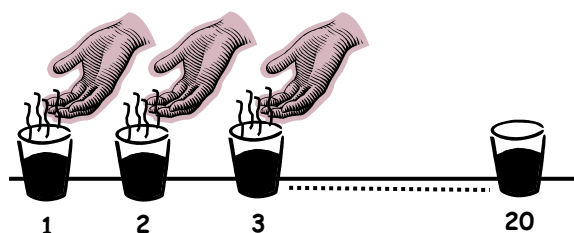
Se colocan unos granos de trigo en el vaso 1 y luego de unos días se observa que germinan:



Luego se colocan unos granos de trigo en el vaso 2 y después de unos días germinan.



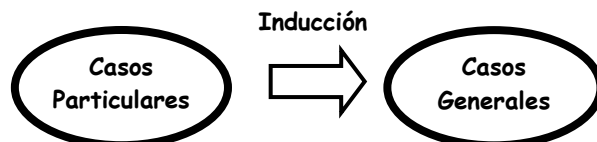
Luego se colocan unos granos de trigo en el vaso 3 y después de unos días germinan.



Conclusión:

Se observa que cada vez que se agregan unos granos de trigo a un vaso, estos germinan. Entonces, sin necesidad de agregar granos de trigo a los otros vasos, se puede asegurar que sí se agregan granos de trigo al vaso 20, estos también germinarán.

Este razonamiento que se ha hecho, donde de la observación _____ de cada vaso se saca una conclusión _____ que cumpla para todos los vasos, se llama : _____...



La lógica inductiva es una de las principales formas de encarar la mayoría de problemas, debido a que el proceso de solución es bastante práctico.

A continuación veamos la aplicación de inducción en los siguientes problemas:

I. INDUCCIÓN CON NÚMEROS

1. Observar los resultados de las sumas iniciales, sacar una conclusión y luego hallar el resultado de la suma final.



Cantidad de # impares consec.	Suma	Resultado	Otra forma de expresar el resultado
1	1	1	
2	1 + 3	4	
3	1+3+5	9	
4	1+3+5+7	16	
⋮	⋮	⋮	
8	1+3+5+7+9+11+13+15		

2. Observar los resultados de las operaciones iniciales, sacar una conclusión y luego. Hallar lo que se pide:

Número Inicial	Operaciones	Resultado
1	1 + 2 - 3	0
2	2 + 3 - 4	1
3	3 + 4 - 5	2
4	4 + 5 - 6	3
⋮	⋮	⋮
36		?
⋮		⋮
187		?

3. Si se observa que :

$$\begin{aligned} \boxed{1} &= 2^2 - 3 \times 1 \\ \boxed{2} &= 3^2 + 4 \times 2 \\ \boxed{3} &= 4^2 - 5 \times 3 \\ \boxed{4} &= 5^2 + 6 \times 4 \\ &\vdots \end{aligned}$$

Hallar : $\boxed{15}$ Rpta :

4. Si se observa que :

$$\begin{aligned} \textcircled{1} &= 2 \\ \textcircled{2} &= 2 \left(\frac{3}{2} \right) \\ \textcircled{3} &= 2 \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{4}{3} \right) \\ \textcircled{4} &= 2 \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{4}{3} \right) \left(\frac{5}{4} \right) \\ &\vdots \end{aligned}$$

Hallar : $\textcircled{50} + \textcircled{60}$
Rpta :

5. Si :

$$\begin{aligned} 1^2 &= 1 \\ 11^2 &= 121 \\ 111^2 &= 12321 \\ 1111^2 &= 1234321 \\ &\vdots \end{aligned}$$

Hallar : 1111111^2 y además dar la suma de la cifras del resultado.

Rpta :

6. Completar el siguiente arreglo numérico hasta la fila 10. Hallar: "A+B".

Fila 1	1
Fila 2	2 3
Fila 3	4 7 5
Fila 4	8 7 7 7
⋮	⋮
Fila 10	A B

Rpta :

7. ¿De cuántas maneras se podrá leer la palabra DIOS?



Rpta :

8. Calcular la suma de las cifras del siguiente arreglo.

$$\underbrace{(333 \dots 334)^2}_{20 \text{ cifras}}$$

Rpta :

9. Dar como respuesta la suma de las cifras de:

$$\underbrace{999 \dots 999}_{100 \text{ cifras}} \times \underbrace{888 \dots 88}_{100 \text{ cifras}}$$

Rpta :

10. Sabiendo que :

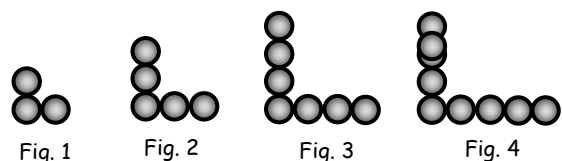
$$\begin{aligned} F_1 &= 1 \times 100 + 50 \\ F_2 &= 2 \times 99 + 49 \\ F_3 &= 3 \times 98 + 48 \end{aligned}$$

Calcular la suma de cifras de "F₂₀"

Rpta :

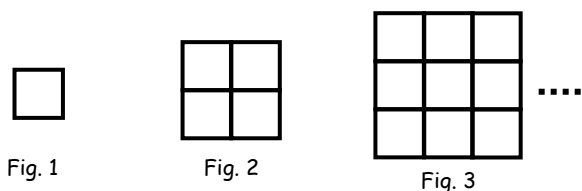
II. **INDUCCIÓN CON FIGURAS**

11. ¿Cuántas esferas habrá en la figura 20?



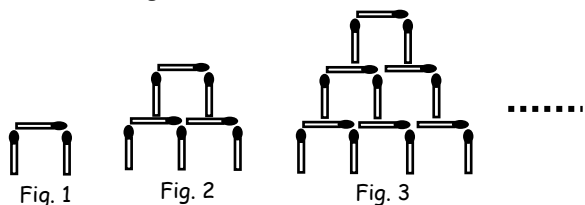
- a) 40 b) 39 c) 41
d) 44 e) 42

12. ¿Cuántos cuadrados hay en la figura 8?



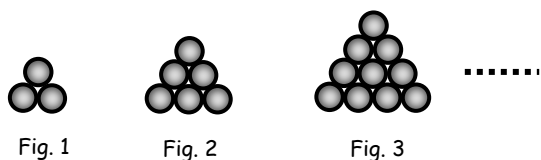
Rpta :

13. ¿Cuántos palitos de fósforos se necesitan para formar la figura 20?



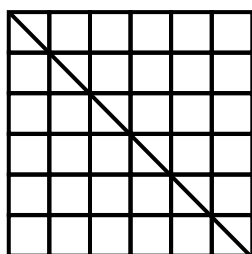
Rpta :

14. ¿Cuántas esferas hay en la figura 15?



Rpta :

15. ¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?



Rpta :

TAREA DOMICILIARIA

Ahora todo depende de ti, ya conoces la teoría... practica con los siguientes...



1. Hallar la suma de las cifras del resultado.

$$E = \underbrace{333 \dots 33}_{200 \text{ cifras}} \times 12$$

- a) 2100 b) 1820 c) 1760
d) 1560 e) 1800

2. Dar como respuesta la suma de las cifras de:

$$M = \underbrace{(666 \dots 66)^2}_{600 \text{ cifras}}$$

- a) 7200 b) 5400 c) 4800
d) 3600 e) 6400

3. Dar como respuesta la suma de las cifras de:

$$E = \underbrace{(999 \dots 995)^2}_{40 \text{ cifras}}$$

- a) 352 b) 328 c) 358
d) 348 e) 344

4. Calcular la suma de las cifras del resultado de:

$$M = \underbrace{999 \dots 98}_{20 \text{ cifras}} \times \underbrace{999 \dots 92}_{20 \text{ cifras}}$$

- a) 172 b) 174 c) 176
d) 178 e) 180

5. Calcule la suma de cifras del resultado de:

$$A = \underbrace{(333 \dots 333)^2}_{52 \text{ cifras}} + \underbrace{(999 \dots 99)^2}_{52 \text{ cifras}}$$

- a) 465 b) 466 c) 468
d) 469 e) 490

6. Calcular la suma de las cifras de:

$$\sqrt{\text{TRILCE}54321}$$

Sabiendo que $\overline{\text{TRILCE}}$ es el menor # de 6 cifras significativas diferentes.

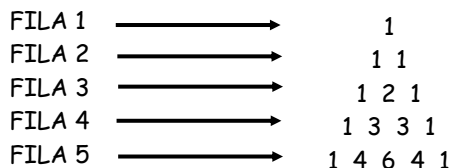
- a) 9 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

7. ¿De cuántas formas distintas se puede leer "SAN MIGUEL" en el siguiente arreglo?.

- a) 49
- b) 51
- c) 64
- d) 512
- e) 256



8. Calcular la suma de los números de la fila 10.



- a) 1024
- b) 100
- c) 1023
- d) 512
- e) 2024

9. Si : $M = 9 \times \underbrace{888 \dots 88}_{1997 \text{ cifras}}$

Hallar la suma de las cifras de : "M"

- a) 1997
- b) 8856
- c) 17973
- d) 4273
- e) 888

10. Si se cumple :

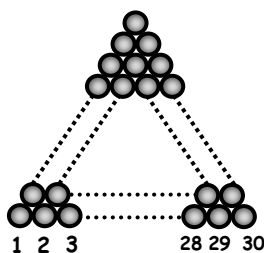
- $F(1) = 2 + 1 - 1$
- $F(2) = 6 - 3 \times 2$
- $F(3) = 12 \times 6 \div 3$
- $F(4) = 20 \div 10 + 4$
- $F(5) = 30 + 15 - 5$
- ⋮

Calcular : $F(20)$

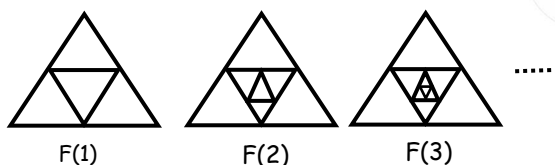
- a) 20
- b) 21
- c) 22
- d) 23
- e) 24

11. ¿Cuántos puntos de contacto hay en la siguiente gráfica de circunferencia?.

- a) 1305
- b) 5130
- c) 2610
- d) 4652
- e) N.A.

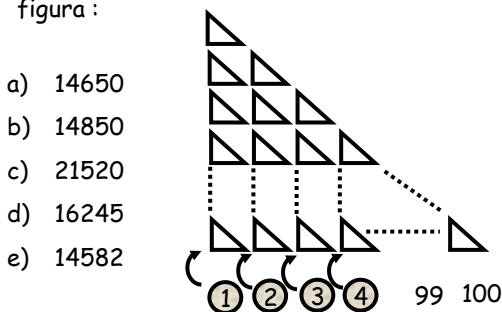


12. ¿Cuántos triángulos hay en total en $F(20)$?



- a) 20
- b) 64
- c) 81
- d) 49
- e) 56

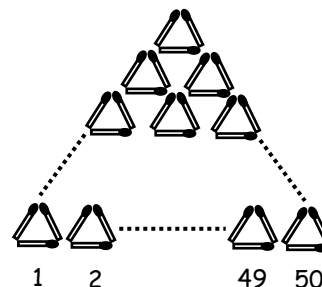
13. Halle la cantidad total de "palitos" en la siguiente figura :



- a) 14650
- b) 14850
- c) 21520
- d) 16245
- e) 14582

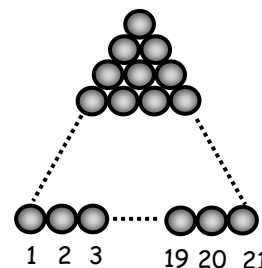
14. Hallar el total de palitos utilizados en:

- a) 3625
- b) 3741
- c) 3841
- d) 3825
- e) 3725



15. Hallar el total de puntos de contacto en:

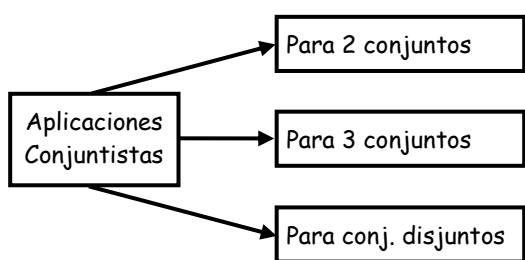
- a) 610
- b) 580
- c) 630
- d) 720
- e) 710



APLICACIONES DE LOS CONJUNTOS

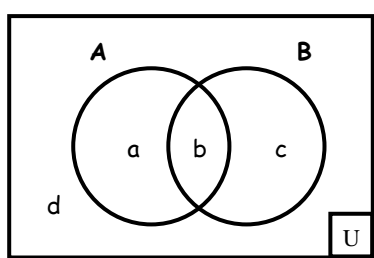
I. INTRODUCCIÓN

II. MAPA CONCEPTUAL



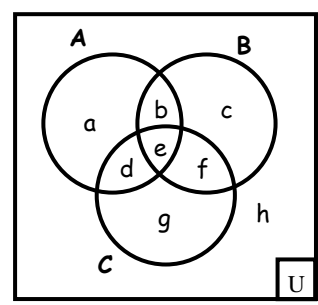
III. CONCEPTOS BÁSICOS

1. Para este tema, deberemos hacer algunas apreciaciones conjuntistas, para que luego usted pueda desarrollar en lo sucesivo estos ejercicios.



La zona → representa
 $a \rightarrow$ Sólo "A" ó $n(A - B) = a$
 $b \rightarrow$ "A" y "B" ó $n(A \cap B) = b$
 $c \rightarrow$ Sólo "B" ó $n(B - A) = c$
 $d \rightarrow$ Ni "A", Ni "B" ó $n[(A \cup B)'] = d$

2. Para 3 conjuntos:



La zona → representa
 $a \rightarrow$ Sólo "A" ó $n[A - (B \cup C)] = a$
 $b \rightarrow$ Sólo A y B ó $n[(A \cap B) - C] = b$
 $c \rightarrow$ Sólo "B" ó $n[B - (A \cup C)] = c$
 $d \rightarrow$ Sólo A y C ó $n[(A \cap C) - B] = d$
 $e \rightarrow$ "A", "B" y "C" ó $n[(A \cap B \cap C)] = e$
 $f \rightarrow$ Sólo "B" y "C" ó $n[(B \cap C) - A] = f$
 $g \rightarrow$ Sólo "C" ó $n[C - (A \cup B)] = g$
 $h \rightarrow$ Ni "A", Ni "B", Ni "C" ó $n[(A \cup B \cup C)'] = h$

3. Para conjuntos disjuntos 2 a 2

Ejemplo: Hombres y mujeres provincianos y no provincianos.

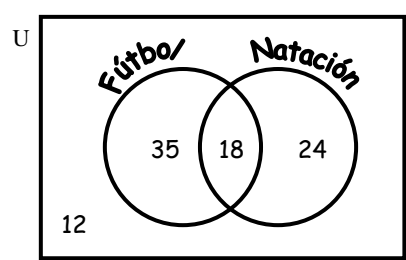
	Hombres	Mujeres
Provincianos	a	b
No Provincianos	c	d

La zona → representa
 $a \rightarrow$ hombres provincianos
 $b \rightarrow$ mujeres provincianas
 $c \rightarrow$ hombres no provincianos
 $d \rightarrow$ mujeres no provincianas



IV. EJEMPLOS ILUSTRATIVOS

1. El siguiente diagrama de Venn representa los alumnos matriculados en una academia deportiva. De acuerdo a esta información responda las preguntas.



a) ¿Cuántos alumnos están inscritos en fútbol?

Rpta.: _____

b) ¿Cuántos están inscritos en natación?

Rpta.: _____

c) ¿Cuántos en fútbol o natación?

Rpta.: _____

d) ¿Cuántos en fútbol y natación?

Rpta.: _____

e) ¿Cuántos alumnos tiene la academia?

Rpta.: _____

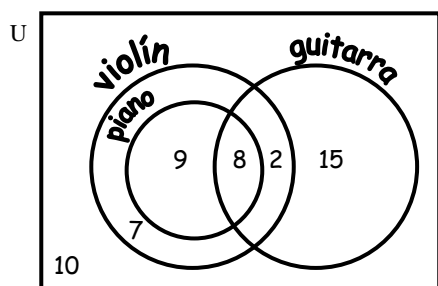
f) ¿Cuántos están inscritos sólo en natación?

Rpta.: _____

g) ¿Cuántos no están inscritos en fútbol ni en natación?

Rpta.: _____

2. El siguiente diagrama de Venn muestra los instrumentos que tocan un grupo de músicos.



De acuerdo a esta información responde:

a) ¿Cuántos tocan el violín?

Rpta.: _____

b) ¿Cuántos tocan el piano?

Rpta.: _____

c) ¿Cuántos tocan sólo guitarra?

Rpta.: _____

d) ¿Cuántos tocan el violín pero no el piano?

Rpta.: _____

e) ¿Cuántos tocan el violín y la guitarra?

Rpta.: _____

f) ¿Cuántos tocan el piano o la guitarra?

Rpta.: _____

g) ¿Cuántos tocan el violín y la guitarra pero no el piano?

Rpta.: _____

3. De un grupo de alumnos se sabe que a 28 les gusta matemática, a 40 les gusta física y a 12 ambos cursos. Si a 15 no les gusta física ni matemática. ¿Cuántos alumnos hay en total?

Rpta.: _____

4. En una encuesta realizada a 150 personas sobre el canal de televisión de su preferencia se obtuvo la siguiente información:

- 90 ven Panamericana
- 70 ven Frecuencia Latina
- 32 ven ambos canales

¿Cuántos ven otros canales?

Rpta.: _____

5. En una reunión hay 50 personas y en un momento dado se observa que 32 personas fuman, 25 beben y 10 no fuman ni beben, ¿Cuántos sólo fuman o beben?

Rpta.: _____





Ejercicios de Aplicación

- De un grupo de 80 personas se observa que:
 - la mitad compra el diario el Comercio.
 - los $\frac{2}{5}$ compran el Expreso
 - los $\frac{3}{16}$ compran otros diarios
 ¿Cuántas personas compran ambos diarios?

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9
- En una encuesta realizada a 150 personas acerca de su preferencia por las emisoras de radio se obtuvo la siguiente información:
 - 52 escuchan radio Ritmo
 - 48 escuchan radio Miraflores
 - 37 escuchan radio Moda
 - 15 escuchan radio Ritmo y Miraflores
 - 14 escuchan radio Moda y Miraflores
 - 13 escuchan radio Ritmo y Moda
 - 8 escuchan las tres radios mencionadas
 ¿Cuántas personas escuchan radio ritmo pero no radio moda?

a) 39 b) 40 c) 41
d) 42 e) 43
- De 140 alumnas de un centro de idiomas se sabe que:
 - 62 estudian inglés
 - 56 estudian francés
 - 54 estudian alemán
 - 18 estudian inglés y francés
 - 20 estudian francés y alemán
 - 22 estudian inglés y alemán
 - 6 estudian los 3 idiomas
 ¿Cuántos alumnos estudian otros cursos?

a) 21 b) 22 c) 23
d) 24 e) 25
- De un grupo de 150 turistas que regresaron a su país de origen se obtuvo la siguiente información:
 - 75 visitaron el Cuzco
 - 59 visitaron Iquitos
 - 48 visitaron Huaraz
 - 18 visitaron sólo Cuzco e Iquitos
 - 9 visitaron sólo Huaraz y Cuzco
 - 21 visitaron sólo Huaraz
 - 25 visitaron otras ciudades
 ¿Cuántos visitaron sólo Iquitos?

a) 20 b) 21 c) 22
d) 23 e) 24
- En una encuesta realizada a 400 personas acerca de sus preferencias por los chocolates se obtuvo los siguientes resultados:
 - 175 prefieren Cañonazo
 - 48 prefieren sólo Sublime
 - 120 prefieren sólo Mecano
 - 27 prefieren Cañonazo y Sublime
 - 30 prefieren Cañonazo y Mecano
 - 39 prefieren Mecano y Sublime
 - 57 prefieren Sublime pero no Mecano
 ¿Cuántos prefieren por lo menos dos de los chocolates mencionados?

a) 56 b) 57 c) 58
d) 59 e) 60
- De un grupo de 80 alumnos, 40 estudian inglés, 32 francés y 14 otros idiomas. ¿Cuántos estudian inglés y francés?

a) 10 b) 8 c) 9
d) 6 e) 4
- En un región hay 160 personas y en un momento dado se observa que la cuarta parte beben, la quinta parte fuman y la décima parte fuman y beben. ¿Cuántas personas no fuman ni beben?

a) 104 b) 96 c) 84
d) 72 e) 62
- Karina comió panetón o chocolate todas las mañanas del mes de diciembre. Si 19 mañanas comió panetón y 26 mañanas comió chocolate. ¿Cuántas mañanas comió sólo uno de los dos?

a) 14 b) 17 c) 21
d) 12 e) 10
- En una población se sabe que: 46% toman leche, el 38% come huevos y los que sólo comen huevo o los que sólo toman leche son el 56%. ¿Cuál es el porcentaje de los que no toman leche ni comen huevo?

a) 36% b) 38 c) 42
d) 28 e) 30
- De un grupo de 70 estudiantes, se observa que 15 estudian sólo inglés; 30 estudian francés y 10 sólo francés; 26 estudian alemán y 8 solo alemán. Además 7 estudian los tres idiomas y 11 estudian otros idiomas. ¿Cuántos estudian inglés?

a) 26 b) 28 c) 30
d) 36 e) 41



Tarea Domiciliaria

11. Para ingresar al colegio Trilce, un grupo de 80 niños dieron 3 exámenes para ser admitidos, al final, se supo que:

- 28 aprobaron el primer examen
- 32 aprobaron el segundo examen
- 30 aprobaron el tercer examen
- 8 aprobaron sólo el primer y segundo examen
- 10 aprobaron el segundo y tercer examen
- 4 aprobaron los 3 exámenes
- 18 no aprobaron examen alguno

¿Cuántos alumnos fueron admitidos si sólo se necesita aprobar dos exámenes?

- a) 20 b) 24 c) 32
d) 36 e) 18

12. De 205 integrantes de un club deportivo, 110 se inscribieron en fútbol y 70 en natación. Los que se inscribieron en fútbol y natación son la mitad de los que se inscribieron en otros deportes. ¿Cuántos se inscribieron solo en natación?

- a) 25 b) 55 c) 45
d) 60 e) 28

13. De 90 turistas que visitaron Cuzco o Iquitos se sabe que los que visitaron ambas ciudades son la mitad de los que visitaron sólo Cuzco y también son la tercera parte de los que visitaron sólo Iquitos. ¿Cuántos visitaron Cuzco?

- a) 36 b) 32 c) 45
d) 48 e) 42

14. En una encuesta realizada a 95 personas se obtuvo la siguiente información:

- 9 personas consumen los productos "A" y "B" pero no "C"
- 10 personas consumen los productos "B" y "C" pero no "A"
- 15 personas consumen los productos "A" y "C" pero no "B"
- 22 personas consumen los productos "A" y "C"
- 18 personas consumen otros productos

¿Cuántas personas consumen sólo uno de los productos mencionados?

- a) 32 b) 36 c) 38
d) 40 e) 42

15. De 400 personas que leen por lo menos 2 ó 3 diarios, se observa que 155 leen El Comercio y El Expreso, 260 leen El Comercio y La República y 135 leen La República y El Expreso. ¿Cuántas personas leen los tres diarios?

- a) 48 b) 56 c) 62
d) 75 e) 81

1. En un instituto de idiomas están matriculados 260 alumnos, 120 en inglés, 90 francés y los que están matriculados en inglés y francés son la tercera parte de los que se matricularon en otros idiomas. ¿Cuántos están matriculados sólo en Francés o Inglés?

- a) 160 b) 140 c) 120
d) 150 e) 125

2. De 100 alumnos del colegio Trilce se sabe que a 60 no les gusta matemática a 52 no les gusta Lenguaje. El número de alumnos que no les gusta ninguno de los dos cursos mencionados es numéricamente igual al número de alumnos que sólo les gusta matemáticas. ¿A cuántos alumnos les gusta sólo lenguaje?

- a) 10 b) 28 c) 38
d) 34 e) 50

3. En el último campeonato nacional de atletismo participaron 98 deportistas, de los cuales 22 hombres venían de provincia y 24 mujeres eran limeñas. El número de hombres limeños excedía en 20 al número de mujeres provincianas. ¿Cuántos participantes fueron de provincia?

- a) 22 b) 38 c) 34
d) 28 e) 36

4. En una conferencia internacional se observa que 68 banderas empleaban los colores azul, rojo o blanco. Cada una empleaba por lo menos dos colores y 25 de ellas empleaban el rojo y el azul; 15 el rojo y blanco y 36 el blanco y azul. ¿Cuántas banderas empleaban los 3 colores mencionados?

- a) 5 b) 7 c) 4
d) 11 e) 12

5. En un salón de clases de la Universidad Católica hay 65 alumnos, de los cuales 30 son hombres, 40 son mayores de edad y 12 señoritas no son mayores de edad. ¿Cuántos hombres no son mayores de edad?

- a) 10 b) 12 c) 13
d) 15 e) 18

6. En una escuela de 135 alumnos, 90 practican fútbol, 55 básquetbol y 75 natación, si 20 alumnos practican los 3 deportes y 10 no practican ninguno. ¿Cuántos practican un deporte y sólo uno?

- a) 50 b) 55 c) 60
d) 40 e) 65

7. A una conferencia internacional asistieron 430 personas. Luego de revisar las fichas de inscripción se supo que 195 eran americanos, 134 europeos y 165 abogados; de estos últimos 58 eran americanos y 62 europeos. ¿Cuántos no eran abogados ni europeos?

- a) 152 b) 136 c) 128
d) 175 e) 193

8. De un grupo de 160 personas que tienen los ojos negros o marrones, se sabe que el número de hombres que tienen ojos marrones es la cuarta parte del número de mujeres que tienen ojos negros, la sexta parte del número de personas que tiene ojos marrones y la séptima parte del número de hombres. ¿Cuántas mujeres tienen ojos negros?

- a) 20 b) 30 c) 40
d) 50 e) 60

9. De un grupo de deportistas se sabe que todos los que practican natación también practican fútbol, además:

- 27 practican básquet
- 15 practican fútbol y básquet
- 10 practican natación
- 7 practican básquet y natación
- 9 practican otros deportes

Además los que practican sólo básquet son numéricamente iguales a los que practican fútbol pero no natación. ¿Cuántos deportistas conforman el grupo?

- a) 43 b) 45 c) 72
d) 68 e) 51

10. Se realizó una encuesta a un grupo de personas y se sabe que 52 de ellos trabajan, 63 son mujeres, de las cuales 12 estudian pero no trabajan. De los varones, 32 trabajan o estudian y 21 no trabajan ni estudian. ¿Cuántas mujeres no estudian ni trabajan, si 36 varones no trabajan?

- a) 16 b) 20 c) 24

- d) 32 e) 38

11. En la sección de 3ro. "B" hay 25 alumnos, se sabe que a 12 alumnos les gusta el curso de historia y a 18 el curso de lenguaje. Si a todos les gusta al menos uno de los 2 cursos mencionados, ¿A cuántos les gusta sólo historia o sólo lenguaje?

- a) 15 b) 12 c) 18
d) 23 e) 20

12. De un grupo de 43 personas se sabe que:

- 26 hablan alemán
- 10 hablan inglés
- 15 hablan español
- 2 hablan alemán y español
- 3 hablan inglés y español
- 5 hablan inglés y alemán
- 1 habla los 3 idiomas mencionados

- a) ¿Cuántos hablan español o inglés pero no alemán?
b) ¿Cuántos no hablan estos idiomas mencionados?

- a) 22 y 8 b) 16 y 1 c) 20 y 6
d) 17 y 1 e) N.A.

13. De un grupo de 12 alumnos que asisten a sus clases 3 viajan siempre caminando, 6 usan micro y 7 combi para ir a su colegio. ¿Cuántos vienen algunas veces en micro y otras en combi?

- a) 4 b) 3 c) 2
d) 1 e) 0

14. De 30 personas que viajan rumbo a Europa, 16 dijeron que visitarían Francia, 16 Inglaterra y 11 Suiza; 5 de los encuestados viajarán a Francia y Suiza, y 3 de ellos visitarán también Inglaterra; 5 van a Suiza y 8 sólo a Inglaterra. ¿Cuántos van sólo a Francia?

- a) 2 b) 3 c) 8
d) 5 e) 7

15. De 50 personas, se sabe que:

- 5 mujeres tienen ojos negros
 - 16 mujeres no tienen ojos negros
 - 14 mujeres no tienen ojos azules
 - 10 hombres no tienen ojos negros o azules
- ¿Cuántos hombres tienen ojos negros o azules?

- a) 19 b) 20 c) 17
d) 18 e) 21



Curiosidades Matemáticas

1. La invención del 0 se debe a los hindúes en el siglo IX, fueron los árabes los que lo introdujeron en Europa. Al parecer, el primer matemático importante que hizo uso del signo 0 fue el árabe Muhammad Ibn Al - Khwarizmi, en el 810 de nuestra era, aunque no adquirió su actual significado hasta el siglo XVII.

2. El número raíz cuadrada de dos aparece por primera vez al aplicar los griegos el Teorema de Pitágoras para calcular la diagonal de un cuadrado de lado 1.

3. De los tres pueblos orientales (Chino, Hindú y Árabe) que influyeron en el progreso de las matemáticas, fueron los hindúes los más importantes en aportaciones originales: conservaron los trabajos de los griegos, inventaron el sistema de numeración decimal, el uso del cero como símbolo operatorio, establecieron diferencias entre números enteros positivos y negativos, que interpretaron como créditos y débitos.

4. En el año 1761, Lambert (matemático alemán) demostró que π es un número irracional, es decir, no es expresable mediante una fracción de números enteros.

5. El número irracional π es un número trascendente, por no ser solución de ninguna ecuación de coeficientes enteros; esto lo demostró Ferdinand Lindemann (matemático, alemán, 1852 - 1939).

6. La regla de los signos de la multiplicación:
 + por + da +
 - por - da +
 - por + da -
 + por - da -

Apareció por primera vez en un libro publicado en Francia en el siglo XV entre la ciencia del lenguaje y la ciencia de los números hay cierta analogía: Dos negaciones seguidas equivalen a una afirmación.

7. Una propiedad curiosa del número 12345679 es que los múltiplos que resultan al multiplicarlo por: 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, se escriben con una sola cifra.

8. La divisibilidad por 2, 5, 3 y 9 ya era conocida por los hindúes bastante antes de nuestra era. En cambio, el criterio de divisibilidad por 11 no se conoció hasta el siglo XVI.

9. Paolo Ruffini, matemático italiano (1765 - 1822) publicó su famosa regla en 1804. Esencialmente coincide con la publicada en 1819 por el inglés W.G. Horner. Antecedentes de esta regla se han encontrado en trabajos de matemáticos chinos en el siglo XIII.

10. ¿Por qué se suicidó El Libro de Matemática? Porque tenía muchos problemas.

11. ¿Quién inventó las fracciones? Enrique Octavo.



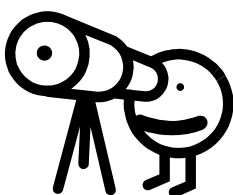
LOS POLINOMIOS

POLINOMIOS

Suma limitada de monomios, no semejantes.

Ejm.:

- $4x^2y^3 + 2x^4y^2 - x^3y$
- $x^5 + x^3 + 2x + 1$



NOTACIÓN

Un polinomio cuya única variable es x puede ser representado así: $P(x)$

Lo cual se lee: "P de x " o "P en x "

y significa: polinomio cuya única variable es x .

En general, un polinomio de $(n + 1)$ términos puede ser expresado así:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_0 x^0$$

Donde:

- x es la variable cuyo mayor exponente es n .
- $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_0$ son los coeficientes de $P(x)$.
- a_n : coeficiente principal; $a_n \neq 0$
- a_0 : término independiente.

GRADO ABSOLUTO (G.A.)

Esta representado por el monomio de mayor grado.

$$P(x) = x^7 + x^5 + 4$$

$$GA = 7$$

$$P(x, y) = x^{12}y^5 + x^4y + 4$$

$$GA = 17$$

GRADO RELATIVO (G.R.)

Esta representado por el mayor exponente de la variable referida.

$$P(x, y) = 2x^3y^5 - 4x^4y^3 - 1y^5$$

$$GR(x) = 4, GR(y) = 5$$

Ejm.:

En el siguiente polinomio:

$$P(x) = x^{a+1} + 2x^{a-3} + 7x^{a-5}$$

Calcular el valor de "a" si $GA = 14$

Solución:

El grado absoluto es:

$$a + 1 = 14$$

$$a = 13$$



Ejm. : En el polinomio:

$$P(x, y) = 7x^2y^{b+4} - 5x^3y^{b-1} - x^2y^{b+7}$$

Calcular el valor de "b" $GR_y = 10$

Solución:

El grado relativo con respecto a "y" es:

$$b + 7 = 10$$

$$b = 3$$



EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Colocar verdadero o falso según corresponda:

$$P(x) = 4x^4 - 5x^6 + 2x^2 + 6$$

- I. El polinomio es de grado 4. ()
 II. El término independiente es 6. ()
 III. La suma de coeficientes es 7. ()

2. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?

- I. $\sqrt[4]{3x}$ es un monomio de grado 4.
 II. $P(x) = 5 + 3x^2 + x^{-3}$ es un polinomio.
 III. $P(x) = \frac{3}{2}x^4 - 5x^2 + \frac{1}{4}$ es un polinomio en \mathbb{Q} .

- a) Sólo I b) Sólo II c) Sólo III
 d) I y II e) Todas

3. En el siguiente polinomio:

$$P(x) = x^{2a+1} + 6x^{2a+3} - 5x^{2a+4}$$

Calcular el valor de "a". Si: $GA = 14$

- a) 2 b) 3 c) 4
 d) 5 e) 6

4. En el siguiente polinomio:

$$P(x) = 2x^{a-2} + 6x^{a-4} + 8x^{a-6}$$

Calcular el valor de "a". Si: $G.A. = 13$

- a) 15 b) 14 c) 13
 d) 10 e) 12

5. En el polinomio:

$$P(x, y) = x^{2a}y^4 - 3x^{2a}y^6 - x^{2a}$$

Calcular el valor de "a" $G.A. = 20$

- a) 7 b) 8 c) 10
 d) 11 e) 14

6. En el polinomio:

$$P(x, y) = x^{2a+4}y - 7x^{a-5}y^2 - 8x^{a-3}y^2$$

Calcular el valor de "a" si $GR_x = 10$

- a) 4 b) 5 c) 3
 d) 9 e) 10

7. En el polinomio:

$$P(x, y) = 5x^3y^{b+6} - 4x^2y^{b+2} - x^2y^{b+3}$$

Calcular el valor de "b" $GR_y = 12$

- a) 4 b) 6 c) 8
 d) 10 e) 12

8. En el polinomio:

$$P(x, y) = ax^{a-4} + 3x^ay^3 + 2y^a$$

Calcular la suma de sus coeficientes. Si $GA = 12$

- a) 10 b) 12 c) 14
 d) 15 e) 16

9. Indicar la suma de coeficientes del polinomio:

$$P(x, y) = ax^{a-4}y^{b-2} + bx^{a+2}y^b - 4x^{a-2}y^{b+3}$$

Siendo: $GA = 8$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

10. Calcular el valor de "n" en:

$$P_{(x,y)} = 6x^{\frac{n}{2}}y^3 + 2x^2y^{\frac{n}{3}} + 1 \text{ siendo } n < 8$$

- a) 6 b) 8 c) 4
 d) 5 e) 2

11. Determine el GA del polinomio:

$$P_{(x,y)} = x^{a-10}y^{\frac{a}{2}+1} + x^{a-9}y^{\frac{a}{4}+3} + x^{a+1}y^{a-9}$$

Sabiendo que $9 < GR(x) < 14$

- a) 9 b) 13 c) 16
d) 19 e) 21

12. En el siguiente polinomio:

$$P(x, y) = x^{a+1}y^{2b+3} - x^{a+3}y^{2b+1} + x^{a+5}y^{2b-1} - x^{a+7}y^{2b-3}$$

De donde: $GR(x) = 9$; $GR(y) = 9$

Calcular el G.A. del polinomio.

- a) 3 b) 5 c) 12
d) 9 e) 18

13. Determine el mayor grado relativo de una de sus variables:

$$P(x,y) = x^{3k-1}y^{k+1} + x^{2k+3}y^{2k+5} + x^{k+2}y^{3k-4}$$

Sabiendo GA del polinomio es 16.

- a) 5 b) 7 c) 9
d) 11 e) 13

14. En el siguiente polinomio:

$$P_{(x,y)} = (2n-1)x^{\frac{(3n-5)}{2}} + 2ny^{\frac{(9-2n)}{3}}$$

Calcular: "n"

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

15. Del problema anterior señalar la suma de coeficientes:

- a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 11

TAREA DOMICILIARIA

1. Colocar verdadero o falso según corresponda:

$$P(x) = 3x^5 - 2x^3 + 3x^2 + 7$$

- I. El polinomio es de grado 5. ()
II. El término independiente es 3. ()
III. La suma de coeficientes es 15. ()

2. La suma de coeficientes del polinomio:

$$P(x) = 4x^5 + 5x^4 - 6x^3 + (7 - n)x + 3n \text{ es de } 16$$

Señalar el término independiente.

- a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 9

3. En el siguiente polinomio:

$$P(x) = x^{a+1} + 2x^{a-3} + 7x^{a+4}$$

Calcular el valor de "a" si GA = 13

- a) 8 b) 9 c) 10
d) 11 e) 12

4. En el polinomio:

$$P(x, y) = x^2y^a + 2x^3y^a - 5^{a+5}$$

Calcular el valor de "a" si GA = 8

- a) 2 b) 3 c) 1
d) 0 e) 4

5. En el polinomio:

$$P(x, y) = x^{3a}y^2 - 2x^{3a}y^3 - x^{3a}$$

Calcular el valor de "a" GA = 9

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

6. En el polinomio:

$$P(x, y) = x^7 - 4x^2y^b + by^{b+3}$$

Calcular la suma de coeficientes si $GR_y = 10$

- a) 0 b) 1 c) 2
d) 6 e) 4

7. En el polinomio:

$$P(x, y) = 6x^2y^{b+3} + 2x^3y^{b+4} + x^4y^{b+5}$$

Calcular el valor de "b" $GR_y = 15$

- a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 14

8. En el polinomio:

$$P(x, y) = nx^{n-3} + 2x^ny^2 + 4y^n$$

Calcular la suma de sus coeficientes si $GA = 8$

- a) 10 b) 11 c) 12
d) 14 e) 15

9. Indicar la suma de coeficientes del polinomio:

$$P(x, y) = ax^{a-2}y^b + bx^{a+3}y^{b+1} + 3x^{a-1}y^{b-2}$$

Siendo: $GA = 10$

- a) 3 b) 5 c) 1
d) 9 e) 12

10. Calcular el valor de "n" en:

$$P_{(x,y)} = 2x^{\frac{n}{4}}y^2 + 2x^3y^{\frac{n}{3}} + 3$$

Siendo: $n < 15$

- a) 10 b) 12 c) 13
d) 14 e) 9

11. Señalar la suma de coeficientes del polinomio:

$$P_{(x)} = nx^{\frac{n}{2}} + 2nx^{\frac{n}{3}} + 3x^{7-n} - 4x^{n-5}$$

- a) 19 b) 17 c) 15
d) 13 e) 11

12. En el polinomio:

$$P_{(x,y)} = \sqrt[3]{x}^{n-1} + \sqrt[4]{y}^{15-n}$$

Determine "n"

- a) 3 b) 5 c) 7
d) 9 e) 11

13. Determine el mayor grado relativo de una de sus variables:

$$P(x, y) = x^{2k+4}y^{k+2} + x^{2k-1}y^{k+1} + 4x^{k+2}y^{2k-1}$$

Sabiendo GA del polinomio es 15.

- a) 6 b) 8 c) 10
d) 12 e) 13

14. En el siguiente polinomio:

$$P_{(x,y)} = (n+3)x^{\frac{(n-3)}{2}} + 2ny^{\frac{(6-3n)}{3}}$$

Calcular: "n"

- a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 7

15. Del problema anterior señalar la suma de coeficientes:

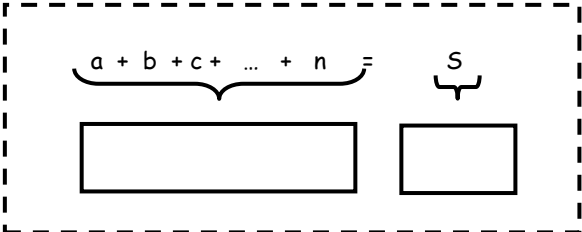
- a) 10 b) 11 c) 12
d) 14 e) 16

CUATRO OPERACIONES

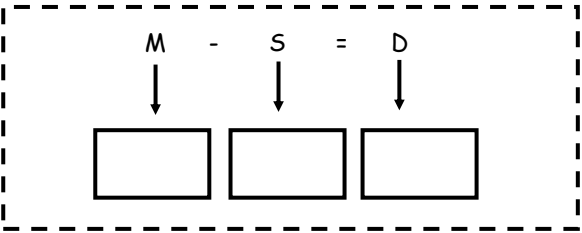
En este capítulo se va a estudiar las 4 operaciones fundamentales (adición, sustracción, multiplicación y división). Daremos énfasis al análisis de los problemas tipo; los cuales serán resueltos empleando solo operaciones básicas, lo que no descarta que se den como notas adicionales algunos métodos



I. ADICIÓN



II. SUSTRACIÓN



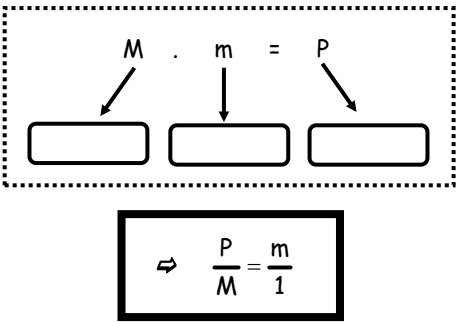
Donde : $M + S + D = \text{[]}$



Complemento Aritmético
 C.A. (\overline{a}) = $10 - a = \overline{10 - a}$
 C.A. (\overline{ab}) = =
 C.A. (\overline{abc}) = =
 C.A. (\overline{abcd}) = =

NOTA

III. MULTIPLICACIÓN



IV. DIVISIÓN

Exacta	Inexacta
$D \overline{)d}$ $(0) \quad q$	$D \overline{)d}$ $(r) \quad q$
$\Rightarrow D = dq$	$\Rightarrow D = dq + r$
Residuo : $D \in \underline{\hspace{2cm}}$ $d \in \underline{\hspace{2cm}}$ $q \in \underline{\hspace{2cm}}$	Residuo máximo : $d > r \underline{\hspace{2cm}}$ $D, q \in \underline{\hspace{2cm}}$ $d \in \underline{\hspace{2cm}}$

V. OPERACIONES COMBINADAS

Conociendo la suma (S) y diferencia (D) de 2 números.

$\# \text{ Mayor} = \frac{S+D}{2}$
$\# \text{ Menor} = \frac{S-D}{2}$

¡¡ Practiquemos con los siguientes problemas solo debemos emplear operaciones básicas no lo olvides... !!



EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Una persona deja al morir a c/u de sus hijos S/.840. Habiendo fallecido uno de ellos, la herencia de este se repartió entre los demás, recibiendo entonces c/u S/.1120. ¿Cuál era la fortuna dejada y cuántos hijos eran?
 - a) S/.3360 ; 3
 - b) 3630 ; 4
 - c) 3603 ; 3
 - d) 3300 ; 4
 - e) N.A.
2. Desde los extremos de una carretera parten 2 ciclistas al encuentro uno del otro con velocidades de 18km. por hora el uno y el otro 12km por hora. ¿Cuánto tiempo tardarán en encontrarse si la carretera tiene una longitud a 300 km?.
 - a) 8 h
 - b) 9
 - c) 10
 - d) 12
 - e) N.A.
3. Una persona quiere rifar un reloj de un precio determinado emitiendo para esto cierto número de acciones. Si vende en 2000 soles cada acción perderá 30 000 soles y vendiendo en 5000 soles la acción ganará 60 000 soles. ¿Cuánto vale el reloj y cuántas son acciones?
 - a) S/. 10 000; 30 acciones (boletos)
 - b) S/. 80 000 ; 30 acciones
 - c) 120 000 ; 40 acciones
 - d) 160 000 ; 50 acciones
 - e) N.A.
4. A un baile asistieron 52 personas, una primera dama baila con 5 caballeros, una segunda dama baila con 7 y así sucesivamente, hasta que la última baila con todos los caballeros. ¿Cuántas damas concurren?
 - a) 28
 - b) 26
 - c) 24
 - d) 30
 - e) N.A.
5. Si trabaja los lunes, un peón economiza 40 000 soles semanales; en cambio, la semana que no trabaja el día lunes, tiene que retirar 2 000 soles de sus ahorros. Si durante 10 semanas logra economizar S/.220 000. ¿Cuántos lunes dejó de trabajar en estas 10 semanas?.
 - a) 1
 - b) 9
 - c) 5
 - d) 3
 - e) 7
6. Manuel compró cierto número de ovejas por valor de 6 000 dólares. Ha vendido de ellas; por valor de 1800 dólares, a 120 dólares cada oveja, perdiendo en c/u 30 dólares. ¿A cómo debe vender c/u de las restantes para resultar ganando 600 dólares sobre lo pagado en la compra de todas?. (o sea para sacar 6 600 dólares en la venta?).
 - a) \$180
 - b) 192
 - c) 172
 - d) 1760
 - e) N.A.
7. Miguel y Percy juegan sobre la base de que en cada jugada ganada se ganen 5000 soles. Después de 20 jugadas Miguel resultó ganando 40 000 soles. ¿Cuántas jugadas de las veinte gana c/u?.
 - a) 10 y 10
 - b) 12 y 8
 - c) 14 y 6
 - d) 16 y 4
 - e) N.A.
8. Al término de una reunión, hubieron 28 estrechadas de mano, suponiendo que c/u de los participantes fue cortes con c/u de los demás, el número de personas presentes fue:
 - a) 14
 - b) 56
 - c) 28
 - d) 8
 - e) 7
9. Un microbús parte de la plaza 2 de mayo en dirección a comas, llega al paradero final con 53 pasajeros; sabiendo que c/pasajero cuesta S/.3 y se ha recaudado en total S/.195, que en cada paradero bajaba 1 pasajero pero subían 3. ¿Cuántos pasajeros partieron del paradero inicial?.
 - a) 31
 - b) 25
 - c) 27
 - d) 29
 - e) 33
10. El número de 3 cifras que restando de su complemento aritmético da 286 es:
 - a) 357
 - b) 753
 - c) 375
 - d) 537
 - e) N.A.
11. Si se cumple que: $\overline{1ab} \times (C.A. (\overline{ab})) = 7396$
Determinar el valor de : "a x b"
 - a) 2
 - b) 5
 - c) 3
 - d) 4
 - e) 6
12. El doble de un # de 3 cifras excede al triple de su complemento aritmético en 380. Hallar el #.
 - a) 575
 - b) 676
 - c) 678
 - d) 576
 - e) N.A.
13. Un comerciante compro 30 lapiceros por 54 soles. Si vendió 6 lapiceros a S/.2.00 c/u. ¿Cómo tendrá que vender c/u de los lapiceros restantes para no ganar ni perder?.
 - a) S/. 1,75
 - b) 1,8
 - c) 1,9
 - d) 1,85
 - e) N.A.
14. El residuo de la división de un cierto número entre 13, es 11; pero si dicho número se divide entre 11, el cociente aumenta en 1 y el residuo anterior disminuye en 1 ¿Cuál es el número?.
 - a) 65
 - b) 76
 - c) 75
 - d) 78
 - e) 85
15. Con 105 bolas iguales se forma un triángulo equilátero. ¿Cuántas bolas hay en cada lado?.
 - a) 12
 - b) 13
 - c) 14
 - d) 15
 - e) N.A.

TAREA DOMICILIARIA

Ya tienes una idea más clara de lo que es trabajar con 4 operaciones. Aplica todo lo aprendido en los siguientes problemas...



1. 16 personas tienen que pagar por partes iguales S/.75 000; como algunos son insolventes; cada uno de los restantes tiene que poner S/. 2 812,50 para cancelar la deuda. ¿Cuántas son insolventes?

a) 10	b) 7	c) 6
d) 8	e) 5	
 2. El chofer de un ómnibus observa de que en su recorrido. Han subido sólo adultos pagando c/u S/.22 y cuando bajan 1; suben 3, llegando al paradero final con 56 adultos. Con cuántos inicio su recorrido, si recaudó en total S/.1 760.

a) 16	b) 32	c) 35
d) 40	e) N.A.	
 3. Se han de repartir 160 caramelos entre 45 niños de un salón, dándole 3 caramelos a cada varón y 4 a cada niña. ¿Cuántas niñas hay en esta aula?

a) 32	b) 25	c) 26
d) 28	e) 30	
 4. Pepe ha de multiplicar un #por 50, pero al hacerlo se olvida de poner el cero a la derecha, hallando así un producto que se diferencia del verdadero en 11610. ¿Cuál es el número?

a) 528	b) 825	c) 258
d) 321	e) N.A.	
 5. Al multiplicar por 73 un cierto número, éste aumenta en 26 280. ¿Cuál es el número?

a) 365	b) 563	c) 635
d) 356	e) 653	
 6. Se ha de repartir 180 chocolates entre 50 animales. Cada animal es un mono o un gato. A cada mono le ha de corresponder 3 chocolates y a cada gato 5 chocolates. ¿Cuántos son monos y cuántos son gatos?

a) 16, 34	b) 25, 25	c) 35, 15
d) 28, 22	e) 30, 20	
 7. En una fiesta a la que asistieron 53 personas; en un momento determinado 8 mujeres no bailan y 15 hombres tampoco bailaban, ¿Cuántas mujeres asistieron a la fiesta?

a) 21	b) 20	c) 22
d) 23	e) 24	
 8. Entre 2 personas tienen S/.785, si una de ellas tiene S/.21 a la otra, la diferencia que hay entre las 2 partes aumentaría hasta S/.135. ¿Cuánto tiene c/u?

a) 440 ; 345	b) 439 ; 346	c) 125 ; 660
d) 152 ; 633	e) N.A.	
 9. Natty compra 6 manzanas por S/.4 y vende 4 manzanas por S/.6. ¿Cuántas manzanas tendrá que vender para ganar S/.180?

a) 205	b) 302	c) 216
d) 225	e) 242	
 10. Natty divide la cantidad de dinero que tiene en su cartera entre 100, resultando un número entero "a". Si da "a" monedas de S/.10 aun mendigo, aún le quedan S/.2160. ¿Cuánto tenía en su cartera?

a) 2400	b) 2500	c) 3000
d) 2850	e) 2425	
 11. Para ganar S/.500 en la rifa de un T.V. se hicieron 150 boletos; se vendieron sólo 120 boletos originándose de S/.400. ¿Cuánto valía la T.V.?

a) 5 000	b) 6 000	c) 7 000
d) 4 000	e) 3 000	
- ¿Cuántos números entre 420 y 2780 dan como resto 16 al ser dividido entre 34?
- | | | |
|---------------|-------|-------|
| a) 80 números | b) 60 | c) 90 |
| d) 70 | e) 50 | |
12. El exceso de C.A. de un número de 3 cifras sobre dicho número es 632. Hallar el C.A. de la suma de las cifras del número?

a) 90	b) 89	c) 88
d) 87	e) 86	
 13. Si al minuendo le sumamos 140 y le restamos el cuádruple de la suma del sustraendo más la diferencia. Se obtendrá como resultado el minuendo. Hallar la diferencia original, si el sustraendo es la mayor posible y la suma de sus cifras es 10.

a) 5	b) 6	c) 7
d) 8	e) 9	
 14. Juana compró mesas a 4 por S/.1300 y las vende a 7 por S/.2 700; si ella debe ganar S/.5 100. ¿Cuántas mesas tiene que vender?

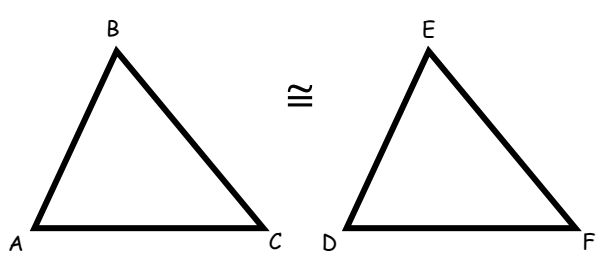
a) 90	b) 35	c) 64
d) 84	e) N.A.	

CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

DEFINICIÓN

Dos o más figuras son congruentes. Si tienen la misma forma y tamaño pero diferente posición.

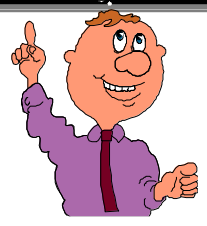
Símbolo *



Si: $\triangle ABC \cong \triangle DEF \Rightarrow$

$\sphericalangle A \cong \sphericalangle D$	$\overline{AB} \cong \overline{DE}$
$\sphericalangle B \cong \sphericalangle E$	$\overline{BC} \cong \overline{EF}$
$\sphericalangle C \cong \sphericalangle F$	$\overline{AC} \cong \overline{DF}$

NO TE OLVIDES
 Los lados y ángulos son congruentes;
 las medidas son iguales.

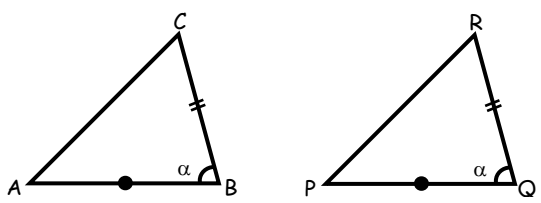


CASOS DE CONGRUENCIA

Es cuando con 3 pares de elementos congruentes (un par tiene que ser obligatoriamente de lados); se puede afirmar que los triángulos son congruentes.

◆ PRIMER CASO (LAL)

Es cuando se tiene dos lados y un ángulo congruentes.

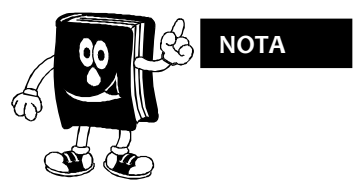


Si: $AB = BC$
 $m\angle B = m\angle Q \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle PQR$
 $BC = QR$



ATENCIÓN

Luego podemos decir que a lados congruentes, se le oponen ángulos congruentes y a ángulos congruentes se le oponen lados congruentes.



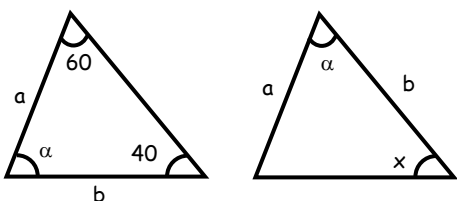
Cuando dos figuras son:

	FORMA	TAMAÑO	POSICIÓN
Iguales			
Congruentes			
Semejantes			

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

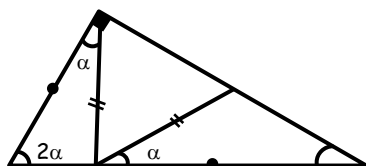
1. Calcular "x"

- a) 60
- b) 40
- c) 30
- d) 20
- e) 100



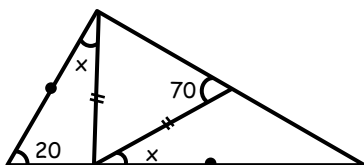
2. Calcular "α"

- a) 45/2
- b) 45
- c) 30
- d) 18
- e) 15



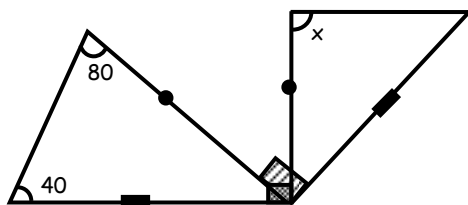
3. Calcular "x"

- a) 50
- b) 40
- c) 20
- d) 30
- e) 60



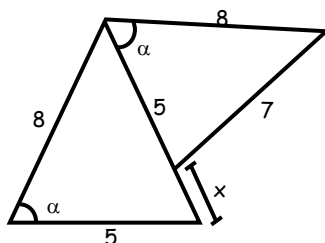
4. Calcular "x"

- a) 60
- b) 80
- c) 110
- d) 120
- e) 40



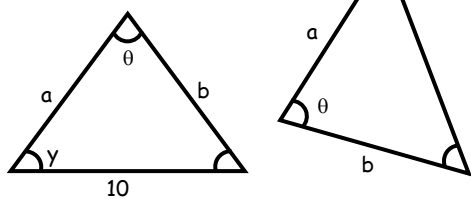
5. Calcular "x"

- a) 3
- b) 4
- c) 2
- d) 1
- e) 7



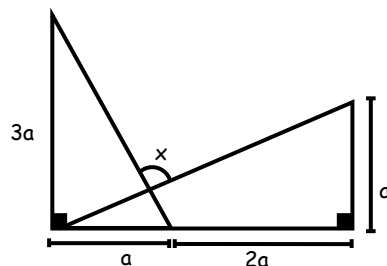
6. Calcular : x + y

- a) 57
- b) 53
- c) 33
- d) 37
- e) 63



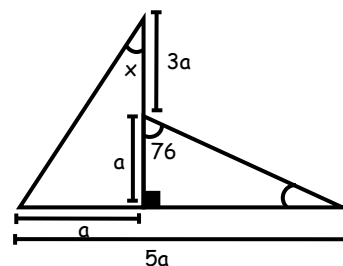
7. Calcular "x"

- a) 45
- b) 75
- c) 90
- d) 60
- e) 30



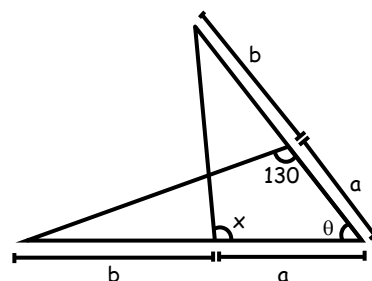
8. Calcular "a"

- a) 76
- b) 14
- c) 38
- d) 7
- e) 28



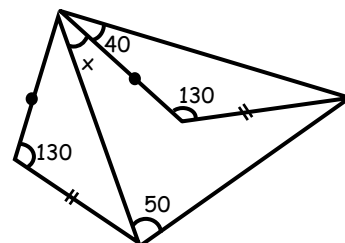
9. Calcular "x"

- a) θ
- b) 130
- c) 50
- d) 65
- e) 100



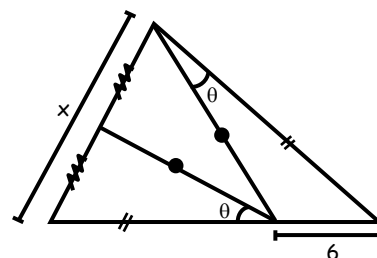
10. Calcular "x"

- a) 40
- b) 50
- c) 30
- d) 60
- e) 20



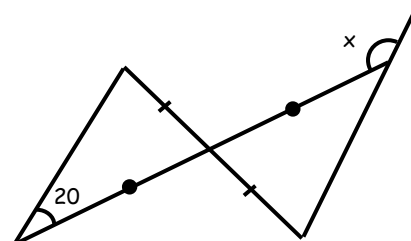
11. Calcular "x"

- a) 6
- b) 3
- c) 18
- d) 12
- e) 15



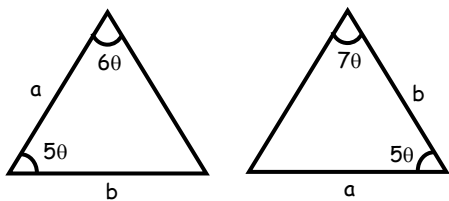
12. Calcular "x"

- a) 20
- b) 160
- c) 80
- d) 40
- e) 120



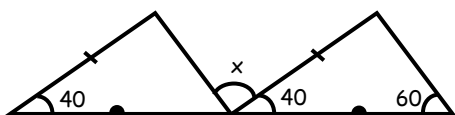
13. Calcular "θ"

- a) 10
- b) 20
- c) 30
- d) 15
- e) 12



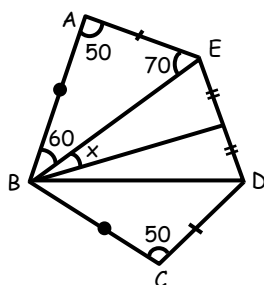
14. Calcular "x"

- a) 100
- b) 80
- c) 120
- d) 90
- e) 110



15. Calcular "x"; si $m \angle ABC = 150$

- a) 30
- b) 15
- c) 10
- d) 20
- e) 40

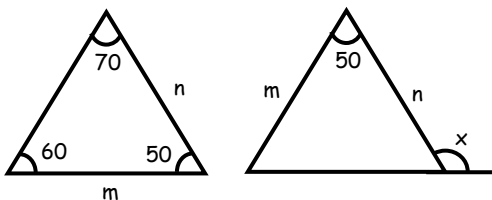


TAREA DOMICILIARIA



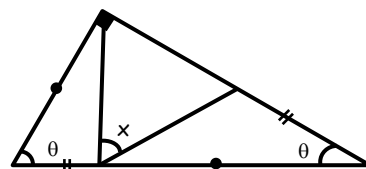
1. Calcular "x"

- a) 60
- b) 70
- c) 120
- d) 110
- e) 130



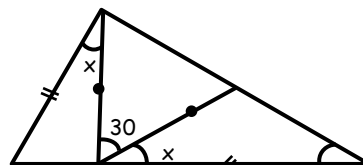
2. Calcular "x"

- a) 45
- b) 60
- c) 30
- d) 15
- e) 20



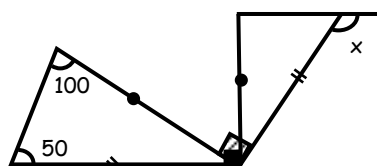
3. Calcular "θ"

- a) 35
- b) 45
- c) 25
- d) 15
- e) 55



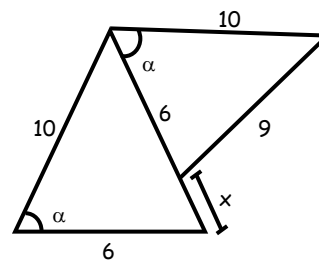
4. Calcular "x"

- a) 30
- b) 130
- c) 80
- d) 150
- e) 90



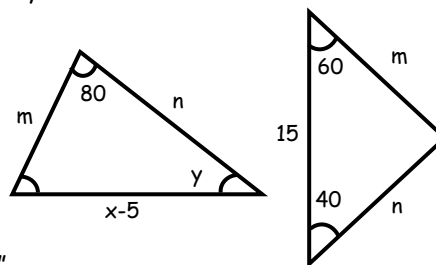
5. Calcular "α"

- a) 3
- b) 4
- c) 2
- d) 5
- e) 6



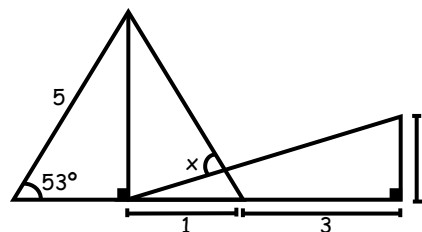
6. Calcular : x + y

- a) 80
- b) 60
- c) 70
- d) 50
- e) 10



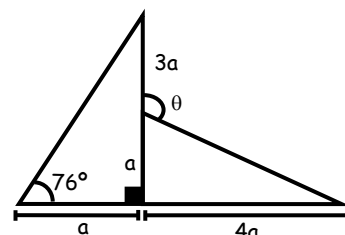
7. Calcular "x"

- a) 90
- b) 45
- c) 75
- d) 14
- e) 74



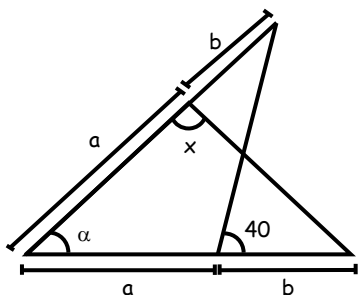
8. Calcular "θ"

- a) 76
- b) 14
- c) 166
- d) 94
- e) 104



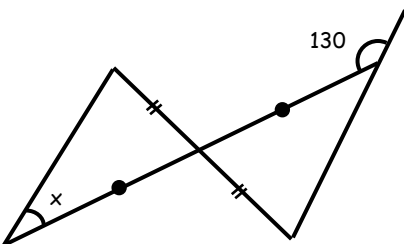
9. Calcular "x"

- a) 40
- b) 140
- c) 120
- d) 130
- e) 150



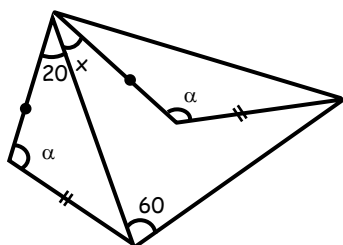
10. Calcular x:

- a) 130
- b) 50
- c) 30
- d) 150
- e) 40



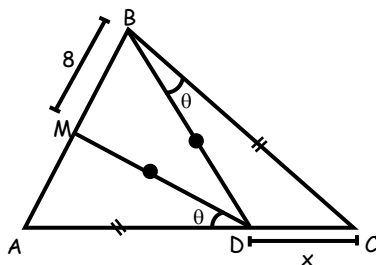
11. Calcular x:

- a) 40
- b) 60
- c) 50
- d) 30
- e) 20



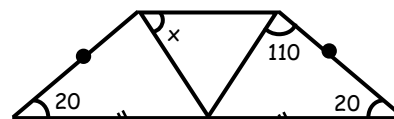
12. Calcular "x"; si DM es mediana

- a) 8
- b) 16
- c) 4
- d) 6
- e) 12



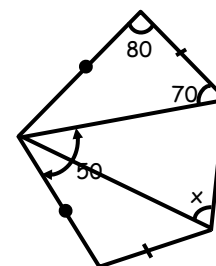
13. Calcular "x"

- a) 50
- b) 60
- c) 40
- d) 80
- e) 70



14. Calcular "x"

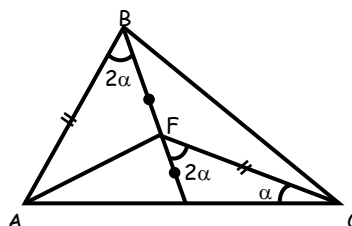
- a) 70
- b) 60
- c) 80
- d) 85
- e) 75



RETO DE LA SEMANA

15. Calcular "α", si : $m \sphericalangle AFC = 120$

- a) 24
- b) 20
- c) 30
- d) 18
- e) 15



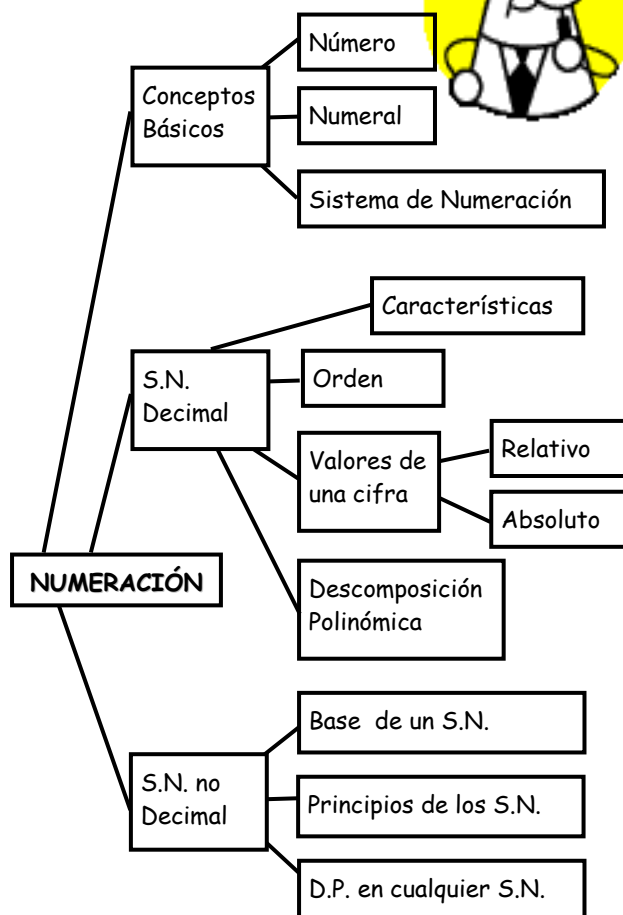
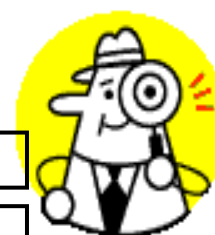
NUMERACIÓN

I. RESEÑA HISTÓRICA

Otra de las civilizaciones más antiguas del mundo es la que nació a orillas del Río Indo, en la India, y que como sus hermanos, las del Nilo y del Eufrates, aprendió sus primeras lecciones de matemáticas a través de la Astronomía, de la necesidad de registrar el tiempo y de la construcción de sus templos. Varios siglos antes de que Roma alcanzase su poderío, los matemáticos de la India habían encontrado ya un valor muy aproximado. En cuanto a la Aritmética práctica, los mercaderes indios habían llegado al mismo grado de progreso que los de Mesopotamia. Hace más de 2000 años, su numeración consistía en una serie de rayitas horizontales. Pero cuando empezaron a usar las hojas de palma seca como material para escribir, procedieron a unir entre sí dichas rayitas, de manera que = se convirtió en Z, y ≡ en ≍, de forma que cada signo, convenientemente usado, servía para indicar el número de fichas o bolitas, que correspondían a cualquier columna del ábaco. Con todo, esto solo no bastaba, ya que si zz, servía simplemente para indicar que se colocaban dos bolitas en dos columnas cualquiera, nadie hubiera podido determinar si su valor era 22, 202, 2020, etc. Así, pues, era indispensable saber además a qué columna pertenecían. Fue sin duda, una persona muy practica en el manejo de los ábacos a quien se le ocurrió el modo de conseguirlo, escribiendo el extremo derecho la cifra correspondiente a las unidades; un poco más a la izquierda, la de las decenas y así sucesivamente, marcando con un punto la columna que debía permanecer vacía. De esta manera, zz significaba 22, en tanto que los signos z.z. equivalían a 2020. Mediante este sistema se evitaba la inútil repetición de signos, y el mismo guarismo servía para escribir cualquier cantidad, fuera cual fuese la columna A que correspondiera. Y su enorme ventaja sobre todos los demás métodos, era la de permitir el cálculo numeral, sin ayuda del ábaco. Porque tanto

los egipcios como los Babilónicos, los griegos, los romanos y los chinos, se habían servido hasta entonces de un signo diferente para el mismo número, según el lugar que ocupaba en el ábaco, con lo cual, para poder realizar el más pequeño cálculo escrito o mental, era preciso disponer de diversas tablas para la suma y la multiplicación adecuadas a cada columna. Por el contrario, con el sistema indio, sirviendo únicamente de nueve signos diferentes, cada uno de los cuales diera un valor determinado a cualquier columna, y de otro signo equivalente a nuestro cero, bastaba con aprenderse una sola tabla que, por su sencillez, podía fácilmente recordarse de memoria.

II. MAPA CONCEPTUAL



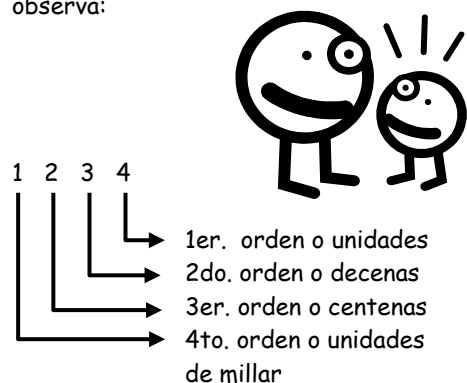
III. CONCEPTOS BÁSICOS

1. **Número.**- Es un ente abstracto, carente de definición, sólo se tiene una idea de él.
2. **Numeral.**- Es la figura o símbolo que representa o da la idea del número, por ejemplo, para el número cinco.
IIIII; V ; 3 + 2; 2² + 1; cinco; five; 5
3. **Sistema Numeración.**- Es un conjunto de símbolos y leyes que nos permiten representar y expresar correctamente los números. Tenemos diversos sistemas de numeración, entre los cuales destaca el sistema de numeración decimal o dúpulo.
4. **Sistema de Numeración Decimal.**- Es el sistema cuyo principio fundamental es que la formación de sus unidades va de diez en diez.

1) Características del Sistema de Numeración Decimal:

- i) En el sistema de numeración decimal existen diez símbolos denominados cifras, que son: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9.
- ii) Con estas diez cifras se pueden formar todos los números posibles mediante las combinaciones entre ellas.
- iii) El mínimo valor que puede tener una cifra es cero (cifra no significativa) y el máximo valor es el 9 (una unidad menos que la base diez).

- 2) **Orden:** Es el lugar que ocupa cada cifra empezada a contar de derecha a izquierda. Así, por ejemplo, para el número 1234, se observa:



- 3) **Valores de una cifra:** Toda cifra que forma parte de un número, puede tomar dos valores:

- i) **Valor Relativo o Posicional:** Es el valor que representa la cifra por la posición que ocupa dentro del número.
- ii) **Valor Absoluto o por su forma:** Es el valor que representa la cifra por la forma que tiene. Ejemplo: Para el número 1234, notamos que la cifra 2 por su posición vale dos decenas, mientras que por su forma vale 2; siendo el primero su valor relativo y el segundo su valor absoluto.

4) Descomposición Polinómica de un numeral del sistema decimal:

"Cualquier número se puede descomponer como la suma de los valores relativos de sus cifras". Así por ejemplo:

$$1234 = 1 \text{ unidad de millar} + 2 \text{ centenas} + 3 \text{ decenas} + 4 \text{ unidades.}$$

En unidades simples, sería:

$$1234 = 1000 + 200 + 30 + 4$$

$$= \underline{1} \times 10^3 + \underline{2} \times 10^2 + \underline{3} \times 10 + \underline{4}$$

Nótese que los exponentes de 10 son el número de cifras que están a la derecha de cada una de las cifras componentes del numeral en general, si representamos a los numerales en forma literal, tendríamos:

- \overline{abc} = Número de 3 cifras
= {100 ; ... ; 999}
 $\overline{abc} = a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c$
- \overline{mnmn} = Número de 4 cifras iguales
= {1111; ... ; 9999}
 $\overline{mnmn} = m \cdot 10^3 + m \cdot 10^2 + m \cdot 10 + m$
= 1111.m
- \overline{abcba} = Número capicúa de 5 cifras
= {10001; 10101; ... ; 99999}
 $\overline{abcba} = 2 \cdot 10^4 + b \cdot 10^3 + c \cdot 10^2 + b \cdot 10 + a$
 $\overline{abcba} = 10001 \cdot a + 1010 \cdot b + 100 \cdot c$

➤ **EJEMPLOS DEMOSTRATIVOS**

1. Escribe la unidad de valor que tiene el dígito subrayado:

a) 34271 ⇒ _____

b) 62192 ⇒ _____

c) 5314123 ⇒ _____

d) 235 ⇒ _____

e) 1231 ⇒ _____

f) 457421 ⇒ _____

2. Indicar la suma de la cifra del primer orden más la cifra del sexto orden de: 42399981301

Rpta.: _____

3. Calcular el valor relativo de la cifra de cuarto orden de: 29432167

Rpta.: _____

4. Calcular la suma del mayor y menor número que se puede formar con todos los elementos de "A"
A = {4; 2; 7; 9}

Rpta.: _____

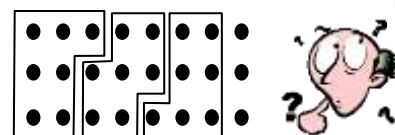
5. Calcular el valor de "A", si 1232 es el doble de $\overline{A1A}$.

Rpta.: _____

5. **Otros Sistemas de Numeración.**- En esta semana queridos alumnos estudiaremos otros sistemas de numeración; para lo cual, generalizaremos algunos conceptos dados en el tema anterior.

1. **Base de un sistema de numeración:**

Es el número de unidades de un orden cualquiera que forma una unidad de un orden inmediato superior. También se define como aquella que nos indica el número de cifras disponibles en un sistema de numeración, para escribir o representar cualquier número.



Se representa: $33_{(7)}$ y se lee: 3 grupos de 7 y 3 unidades simples en base 7 ó tres de la base 7.

Como vera usted, querido alumno, la base se coloca en la parte inferior de la derecha del número como subíndice y si en caso no aparece se asumirá que está en base 10 (ver sistema de numeración decimal).

Condiciones de la base:

- a) Debe ser entero: $b \in \mathbb{Z}$
- b) Debe ser positivo: $b \in \mathbb{Z}^+$
- c) Debe ser mayor o igual a dos: $b \geq 2$

2. **Principios Fundamentales o Reglas Convencionales de los Sistemas de Numeración:**

1) Toda cifra de un numeral es necesariamente menor que su base y además es un entero no negativo.
Cifra: {0; 1; 2; 3; ...; (b - 1)}

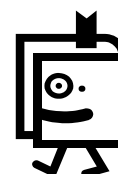
Consecuencia:

Cifra máxima = Base - 1 Cifra < Base

Ejemplos:

- Hallar el mayor numeral de 3 cifras del sistema de $b = 10$: 999
 - Hallar el menor numeral de 4 cifras diferentes de $b = 10$: 1023
 - Hallar el mayor numeral de 5 cifras diferentes de $b = 9$: 87654₍₉₎
 - Hallar el menor numeral de 4 cifras significativas de $b = 2$: 1111₍₂₎
- * Cifra significativa es aquella cifra diferente de cero (0)

2) En el sistema de numeración de base $\langle n \rangle$ con $\langle n \rangle$ cifras diferentes, se puede formar cualquier numeral en dicha base.



Base	Sistema de Numeración	Cifras diferentes que se utiliza
2	Binario o dual	0, 1
3	Ternario	0; 1; 2
4	Cuaternario	0; 1; 2; 3
5	Quinario	0; 1; 2; 3; 4
6	Senario	0; 1; 2; 3; 4; 5
7	Heptanario	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6
8	Octanario	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7
9	Nonario	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8
10	Decimal o decuplo	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9
11	Undecimal	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 00
12	Duodecimal	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; α, β

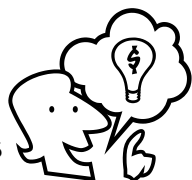
- Para representar numerales de cifras mayores que 9, se toma en cuenta:
 $\alpha = A = 10$; $B = b = 11$; $\delta = c = 12$; etc.
- Existen infinitos sistemas de numeración, como consecuencia del cuadro antes mencionado.

3. Descomposición Polinómica de un número en cualquier sistema de numeración:

$$\overline{abcde}_{(n)} = a.n^4 + b.n^3 + c.n^2 + d.n + e$$

Ejemplos:

- $1234_{(n)} = 1.n^3 + 2.n^2 + 3.n + 4$
- $6\alpha 0\beta_{(13)} = 6 \cdot 13^3 + \alpha \cdot 13^2 + 0 \cdot 13 + \beta$
- $\overline{abab}_n = \overline{ab00}_n + \overline{ab}_n = \overline{ab}_n \cdot n^2 + \overline{ab}_n = \overline{ab}_n (n^2 + 1)$
 (a esta descomposición se le llama "Descomposición en bloques").
- $\overline{aaa}_9 = a \cdot 9^2 + a \cdot 9 + a$



➤ EJEMPLOS DEMOSTRATIVOS

- Indicar verdadero (V) o Falso (F) según corresponda.
 - Existen solo 10 sistemas de numeración.
 - En el sistema de base 5, se utilizan 5 cifras diferentes.
 - En el sistema de base 7, no existe la cifra 7.

- a) FFV b) FVV c) FVV
 d) VVV e) VFF

2) Completar:
 En el sistema octal, existe
 cifras diferentes y la mayor es

- a) 8 y 8 b) 7 y 8 c) 7 y 7
 d) 8 y 7 e) 7 y 6

3) ¿Cómo se expresa en base 7 un número formado por 48 unidades?

- a) $65_{(7)}$ b) $66_{(7)}$ c) $56_{(7)}$
 d) $34_{(7)}$ e) $44_{(7)}$

4) ¿Cómo se expresa el menor número de 4 cifras diferentes de la base 7?

- a) $1234_{(7)}$ b) $1320_{(7)}$ c) $1203_{(7)}$
 d) $1023_{(7)}$ e) $1032_{(7)}$

5) Si: $N = 2 \times 8^3 + 4 \times 8^2 + 3 \times 8 + 5$,
 ¿Cómo se escribe el número "N" en base 8?

- a) $2135_{(8)}$ b) $2243_{(8)}$ c) $2435_{(8)}$
 d) $2433_{(8)}$ e) N.A.



Ejercicios de Aplicación

1. A un número de 2 cifras se le agregan dos ceros a la derecha, aumentándose el número en 4752. Calcular el número original.

Rpta.: _____

2. A un número de 2 cifras se le agregan tres ceros a la derecha aumentado el número en 11988 unidades. Calcular el número original y dar como respuesta la suma de las cifras del número original.

Rpta.: _____

3. Si a un número de 3 cifras se le agrega un 5 al comienzo y otro 5 al final, el número obtenido es 147 veces el número original. Dar como respuesta la suma de las cifras de dicho número.

Rpta.: _____

4. Se tiene un número de 3 cifras al cual se le agregan un 7 al final; luego al mismo número original se le agrega un 7 al comienzo. Si se suman los dos números de 4 cifras se obtiene 9768. Hallar la suma de las cifras del número original.

Rpta.: _____

5. Hallar un número de 2 cifras, cuya suma de cifras es 10 y tal que al invertir el orden de sus cifras el número disminuye en 36 unidades. Dar como respuesta el producto de las cifras del número pedido.

Rpta.: _____

6. Hallar un número de dos cifras ambas diferentes de cero, tal que al restarle el mismo número pero con las cifras invertidas dé como resultado 72. Dar como respuesta la suma de sus cifras.

Rpta.: _____

7. Un número está compuesto por 3 cifras. La cifra de las centenas es 4 veces la cifra de las unidades, y la cifra de las decenas es igual a la mitad de la suma de las otras cifras. Dar como respuesta el producto de las cifras de dicho número.

Rpta.: _____

8. Hallar la suma de las cifras de un número de tres cifras de tal manera que al suprimir la cifra de las centenas que es mayor que 8, el número resultante es $\frac{1}{21}$ del número original.

Rpta.: _____

9. En el año 1990 la edad de una persona coincidió con las dos últimas cifras del año de su nacimiento. Determinar, cuántos años tiene actualmente, si esta persona nació en el siglo XX.

Rpta.: _____

10. Si a un número de tres cifras que empieza en 7 se le suprime este dígito, el número resultante es $\frac{1}{26}$ del número original. ¿Cuál es la suma de los 3 dígitos de dicho número?

Rpta.: _____

11. Hallar: (x, y) , si:
 $\overline{xy}_{(4)} + \overline{yx}_{(5)} + \overline{xx}_{(6)} + \overline{yy}_{(7)} = 66$

Rpta.: _____

12. Hallar el valor de: $(a + b + n)$,
 Si: $\overline{abab}_n = 15$

Rpta.: _____

13. Hallar "a", si: $\overline{25a} = \overline{a75}_{(8)}$

Rpta.: _____

14. Si las cifras: "a", "b" y "c" son diferentes entre sí y además:
 $\overline{aa}_{(2)} + \overline{bb}_{(3)} + \overline{cc}_{(4)} = \overline{bx}$. Hallar "x"

Rpta.: _____

15. Calcular: $(a + b + c)$, si: $\overline{56d} = \overline{abcd}_{(8)}$

Rpta.: _____



Tarea Domiciliaria

1. Un depósito tiene \overline{ab} litros de aceite, se empieza a llenar con un caudal constante. Al cabo de media hora tiene \overline{ba} litros y cumplida la primera hora $\overline{(a-1)(a+1)(b-2)}$ litros. Hallar: $a + b$

- a) 8
- b) 6
- c) 9
- d) 10
- e) 12

2. Si a un número de 3 cifras se le agrega la suma de sus cifras se obtiene 432. Hallar la suma de las cifras del número.

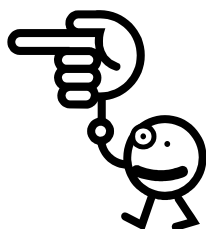
- a) 7
- b) 8
- c) 9
- d) 10
- e) 11

3. Hallar el mayor número de 3 cifras que al restarle 459 dé como resultado la suma de sus cifras.

- a) 539
- b) 519
- c) 499
- d) 479
- e) 509

4. ¿Qué sucede con un número de 3 cifras si a la primera cifra se le disminuye en 3, a la segunda se le aumenta en 8 y a la tercera se le disminuye en 2?

- a) Disminuya en 222
- b) Aumenta en 222
- c) Disminuye en 378
- d) Aumenta en 378
- e) Faltan datos



5. Un número de 6 cifras empieza en la cifra 1, si esta cifra se ubicará al final, el nuevo número sería el triple del original. Hallar la suma de las cifras del número.

- a) 20
- b) 26
- c) 27
- d) 32
- e) 31

6. Calcular la suma de las cifra de un número capicúa de tres cifras que sea igual a 23 veces la suma de sus cifras diferentes.

- a) 6
- b) 7
- c) 8
- d) 9
- e) 10

7. Hallar el valor de "a", si el número $\overline{ab0ab}$ es el producto de 4 números enteros consecutivos.

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

8. Hallar un número de 3 cifras que sea igual a 36 veces la suma de sus cifras. Dar la mayor de sus cifras.

- a) 2
- b) 7
- c) 3
- d) 8
- e) 4

9. Si un entero de dos dígitos es "k" veces la suma de sus dígitos, el número que se obtiene al intercambiarse los dígitos, es la suma de los dígitos multiplicado por:

- a) $9 - k$
- b) $10 - k$
- c) $11 - k$
- d) $k - 1$
- e) $k + 1$

10. Hallar un número comprendido entre 200 y 300 tal que leído al revés y menos uno, resulta el triple del número original. Dar la cifra de las decenas.

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

11. Hallar "a" para que se cumpla: $\overline{a11}_{(7)} = \overline{37a}_{(8)}$

- a) 2
- b) 3
- c) 5
- d) 6
- e) 4

12. Si "a", "b" y c son cifras diferentes entre sí, hallar "m + p", si se cumple: $\overline{abc}_{(4)} + \overline{bc}_{(3)} + \overline{c}_{(2)} = \overline{mp}$

- a) 10
- b) 11
- c) 12
- d) 14
- e) 15

13. Calcular "a + b + c" si se cumple:

$$\overline{56d} = \overline{abcd}_{(8)}$$

- a) 6
- b) 7
- c) 8
- d) 9
- e) 10

14. Expresar 48 en base "n" y dar la suma de sus cifras, si se cumple:

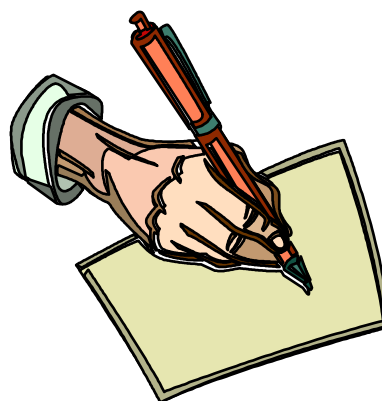
$$115_{(n)} = 235_{(6)}$$

- a) 7
- b) 8
- c) 9
- d) 10
- e) 11

15. Hallar "a + b + c" si se cumple:

$$\overline{aaa}_{(5)} = \overline{bc2}$$

- a) 5
- b) 7
- c) 8
- d) 6
- e) 10



SUMA Y RESTA DE POLINOMIOS

LA NOCIÓN CLÁSICA DEL POLINOMIO

Un ejemplo sencillo : Situémonos en el conjunto \mathbb{R} , que es del álgebra elemental, y denominemos "x" un número real cualquiera (lo cual, como recordamos, se escribe $x \in \mathbb{R}$). He aquí un ejemplo de cálculo susceptible de ser efectuado sobre los números como x.

Supongamos que x designa una longitud indeterminada (medida en metros); entonces x^2 designará la superficie de un cuadrado de lado x y x^3 el volumen de un cubo de arista x.

Imaginemos que una persona compra : Una cuerda cuya longitud equivale tres veces a la longitud de x, es decir $3x$ metros y cuyo precio es de 2 soles el metro; esta cuerda cuesta pues :

$$3x \cdot 2 = 6x \text{ soles}$$

Un tablero de contrachapado de superficie $2x^2$ (en metros cuadrados), al precio de 12 soles el metro cuadrado; por lo tanto, este tablero cuesta $2x^2 \cdot 12 = 24x^2$ soles.

Un tonel de vino de capacidad igual a x^3 (en metros cúbicos), al precio de 2 soles el litro (de 2000 soles el metro cúbico, puesto que en un metro cúbico hay 1000 litros); cueste $2000x^3$ soles.

Después de estas compras, le quedan 50 soles se pide expresar la suma que esta persona tenía inicialmente. Es perfectamente evidente que esta suma depende de x y que no se puede conocer, puesto que x es indeterminado; sin embargo puede expresarse en soles bajo la forma :

$$50 + 6x + 24x^2 + 2000x^3 \quad (1)$$

Una expresión como (1) se denomina polinomio de una indeterminada (la indeterminada es x); se representa con frecuencia por $P(x)$, que se lee "P de x" (P es la inicial de la palabra "polinomio"). Las compras de una segunda persona llevarían a establecer, por ejemplo, el polinomio : $P_1(x) = 30 + 2x - 15x^2 + 50x^3$

El signo "-" delante de $15x^2$ significa una deuda equivalente a la suma de $15x^2$ soles. Para otra persona podría tenerse : $P_2(x) = 15 - 2x + 2x^2$, etcétera.

Lo que distingue de los polinomio P, P_1 , P_2 ,, no es la presencia de la indeterminada x a la potencia 1, a la potencia 2, etc., sino el conjunto de coeficientes :

(50 , 6 , 24 , 2000)	para el primer polinomio
(30 , 2 , -15 , 50)	para el segundo polinomio
(15 , -2 , 3)	para el tercer polinomio

Para terminar, es posible realizar, por supuesto, operaciones con los polinomios como $P + P_1$ o $P \cdot P_1$.

Estas observaciones no llevarán a una definición algo más general de los polinomios. En lo que sigue, x definirá siempre la magnitud indeterminada sobre la que se calcula, y los coeficientes se indicarán mediante letras minúsculas como a, b, c, ... o -para no agotar demasiado aprisa el alfabeto- mediante minúsculas afectadas por un índice, es decir, por un número entero (0, 1, 2, ...). Escrito en caracteres pequeños en la parte inferior y a la derecha de una letra : a_1 se lee "a uno" o "a índice 1".

La notación por medio de índices, que ya nos es familiar, atemoriza a veces a los no matemáticos. Sin embargo, no tiene nada de misterioso : simplemente es un medio cómodo de ordenar las letras del alfabeto.

SUMA Y RESTA DE MONOMIOS Y POLINOMIOS

- **La Suma o Adición** : Es una operación que tiene por objeto reunir dos o más expresiones algebraicas (**sumandos**) en una sola expresión algebraica (**suma**).

Así, la suma de a y b es $a + b$, porque esta última expresión es la **reunión** de las dos expresiones algebraicas dadas : a y b .

La suma de a y $-b$ es $a - b$, porque esta última expresión es la **reunión** de las dos expresiones dadas : a y $-b$.

- **Carácter General de la Suma Algebraica** : En Aritmética, la suma siempre significa **aumento**, pero en Álgebra la suma es un concepto más general, pues puede significar **aumento** o **disminución**, ya que hay sumas algebraicas como la del último ejemplo, que equivale a una resta en Aritmética.

Resulta, pues, que **sumar una cantidad negativa equivale a restar una cantidad positiva de igual valor absoluto**.

Así, la suma de m y $-n$ es $m - n$, que equivale a **restar** de m el valor absoluto de $-n$ que es $|n|$.

La suma de $-2x$ y $-3y$ es $-2x - 3y$, que equivale a **restar** de $-2x$ el valor absoluto de $-3y$ que es $|3y|$.

- **REGLA GENERAL PARA SUMAR**

Para sumar dos o más expresiones algebraicas se escriben unas a continuación de las otras con sus propios signos y se reducen los términos semejantes si los hay.

I. SUMA DE MONOMIOS

1. Sumar : $5a$, $6b$ y $8c$

Los escribimos unos a continuación de otros con sus propios signos, y como $5a = +5a$, $6b = +6b$ y $8c = +8c$ la suma será:

$$5a + 6b + 8c$$

El orden de los sumandos no altera la suma. Así, $5a + 6b + 8c$ es lo mismo que $5a + 8c + 6b$ o que $6b + 8c + 5a$.

Esta es la **Ley Conmutativa** de la suma.

2. Sumar : $3a^2b$, $4ab^2$, a^2b , $7ab^2$ y $6b^3$

Tendremos :

$$3a^2b + 4ab^2 + a^2b + 7ab^2 + 6b^3$$

Reduciendo los términos semejantes, queda :

$$4a^2b + 11ab^2 + 6b^3$$

3. Sumar : $3a$ y $-2b$

Cuando algún sumando es **negativo**, suele incluirse dentro de un paréntesis para indicar la suma; así :

$$3a + (-2b)$$

La suma será :

$$3a - 2b$$

4. Suma : $7a$, $-8b$, $-15a$, $9b$, $-4c$ y 8

Tendremos :

$$7a + (-8b) + (-15a) + 9b + (-4c) + 8$$

$$7a - 8b - 15a + 9b - 4c + 8$$

$$-8a + b - 4c + 8$$

- **La Resta o Sustracción** : Es una operación que tiene por objeto, dada una suma de dos sumandos (**minuendo**) y uno de ellos (**sustraendo**), hallar el otro sumando (**resta o diferencia**).

Es evidente, de esta definición, que la **suma del sustraendo y la diferencia tiene que ser el minuendo**.

Si de a (minuendo) queremos restar b (sustraendo), la diferencia será $a - b$. en efecto : $a - b$ será la diferencia si sumada con el sustraendo b reproduce el minuendo a , y en efecto : $a - b + b = a$.

- **Regla General para Restar** : Se escribe el minuendo con sus propios signos y a continuación el sustraendo con los signos cambiados y se reducen los términos semejantes, si los hay.

I. RESTA DE MONOMIOS

1. De -4 restar 7

Escribimos el minuendo -4 con su **propio signo** y a continuación el sustraendo 7 con el **signo cambiado** y la resta será :

$$-4 - 7 = -11$$

En efecto : -11 es la diferencia porque sumada con el sustraendo 7 reproduce el minuendo -4 :

$$-11 + 7 = -4$$

2. Restar $4b$ de $2a$

Escribimos el minuendo $2a$ con su signo y a continuación el sustraendo $4b$ con el **signo cambiado** y la resta será :

$$2a - 4b$$

En efecto : $2a - 4b$ es la diferencia, porque sumada con el sustraendo $4b$ reproduce el minuendo :

$$2a - 4b + 4b = 2a$$

3. Restar $4a^2b$ de $-5a^2b$

Escribo el minuendo $-5a^2b$ y a continuación el sustraendo $4a^2b$ con el **signo cambiado** y tengo :

$$-5a^2b - 4a^2b = -9a^2b$$

$-9a^2b$ es la diferencia, porque sumada con el sustraendo $4a^2b$ reproduce el minuendo :

$$-9a^2b + 4a^2b = -5a^2b$$

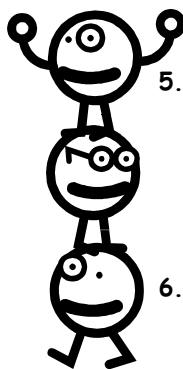
4. De 7 restar -4

Cuando el sustraendo en **negativo** suele incluirse dentro de un paréntesis para indicar la operación, de este modo distinguimos el signo - que indica la resta del signo - que señala el carácter negativo del sustraendo. Así :

$$7 - (-4) = 7 + 4 = 11$$

El signo - delante del paréntesis está para **indicar la resta** y este signo no tiene más objeto que decirnos, de acuerdo con la regla general para restar, que **debemos cambiar el signo**

al sustraendo -4 . Por eso continuación del minuendo escribimos $+4$.



5. De $7x^3y^4$ restar $-8x^3y^4$

Tendremos :

$$7x^3y^4 - (-8x^3y^4) = 7x^3y^4 + 8x^3y^4 = 15x^3y^4$$

6. De $-\frac{1}{2}ab$ restar $-\frac{3}{4}ab$

Tendremos :

$$-\frac{1}{2}ab - (-\frac{3}{4}ab) = -\frac{1}{2}ab + \frac{3}{4}ab = \frac{1}{4}ab$$

➤ **Carácter General de la Resta Algebraica** : En Aritmética la resta siempre implica **disminución**, mientras que la resta algebraica tiene un carácter más general, pues puede significar **disminución** o **aumento**.

Hay restas algebraicas, como las de los ejemplos 4 y 5 anteriores, en que la **diferencia es mayor que el minuendo**.

Los ejemplos 4, 5 y 6 nos dicen que **restar una cantidad negativa** equivale a **sumar la misma cantidad positiva**.

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Si el polinomio es de 4º grado. Hallar "m" :

$$P(x) = \sqrt{7} x^{1+m} + \sqrt{6} x^{2+m} + \sqrt{5} x^{3+m}$$

- a) 0 b) 2 c) 1
d) 3 e) 4

2. Sumar los siguientes monomios :

$$M(x, y) = ax^2y^3z^5$$

$$N(x, y) = bx^2y^3z^4 \quad \text{Indicar su coeficiente :}$$

- a) $a + b$ b) $az^5 + bz$ c) $a - b$
d) $az^5 - bz^4$ e) $az^5 + bz^4$

3. Indicar cuál de las siguientes sumas de monomios es correcta :

I. $3x^2 + 2x^2 + bx^2 = 7x^2$, $b > 30$

II. $7x^2 + 2x^2 + 5x^3 = 14x^3$

III. $3x^2 + 5x^3 + 7x^4 = 15x^9$

- a) Sólo I b) Sólo II c) I y II
d) I y III e) Ninguna

4. Si al sumar los siguientes monomios $ax^2y^3 + bx^2y^3$ resulta $2cx^2y^3$. Indicar :

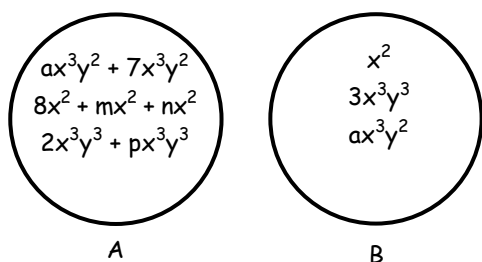
$$A = \frac{a+b+7c}{9}$$

- a) 1 b) 2 c) c
d) 3 e) 2c

5. Se tiene : $M(x) = 3x^2 + 2x + 1$
 $N(x) = 7x^2 + 2x + 3$
 Se sabe que : $2M(x) + 3N(x) = ax^2 + bx + c$.
 Indicar : $a + b + c$

- a) 10 b) 28 c) 38
 d) 48 e) 58

6. Del grafico, relacionar A con B



7. Indicar la suma de cada una de las siguientes sumas de monomios :

- I. $3x^2y + 5xy^2 + 7x^2y + 5x^3 + 20xy^2 + 3xy^2 + 7x^2y$
 II. $8ab + 7a^2b + 22ab^2 + 50ab + 3a^2b + 4ab^2 + 3ab$
 III. $3m^3 + 3k^2 + 5pm^2 + 20m^3 + 32k^2 + 7mp^2 + 8pm^2 + 2m^3$
 IV. $3p^2y + 5px^2 + 7p^2y + 5x^2p + 10px^2 + 13p^2y + 7x^2p$

8. Dados los polinomios : $P(x) = 3x + 2$
 $Q(x) = 5x + 3$

Hallar :

$$E = \frac{5P(x) + 3Q(x) - 19}{x}$$

- a) 10 b) 20 c) 30
 d) 40 e) 50

9. Sean los términos : $t_1 = 7\sqrt{6} x^{2m-5}$,
 $t_2 = 5\sqrt{3} x^{m+3}$, se sabe que : $t_1 + t_2 = \sqrt{3} pt_2$.
 Indicar el calor de $2m + 1$

- a) 15 b) 16 c) 17
 d) 18 e) 19

10. Si al polinomio : $P(x) = 3x^2y^3 + 5x^{m+3}y^4$ se resta $2x^8y^4$ el grado disminuye. Indicar el valor de "m".

- a) 0 b) 1 c) 2
 d) 6 e) 5

11. Se realizan las siguientes sumas de términos semejantes : $px^a + qx^b + rx^c = 5pqr x^b$. Indicar

$$M = \frac{p+q+r}{pqr}$$

- a) 3 b) 5 c) 7
 d) 9 e) 6

12. Hallar la expresión equivalente más simple de :

$$A = \frac{3(x+7y) - 4(2x+5y) + 6x}{3(x+y) + 4(x+3y) - 2(x+2y) - 6y}$$

- a) $x + y$ b) x/y c) $x - y$
 d) 1 e) $1/5$

13. En la siguiente adición de monomios :

$$mx^a + \frac{m}{4} x^{4-a} = bx^{b-3}. \text{ Indicar : } \sqrt{m+a+b-2}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

14. Indicar la suma de los siguientes monomios y polinomios :

- a. $x^3 + xy^2 + y^3, -5x^2y + x^3 - y^3, 2x^3 - 4xy^2 - 5y^3$
 b. $-7m^2n + 4n^3, m^3 + 6mn^2 - n^3, -m^3 + 7m^2n + 5n^3$
 c. $x^4 - x^2 + x, x^3 - 4x^2 + 5, 7x^2 - 4x + 6$
 d. $a^4 + a^6 + 6, a^5 - 3a^3 + 8, a^3 - a^2 - 14$
 e. $x^5 + x - 9, 3x^4 - 7x^2 + 6, -3x^3 - 4x + 5$
 f. $a^3 + a, a^2 + 5, 7a^2 + 4a, -8a^2 - 6$
 g. $x^4 - x^2y^2, -5x^3y + 6xy^3, -4xy^3 + y^4, -4x^2y^2 - 6$
 h. $xy + x^2, -7y^2 + 4xy - x^2, 5y^2 - x^2 + 6xy, -6x^2 - 4xy + y^2$

- i. $a^3 - 8ax^2 + x^3, 5a^2x - 6ax^2 - x^3, 3a^3 - 5a^2x - x^3, a^3 + 14ax^2 - x^3$
- j. $-8a^2m + 6am^2 - m^3, a^3 - 5am^2 + m^3, -4a^3 + 4a^2m - 3am^2, 7a^2m - 4am^2 - 6$
- k. $x^5 - x^3y^2 - xy^4, 2x^4y + 3x^2y^3 - y^5, 3x^3y^2 - 4xy^4 - y^5, x^5 + 5xy^4 + 2xy^5$
- l. $a^5 + a^6 + a^2, a^4 + a^3 + 6, 3a^2 + 5a - 8, -a^5 - 4a^2 - 5a + 6$
- m. $a^4 - b^4, -a^3b + a^2b^2 - ab^3, -3a^4 + 5a^3b - 4a^2b^2, -4a^3b + 3a^2b^2 - 3b^4$
- n. $m^3 - n^3 + 6m^2n, -4m^2n + 5mn^2 + n^3, m^3 - n^3 + 6mn^2, -2m^3 - 2m^2n + n^3$
- o. $a^x - 3a^{x-2}, 5a^{x-1} + 6a^{x-3}, 7a^{x-3} + a^{x-4}, a^{x-1} - 13a^{x-3}$
- p. $a^{x+2} - a^x + a^{x+1}, -3a^{x+3} - a^{x-1} + a^{x-2}, -a^x + 4a^{x+3} - 5a^{x+2}, a^{x-1} - a^{x-2} + a^{x+2}$
- q. $\frac{2}{3}a^2 + \frac{1}{5}ab - \frac{1}{2}b^2, \frac{5}{6}a^2 - \frac{1}{10}ab + \frac{1}{6}b^2, -\frac{1}{12}a^2 + \frac{1}{20}ab - \frac{1}{3}b^2$
- r. $\frac{5}{6}x^2 - \frac{2}{3}y^2 + \frac{3}{4}xy, -\frac{1}{2}xy - \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{8}y^2, \frac{5}{6}xy - \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}y^2$
- s. $a^3 - \frac{1}{2}ab^2 + b^3, \frac{5}{6}a^2b - \frac{3}{8}ab^2 - 2b^3, \frac{1}{4}a^3 - \frac{1}{2}a^2b - \frac{3}{5}b^3$

TAREA DOMICILIARIA

1. Si el polinomio es de 5º grado. Hallar "p" :
 $P(x) = \sqrt[3]{3} x^{1+p} + \sqrt{6} x^{2+p} + \sqrt{7} x^{4+p}$
 - a) 0 b) 2 c) 3
 - d) 1 e) 4
2. Sumar los siguientes monomios : $M(x) = 3x^3y^3$
 $N(x) = 5x^3y^2$
 - a) 8 b) $3y + 5y^2$ c) $3x^3 + 5y^2$
 - d) $5y^3$ e) $3y^2$

3. Indicar cuál de las siguientes sumas de monomios es correcta :

- I. $3x^5 + 6x^5 + 7x^5 = 16x^{15}$
- II. $ax^3y^2 + bx^3y^2 + cx^3y^2 = (a + b + c)x^3y^2$
- III. $mx^2 + nx^3 + px^3 = (m + n + p)x^8$

- a) Sólo I b) Sólo II c) Sólo III
- d) I y II e) Ninguna

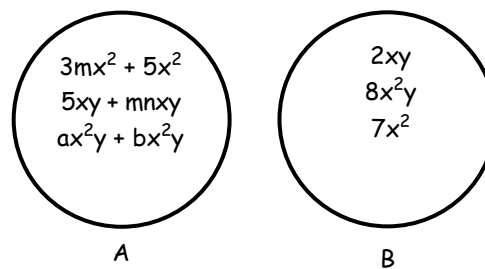
4. Si al sumar los siguientes monomios $mx^2 + nx^2$ resulta px^2 . Calcular : $E = \frac{m+n+p}{p}$

- a) 1 b) 2 c) 3
- d) p e) 2p

5. Se tiene : $P(x) = 3x + 2$
 $Q(x) = 5x + 3$
 Se sabe que : $P(x) + 2Q(x) \equiv mx + n$. Hallar : $m + n$

- a) 1 b) 2 c) 10
- d) 20 e) 21

6. En el siguiente grafico, relacionar las sumas de A con los resultados de B.



7. Indicar la suma de cada una de las siguientes sumas de monomios.

- I. $3ab + 5a^2b + 7ab + 3a^2b + 4ab^2 + 7ab^2 + 21a^2b$
- II. $mn^2 + mn + m^2n + 3mn + 4mn^2 + 5n^2m + 7nm^2$
- III. $4pq + 7p^2q + 10pq^2 + 8p^3 + 33p^2q + 16pq + 18p^3$
- IV. $3p^2y + 22xy^2 + 21xy + 3xy^2 + 22p^2y + 35xy$

8. Dados los polinomios : $M(x) = 3x + 27$
 $N(x) = 18x + 3$
 Hallar : $E = \frac{6M(x) - N(x)}{3}$
- a) 50 b) 51 c) 52
 d) 53 e) 54
9. Sean los términos : $t_1 = \frac{4}{5}x^{5+n}$, $t_2 = \frac{3}{4}x^{12}$ se sabe que : $t_1 + t_2 \equiv 3t_1$. Indicar el valor de $n + 1$
- a) 2 b) 4 c) 6
 d) 8 e) 10
10. Si al polinomio : $Q(x) = 5x^2 + 7x^3 + 8x^{m+5}$ se le resta $2x^{10}$ el grado absoluto disminuye. Indicar el valor de : $E = \sqrt{m-1}$
- a) 0 b) 1 c) 2
 d) 3 e) 4
11. Se realizan las siguientes sumas de términos semejantes : $ax^m + bx^n + cx^p = 7abcx^p$. Indicar $E = \frac{a+b+c}{abc}$
- a) 2 b) 4 c) 6
 d) 7 e) 9
12. Hallar la expresión equivalente más simple de :
- $$E = \frac{4(x^2 + y^2) - 3(x^2 - y^2) + (x^2 - 7y^2)}{4x^2 - 5xy - 7x^2 + 6xy + 3x^2}$$
- a) $2y/x$ b) 2 c) 1
 d) $3x/y$ e) $2x/y$

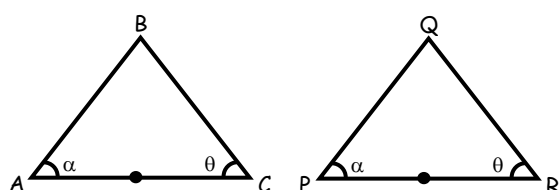
13. En la siguiente adición de monomios $\frac{c}{3}x^a + \frac{c}{2}x^{6-a} = bx^{b-2}$. Hallar : $(a + b + c)$
- a) 14 b) 12 c) 10
 d) 20 e) 24
14. Sumar :
- a. m, n
 b. $m, -n$
 c. $-3a, 4b$
 d. $5b, -6a$
 e. $7, -6$
 f. $-6, 9$
 g. $-2x, 3y$
 h. $3x + x^3, -4x^2 + 5, -x^3 + 4x^2 - 6$
 i. $x^2 - 3xy + y^2, -2y^2 + 3xy - x^2, x^2 + 3xy - y^2$
 j. $a^2 - 3ab + b^2, -5ab + a^2 - b^2, 8ab - b^2 - 2a^2$
 k. $-7x^2 + 5x - 6, 8x - 9 + 4x^2, -7x + 14 - x^2$
 l. $a^3 - 4a + 5, a^3 - 2a^2 + 6, a^2 - 7a + 4$
 m. $-x^2 + x - 6, x^3 - 7x^2 + 5, -x^3 + 8x - 5$
 n. $a^3 - b^3, 5a^2b - 4ab^2, a^3 - 7ab^2 - b^3$
 o. $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}xy, \frac{1}{2}xy + \frac{1}{4}y^2$
 p. $a^2 + \frac{1}{2}ab, -\frac{1}{4}ab + \frac{1}{2}b^2, -\frac{1}{4}ab - \frac{1}{5}b^2$
 q. $x^2 + \frac{2}{3}xy, -\frac{1}{6}xy + y^2, -\frac{5}{6}xy + \frac{2}{3}y^2$
 r. $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{2}y^2, -\frac{2}{5}xy + \frac{1}{6}y^2, \frac{1}{10}xy + \frac{1}{3}y^2$

CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS II

CASOS DE CONGRUENCIA

- Segundo Caso: (ALA)

Es cuando se tiene dos ángulos y un lado congruentes.

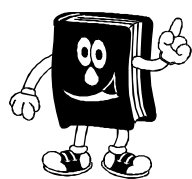


Si: $m\angle A = m\angle P$
 $AC = PR$ $\triangle ABC \cong PQR$
 $m\angle C = m\angle R$



ATENCIÓN

Luego podemos decir que a lados congruentes, se le oponen ángulos congruentes y a ángulos congruentes se le oponen lados congruentes.



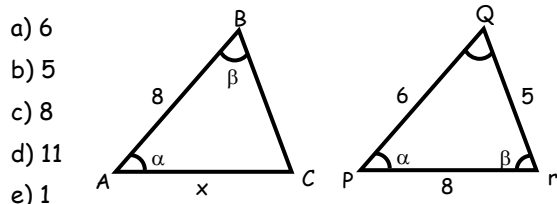
NOTA

Cuando dos figuras son:

	FORMA	TAMAÑO	POSICIÓN
Iguales			
Congruentes			
Semejantes			

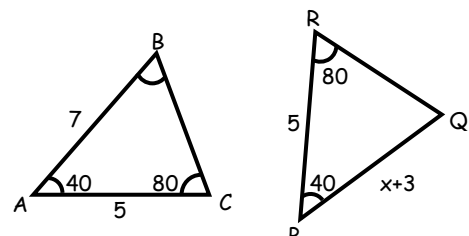
EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Calcular "x"



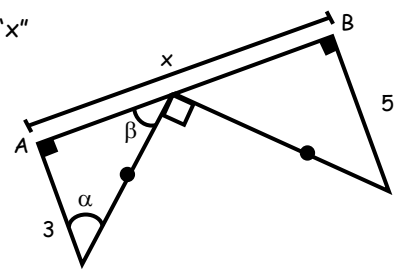
- a) 6
- b) 5
- c) 8
- d) 11
- e) 1

2. Calcular "x"



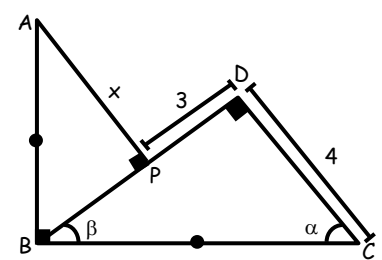
- a) 7
- b) 10
- c) 9
- d) 4
- e) 5

3. Calcular "x"



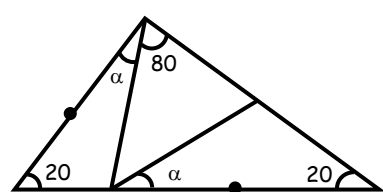
- a) 3
- b) 5
- c) 2
- d) 8
- e) 4

4. Calcular "x"



- a) 1
- b) 7
- c) 4
- d) 3
- e) 2

5. Calcular "x"



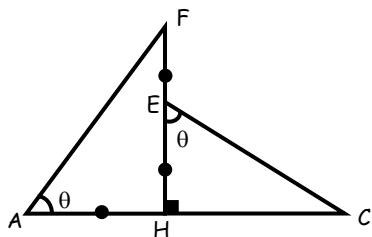
- a) 6
- b) 5
- c) 8
- d) 11
- e) 1



(¿SABIAS QUE?)
THALES DE MILETO
 descubrió que si dos triángulos tienen dos ángulos y un lado de igual medida; ambos triángulos son congruentes (iguales).

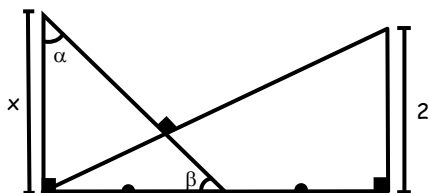
6. Calcular "AC", si : HF = 8

- a) 4
- b) 8
- c) 12
- d) 2
- e) 10



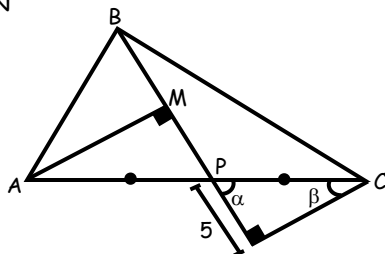
7. Calcular "x"

- a) 2
- b) 4
- c) 1
- d) 3
- e) 5



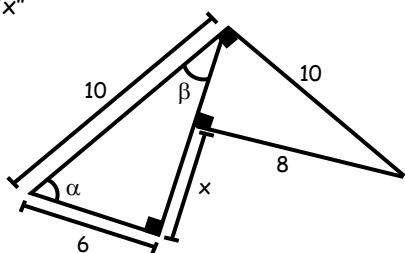
8. Calcular "MN"

- a) 6
- b) 8
- c) 10
- d) 12
- e) 14



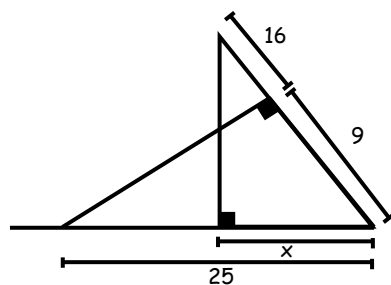
9. Calcular "x"

- a) 6
- b) 2
- c) 5
- d) 9
- e) 3



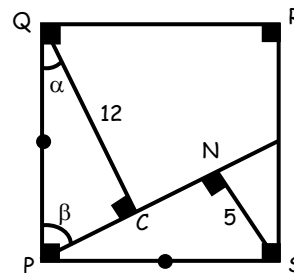
10. Hallar "x"

- a) 19
- b) 16
- c) 8
- d) 4,5
- e) 7



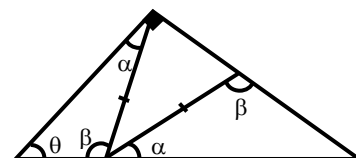
11. Calcular CN

- a) 5
- b) 6
- c) 7
- d) 8
- e) 9



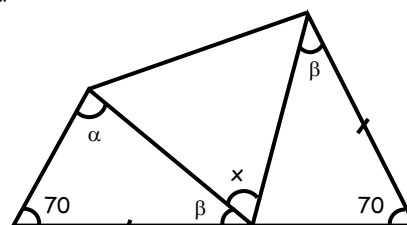
12. Calcular "theta"

- a) 45/2
- b) 45
- c) 30
- d) 18
- e) 15



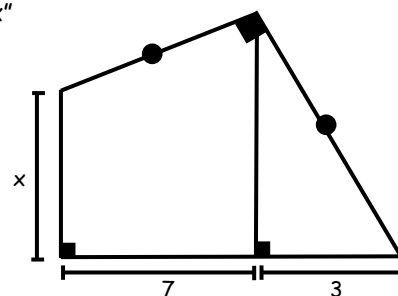
13. Calcular "x"

- a) 70
- b) 55
- c) 60
- d) 50
- e) 40



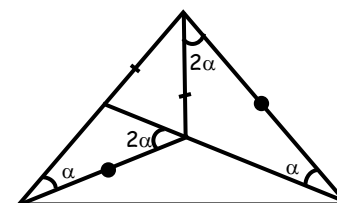
14. Calcular "x"

- a) 4
- b) 10
- c) 7
- d) 3
- e) 5



15. Calcular "x"

- a) 30
- b) 15
- c) 45
- d) 60
- e) 20

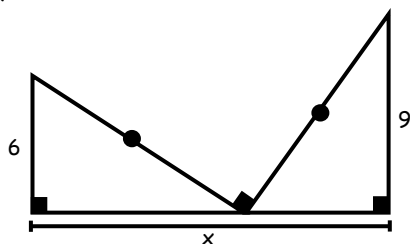




TAREA DOMICILIARIA

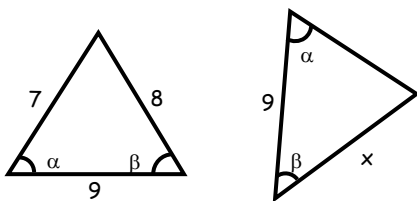
1. Calcular "x"

- a) 3
- b) 15
- c) 7,5
- d) 9
- e) 6



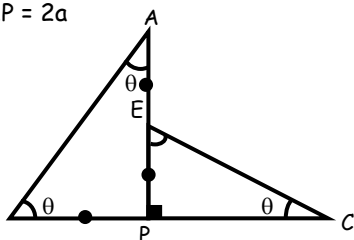
2. Hallar "x"

- a) 9
- b) 8
- c) 7
- d) 15
- e) 17



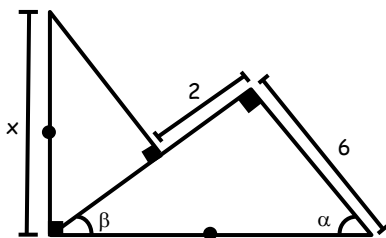
3. Hallar "x"; $AP = 2a$

- a) $2a$
- b) $3a$
- c) $4a$
- d) $5a$
- e) $6a$



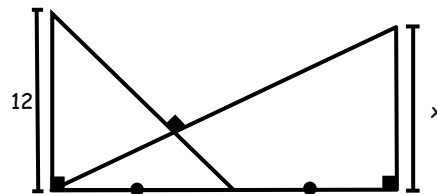
4. Calcular "x"

- a) 10
- b) 8
- c) 9
- d) 12
- e) 7



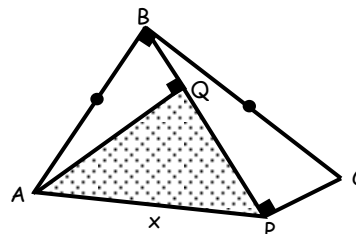
5. Calcular "x"

- a) 6
- b) 12
- c) 4
- d) 3
- e) 24



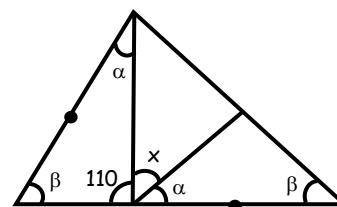
6. Calcular "x"; Si : $AQ = 8$; $PC = 2$

- a) 10
- b) 12
- c) 16
- d) 9
- e) 18



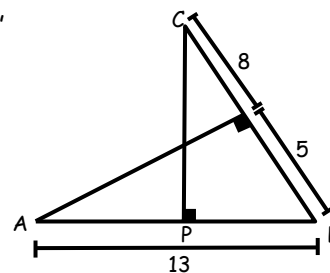
7. Calcular "x"

- a) 20
- b) 30
- c) 40
- d) 50
- e) 60



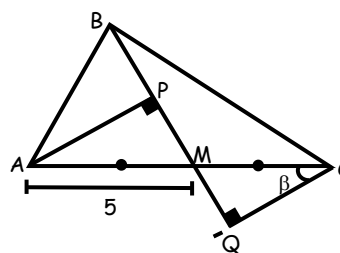
8. Calcular "PC"

- a) 12
- b) 10
- c) 9
- d) 8
- e) 7



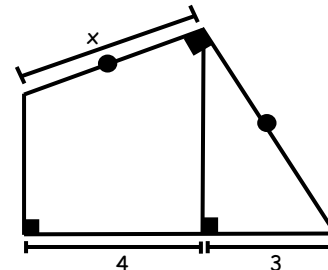
9. Calcular "QC", si $PQ = 6$

- a) 4
- b) 3
- c) 2
- d) 1
- e) 3,5



10. Calcular "x"

- a) 5
- b) 6
- c) 7
- d) 8
- e) 9

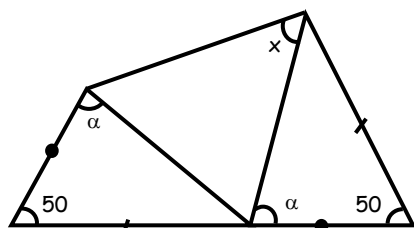




NO OLVIDES
 Debes observar bien los gráficos geométricos para obtener una solución rápida.

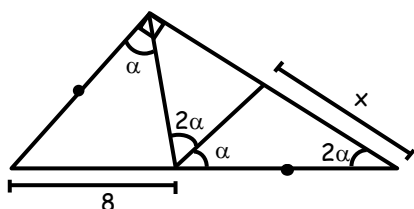
11. Calcular "x"

- a) 65
- b) 50
- c) 75
- d) 25
- e) 40



12. Calcular "x"

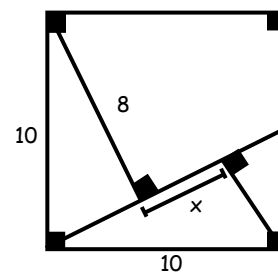
- a) 4
- b) 2
- c) 6
- d) 8
- e) 10



13.

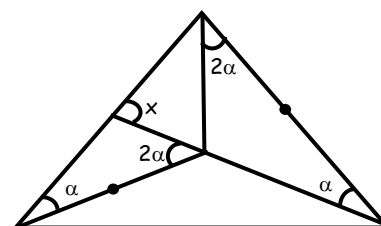
14. Calcular "x"

- a) 2
- b) 4
- c) 6
- d) 5
- e) 3



15. Calcular "x"

- a) 60
- b) 30
- c) 45
- d) 15
- e) 75



RETO DE LA SEMANA

16. Calcular "x"

- a) 10
- b) 7,5
- c) 6,5
- d) 13
- e) 7

