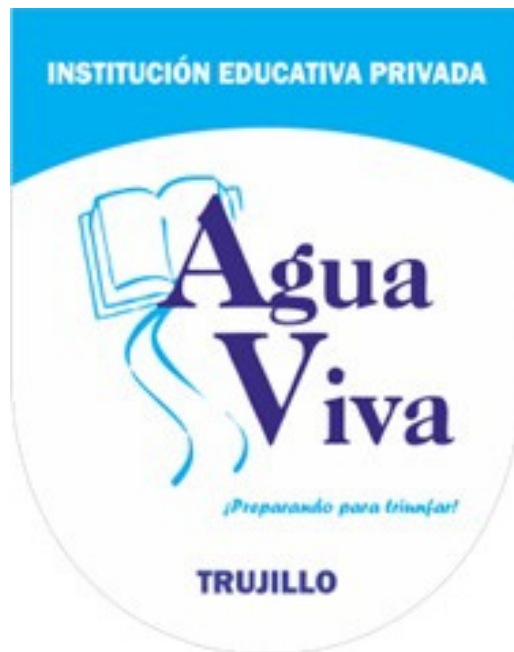


Matemática II



Estudiante:

Docente:

2026

INDICE

Conjuntos de números racionales.....	1
Expresiones algebraicas I.....	6
Razonamiento lógico.....	11
Ángulos.....	16
Adición en el conjunto Q	23
Curiosidades numéricas.....	27
Expresiones algebraicas II.....	33
Ángulos II.....	36
Operaciones rápidas.....	39
Operaciones en el conjunto Q.....	44
Monomios y polinomios.....	48
Capacidad de observación.....	54
Ángulos entre rectas paralelas	62
Multiplicación en Q.....	66
Polinomios completos y ordenados	71
Triángulos I.....	75

CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES

"Sólo hay un bien, el saber, solo hay un mal la ignorancia"

FRACCIONES PROPIAS:



Observa la siguiente fracción y contesta:
 $\frac{3}{4}$

Recuerda:

$\frac{a}{b}$ → numerador
 $\frac{a}{b}$ → denominador
 son partes de una fracción.

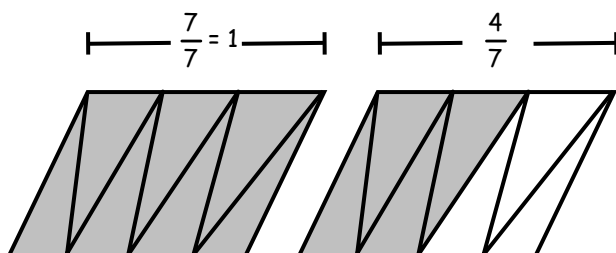
- ✓ La fracción es mayor que la unidad _____
- ✓ El numerador es mayor que el denominador _____

Luego:

Fracción Propia: es aquella menor que la Unidad.

Observemos el siguiente:

Ejemplo:



Región sombreada

$\frac{11}{7}$ } Fracción Impropia

AHORA DEFINE TÚ

Fracción impropia: es aquella _____ que la _____.

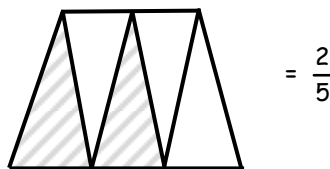
Recuerda:

$\frac{11}{7} = 1\frac{4}{7}$

↑

F. Mixta

FRACCIÓN IRREDUCTIBLE



Completa:

- ✓ 2 y ____ son números primo
- ✓ Luego:

Fracción Irreductible: es aquella cuyo _____ y _____ son primos entre _____.

Recuerda:

Las fracciones irreductibles no se pueden simplificar.

FRACCIONES EQUIVALENTES

Ahora ayúdame a completar la secuencia

$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \underline{\quad} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$



Completa:

- ✓ ¿Cómo son sus términos? _____
- ✓ Las fracciones representa la _____

Luego:

Fracción Equivalentes: Son aquellas que _____ la misma _____.

Práctica:

$$\frac{8}{5} = \underline{\quad} = \underline{\quad} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

} Fracciones equivalentes

¿Por qué se suicidó el libro de matemáticas?
Porque tenía muchos problemas



Ejercicios de Aplicación

1. Une con flechas:

- | | |
|-------------------------------|-------------------|
| A. $\frac{2}{5}, \frac{3}{6}$ | • F. Irreductible |
| B. $\frac{7}{3}, \frac{6}{5}$ | • F. Propias |
| C. $\frac{2}{5}, \frac{4}{7}$ | • F. Impropias |
| D. $\frac{2}{4}, \frac{1}{2}$ | • F. Equivalentes |

2. Completa y relaciona:

- | | |
|---------------------------------|-----------|
| A. N <input type="checkbox"/> D | Propia |
| B. N <input type="checkbox"/> D | Impropias |

3. Completa:

1. La fracción _____ que la unidad se llama fracción _____
2. La fracción _____ que la _____ se llama fracción impropia

4. Marca con una X aquellas fracciones irreductibles

$$\frac{12}{6}, \frac{3}{7}, \frac{17}{15}, \frac{12}{21}, \frac{11}{33}, \frac{11}{17}, \frac{9}{13}$$

5. Completa las siguientes fracciones impropias

$$\frac{4}{6} = \frac{8}{12} = \underline{\quad} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

6. Relaciona:

- | | |
|------------------|------------------|
| A. $\frac{4}{3}$ | • $2\frac{1}{2}$ |
| B. $\frac{5}{2}$ | • $1\frac{1}{3}$ |

7. Compara cada fracción con la unidad y clasifícala:

- | | | | |
|----------------------|-----------------------|---|-------|
| A. $\frac{5}{11}$ | <input type="radio"/> | 1 | _____ |
| B. $\frac{13}{7}$ | <input type="radio"/> | 1 | _____ |
| C. $\frac{125}{156}$ | <input type="radio"/> | 1 | _____ |

8. Une con flechas:

- | | |
|--------------------------------|-------------------|
| A. $\frac{2}{5}, \frac{4}{10}$ | • F. Propias |
| B. $\frac{1}{5}, \frac{3}{7}$ | • F. Irreductible |
| C. $\frac{4}{5}, \frac{2}{7}$ | • F. Impropia |
| D. $\frac{7}{3}, \frac{12}{5}$ | • F. Propia |

9. Coloca V o F según el caso:

- | | |
|-------------------------------------|-----------------------|
| A. $N > D$ es fracción irreductible | <input type="radio"/> |
| B. $N < D$ es fracción propia | <input type="radio"/> |
| C. $N = D$ es fracción impropia | <input type="radio"/> |

10. Marca con ✕ las fracciones equivalentes:

$$\frac{8}{3}, \frac{2}{5}, \frac{6}{3}, \frac{4}{10}, \frac{8}{20}, \frac{6}{5}, \frac{10}{25}$$

11. Marca con ✕ las fracciones propias y ✓ las impropias

$$\frac{8}{3}, \frac{6}{5}, \frac{1}{2}, \frac{8}{10}, \frac{2}{7}, \frac{6}{7}, \frac{5}{3}, \frac{4}{2}$$

12. Relaciona:

A. $\frac{12}{5}$

• $2\frac{2}{5}$

B. $\frac{6}{4}$

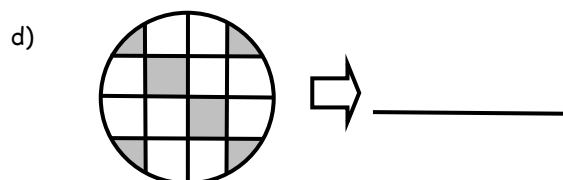
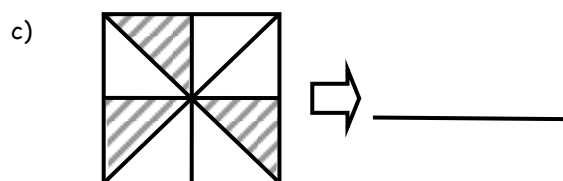
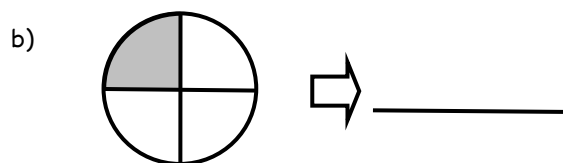
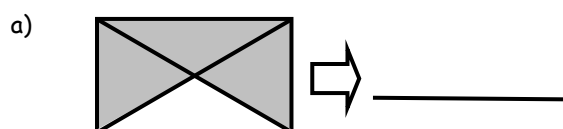
• $1\frac{2}{4}$

Curiosidad Matemática

El número raíz cuadrada de dos aparece por primera vez al aplicar los griegos el Teorema de Pitágoras para calcular la diagonal de un cuadrado de lado 1.



13. ¿Qué fracción de la figura representa el área sombreada?



14.

I. Como toda fracción propia es menor que la unidad, diga en los siguientes ejercicios cuanto hay que añadir a cada una de las fracciones siguientes, para que sean iguales a la unidad:

a) $\frac{15}{18}$

b) $\frac{25}{33}$

c) $\frac{1}{9}$

d) $\frac{3}{8}$

e) $\frac{8}{9}$

f) $\frac{15}{17}$

g) $\frac{25}{38}$

h) $\frac{1}{3}$

i) $\frac{20}{25}$

Curiosidad Matemática

Los pares de cuadrados perfectos: 144 y 441, 169 y 961, 14884 y 48841 y sus respectivas raíces 12 y 21, 13 y 31, 122 y 221 están formados por las mismas cifras, pero escritas en orden inverso. El matemático Thebaolt investigó los pares que tienen esta curiosa propiedad, encontró por ejemplo la siguiente pareja:
 $1113^2 = 1,238.769$ y

II. Como toda fracción impropia es mayor que la unidad, diga en los siguientes ejercicios cuanto excede cada una de las siguientes fracciones a la unidad.

a) $\frac{14}{8}$

b) $\frac{17}{14}$

c) $\frac{27}{25}$

d) $\frac{35}{31}$

e) $\frac{37}{20}$

f) $\frac{16}{11}$

15. Colocar < ó > ó = según sea el caso:

- | | |
|---|--|
| a) $\frac{7}{5}$ <input type="text"/> $\frac{6}{4}$ | f) $\frac{45}{9}$ <input type="text"/> $\frac{144}{12}$ |
| b) $\frac{8}{8}$ <input type="text"/> $\frac{7}{6}$ | f) $\frac{300}{105}$ <input type="text"/> $\frac{48}{6}$ |
| c) $\frac{6}{4}$ <input type="text"/> $\frac{13}{5}$ | f) $\frac{59}{73}$ <input type="text"/> $\frac{67}{59}$ |
| d) $\frac{32}{52}$ <input type="text"/> $\frac{21}{7}$ | f) $\frac{37}{49}$ <input type="text"/> $\frac{32}{51}$ |
| e) $\frac{36}{24}$ <input type="text"/> $\frac{42}{54}$ | f) $\frac{36}{51}$ <input type="text"/> $\frac{36}{20}$ |



Tarea Domiciliaria

1. Colocar < ó > ó = según sea el caso

- | | |
|---|---|
| a) $\frac{2}{5}$ <input type="text"/> $\frac{6}{3}$ | e) $\frac{40}{20}$ <input type="text"/> $\frac{50}{70}$ |
| b) $\frac{6}{7}$ <input type="text"/> $\frac{8}{9}$ | f) $\frac{58}{36}$ <input type="text"/> $\frac{51}{60}$ |
| c) $\frac{5}{4}$ <input type="text"/> $\frac{7}{9}$ | g) $\frac{36}{56}$ <input type="text"/> $\frac{90}{45}$ |
| d) $\frac{4}{5}$ <input type="text"/> $\frac{20}{10}$ | h) $\frac{36}{36}$ <input type="text"/> $\frac{90}{45}$ |



2. Relacione las fracciones equivalentes. Un mediante flechas.

Columna I	Columna II
$\frac{20}{100}$	$\frac{10}{35}$
$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{40}$
$\frac{2}{7}$	$\frac{12}{5}$
$\frac{6}{9}$	$\frac{18}{27}$

3. Tengo un terreno, el que he dividido en cinco partes, si regalo tres partes del mismo ¿Cómo le puedo representar?

Rpta.: _____

4. ¿Cuántas fracciones equivalentes hay?

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| I) $\frac{5}{2} = \frac{10}{4}$ | II) $\frac{7}{4} = \frac{14}{9}$ |
| III) $\frac{9}{5} = \frac{3}{2}$ | IV) $\frac{9}{4} = \frac{3}{2}$ |

- | | | |
|------|---------|------|
| a) 1 | b) 2 | c) 3 |
| d) 4 | e) N.A. | |

5. Simplificar: $\frac{35}{60}$

- | | | |
|---------|---------|--------|
| a) 5/12 | b) 7/5 | c) 5/7 |
| d) 35/7 | e) N.A. | |

6. Simplificar: $\frac{305}{85}$

- | | | |
|----------|----------|----------|
| a) 15/20 | b) 55/10 | c) 20/10 |
| d) 17/13 | e) N.A. | |

7. Hallar la fracción de $5\frac{1}{2}$

- | | | |
|---------|---------|---------|
| a) 13/2 | b) 17/2 | c) 36/2 |
| d) 52/9 | e) N.A. | |

8. Simplificar: $\left[-\left(-\frac{36}{24}\right)\right]$

- a) $3/2$ b) $-3/2$ c) $-2/3$
 d) -2 e) $-3/4$

9. Hallar la fracción de: $23\frac{1}{2}$

- a) $47/3$ b) $49/2$ c) $57/2$
 d) $46/2$ e) N.A.

10. Hallar el mixto de $13/5$

- a) $2\frac{3}{5}$ b) $2\frac{1}{5}$ c) $2\frac{4}{5}$
 d) $2\frac{2}{5}$ e) N.A.

11. Simplificar: $\frac{236}{112}$

- a) $36/12$ b) $44/50$ c) $77/12$
 d) $57/17$ e) N.A.

12. Hallar la fracción impropia de $2\frac{1}{5}$

- a) $11/5$ b) $10/5$ c) $2/5$
 d) $3/5$ e) N.A.

13. Simplificar: $\frac{356}{320}$

- a) $34/40$ b) $32/40$ c) $52/36$
 d) $56/70$ e) N.A.

14. Hallar el número mixto: $\frac{18}{7}$

- a) $2\frac{4}{7}$ b) $2\frac{1}{7}$ c) $2\frac{3}{7}$
 d) $5\frac{2}{4}$ e) N.A.

15. Hallar la fracción equivalente de:

a) $3/7$

- a) $9/21$ b) $9/20$ c) $4/28$
 d) $30/7$ e) $3/70$

b) $3/11$

- a) $3/33$ b) $30/110$ c) $33/11$
 d) $33/10$ e) $35/20$

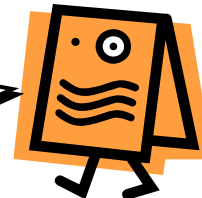
c) $11/15$

- a) $121/165$ b) $11/5$ c) $11/25$
 d) $121/25$ e) $121/225$

d) $20/22$

- a) $60/22$ b) $40/22$ c) $60/66$
 d) $10/22$ e) $20/11$

¿Quién inventó las fracciones?
 Enrique Octavo



AHORA **Completa el Cuadro**

Término Algebraico	Parte Constante	Parte Variable	Bases	Exponentes
-3xy				
4xyz				
-3abc				
7				
M^2n^3				
$-4abc^3$				
$-x^5$				
-4				
$4xyzt^4$				
$-3x^2z^3$				

2. **TÉRMINOS SEMEJANTES**

Son aquellos términos algebraicos que tiene la misma parte **Variable**.

Ejemplo:

$3x^4y^5$ es semejante con $-2x^4y^5$ porque tiene la misma parte variable.

AHORA TÚ

- ❖ $4x^3y^4$; $-x^3y^4 \Rightarrow$ son semejantes
- ❖ x^5y^3 ; $x^7y^3 \Rightarrow$ son semejantes
- ❖ $-a^3b^4$; $-3b^4a^3 \Rightarrow$ son semejantes



OBS . . :

Un término algebraico NO puede tener como exponentes a:

a) **Números Irracionales**

Ejemplos:

- $4x\sqrt{3}y\sqrt{4}z\sqrt{5}$ no es término algebraico.
- $2xy^3z\sqrt{2}$ no es término algebraico.

b) **Letras**

Ejemplos:

- $-x^x y^y z^z$ no es término algebraico.
- $-2x^2y^3z^a$ no es término algebraico.



Vocabulario:

- 4 **Semejantes:** Entes que guardan algo en común.
- 4 **Términos:** Expresión unitaria que conforma un tono.
- 4 **Álgebra:** Estudio de la unión de parte variable con parte constante y sus diversas operaciones.

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Relacionar los términos que son semejantes:

- a) $4x^2y^5$ () x^7ay^4
- b) $5x^7y^4a$ () $2za^3b^4$
- c) $-3a^3b^4z$ () $5abzx$
- d) $15xabz$ () $3y^5x^2$

2. Completar:

Término Algebraico	Parte Constante	Parte Variable	Término Semejante
$-\frac{1}{2}x^4y^3$			
$7xabn$			
27			
$54z^2$			
$\sqrt{3}x^2y^2$			

3. Son términos semejantes:

- I. $4xy^2$; $-2x^2y$ II. $3abc$; $-3a^2b^2c$
- III. $15m^2n^3$; $3n^3m^2$ IV. $-20z^2$; $2z^2x$

- a) I b) II c) III
- d) IV e) N.A.

4. Colocar si las proposiciones son verdaderas (V) o falsas (F):

- I. En un término algebraico los exponentes de las variables no pueden ser letras. ()
- II. $5x\sqrt{3}yz$ es un término algebraico. ()
- III. $5x^4y^3z^2$; $-2x^4y^3z^2$ son términos semejantes. ()

5. Si los términos t_1 y t_2 son semejantes.

$t_1 = 30x^4$ $t_2 = 4x^a$

Calcular: $M = \sqrt{a+5}$

- a) 4 b) 3 c) 2
- d) 1 e) 0

6. Dado los términos semejantes :

$23a^{m+3}$; $-\sqrt{2}a^{14}$.

Calcular: $A = \frac{m+1}{2}$

- a) 7 b) 6 c) 5
- d) 4 e) 3

7. Si los siguientes términos son semejantes:

$4x^{a+3}y^4$; $-5x^8y^{b+5}$

Calcular: $R = \sqrt{a+b}$

- a) 5 b) 4 c) 3
- d) 2 e) 1

8. Dados los términos semejantes:

$2x^{a+8}y^{b+5}$; $3x^{12}y^{a+2b}$

Calcular: $R = a \cdot b$

- a) 1 b) 0 c) 3
- d) 4 e) 5

9. Dados los términos semejantes:

$t_1 = (2a+b)x^4y^{b+3}$ $t_2 = (b-3a)x^{2a}y^6$

Calcular: La suma de coeficientes.

- a) 10 b) 4 c) 12
- d) 7 e) -3



TAREA DOMICILIARIA

10. Indicar los coeficientes de los términos semejantes siguientes:

$$-13ax^{a+8}y^7 \quad 4bx^9y^{3b}$$

- a) -13 y 4 b) -26 y 16 c) -13 y 16
 d) -26 y 4 e) N.A.

11. Dados los términos algebraicos semejantes:

$$(c + 4)a^{c+3}b^{d+4} \quad ; \quad (d+2)a^{2c+1}b^{2d+2}$$

Calcular: $\sqrt{c+d}$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

12. Calcular de los términos semejantes:

$$(a + 4)x^5 \quad ; \quad (2 + a)x^{a+2}$$

Los coeficientes:

- a) 7 y 5 b) 5 y 3 c) 3 y 2
 d) 4 y 5 e) N.A.

13. Si: $t_1 = 4x^3y^5z^4$ y $t_2 = -3x^ay^{b+1}z^{c+2}$ son semejantes. Calcular: $A = a + b + c$

- a) 10 b) 9 c) 8
 d) 7 e) 6

14. Si los términos semejantes presentan iguales coeficientes:

$$(a + 4)x^ay^{b+3} \quad ; \quad 7x^ay^7$$

Calcular la suma de los exponentes.

- a) 10 b) 9 c) 8
 d) 7 e) 6

15. Dados los términos semejantes:

$$7x^{a+1}y^{b+2}z^{c+3} \quad ; \quad -4x^{b+1}y^{c+2}z^7$$

Calcular: $A = \frac{a+b+c}{3}$

- a) 5 b) 4 c) 3
 d) 2 e) 1

1. Relacionar los términos semejantes:

- I) abc () $7x$
 II) $4x^3y^5z^6$ () $2nma$
 III) $-3x$ () cba
 IV) amn () $-x^3z^6y^5$

2. Completar:

Término Algebraico	Parte Constante	Parte Variable	Término Semejante
$-\frac{1}{2}x^5y$			
$-\sqrt{3}xz$			
abc			
7			
$-x^4z^5$			

3. Son términos semejantes:

- I. ab ; $-a^2b^3$ II. $7xy$; $4y^2z$
 III. 7 ; x IV. abc ; $-3cba$
 a) I b) II c) III
 d) IV e) N.A.

4. Colocar verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

- I. En un término algebraico los exponentes no pueden ser números irracionales. ()
 II. Es un término algebraico $3x^xy^3z$. ()
 III. $5x^3y^4z^5$; $-3y^3x^4z^5$ son términos semejantes. ()

5. Si: t_1 y t_2 son semejantes:

$$t_1 = 13x^7 \quad t_2 = 2x^a$$

Calcular: $\sqrt{4a-3}$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

6. Dado los términos semejantes :

$$3a^{2m+4} \quad ; \quad -\sqrt{3}a^{12}$$

Calcular: $m + 1$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

7. Si los siguientes términos son semejantes:

$$5x^{a+4}y^7 \quad ; \quad -3x^5y^{3+b}$$

Calcular: $B = \sqrt{a+b+4}$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

8. Dados los términos semejantes:

$$3x^{a+5}y^{b+7} \quad ; \quad -x^7y^{a+2b}$$

Calcular: $R = a \cdot b$

- a) 10 b) 9 c) 8
 d) 7 e) 6

9. Dados los términos semejantes:

$$t_1 = (2a+b)x^4y^{b+3} \quad t_2 = (b-3a)x^4ay^5$$

Calcular: La suma de coeficientes.

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

10. Indicar los coeficientes de los términos semejantes siguientes:

$$-2ax^{a+b}y^5 \quad ; \quad 12bx^8y^{b+4}$$

- a) -14 y 12 b) 14 y 12 c) 4 y -12
 d) -4 y -12 e) N.A.

11. Dados los términos algebraicos semejantes:

$$(a+4)c^{a+3}d^{b+4} \quad ; \quad (b+2)c^{2a+1}d^{2b+2}$$

Calcular: $\sqrt{a+b}$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

12. Calcular de los términos semejantes:

$$(b+4)x^7 \quad ; \quad (2-b)x^{b+2}$$

Los coeficientes:

- a) 9 y -3 b) 9 y 3 c) 9 y 4
 d) -9 y 4 e) N.A.

13. Si: $t_1 = 3x^4y^5z^3$ y $t_2 = -2x^ay^{b+2}z^{c+1}$ son semejantes.

Calcular: $A = a + b + c$

- a) 10 b) 9 c) 8
 d) 7 e) 6

14. Si los términos semejantes presentan iguales coeficientes:

$$(b+3)x^by^{c+3} \quad ; \quad 10x^by^5$$

Calcular la suma de los exponentes.

- a) 13 b) 12 c) 11
 d) 10 e) 9

15. Dados los términos semejantes:

$$3x^{a+4}y^{b+3}z^{c+2} \quad ; \quad -2x^{b+4}y^{c+3}z^8$$

Calcular: $A = \frac{a+b+c}{3}$

- a) 7 b) 6 c) 5
 d) 4 e) 3

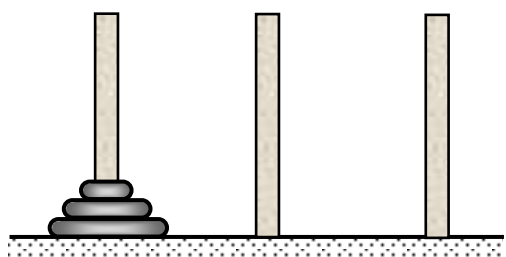
RAZONAMIENTO LÓGICO



En este primer capítulo del curso el alumno sólo necesita de ingenio y habilidad y en forma paralela incrementará sus capacidades

✓ **EJEMPLO DE INTRODUCCIÓN**

Un juego consiste en trasladar los discos del primer eje al tercero. ¿Cuántos movimientos se deberán realizar, sabiendo que un disco grande no puede estar encima de uno pequeño.



Solución .-



¡Usa tu ingenio y habilidad!

ALGUNOS TIPOS DE PROBLEMAS

✓ **EQUIVALENCIA**

Ejemplo : Si : $3 = 1$
¿Cuánto es : $3 + 3 + 3?$

Solución :



✓ **RELACIONES DE DÍAS**

Si el anteayer de ayer fue MARTES. ¿Qué día será el mañana de pasado mañana?

Solución .-

Ante Ante Ayer	Ante Ayer	Ayer	hoy	mañana	Pasado mañana	Pasado pasado mañana

Ubica los tipos de días.



✓ **RELACIONES FAMILIARES**

Una familia está conformada por : dos padres, dos hermanos, 3 hijos, 1 tío y 1 nieto. ¿Cuántas personas como mínimo conforman la familia?.

Solución .-



¡No! la respuesta no es 9

✓ **SUBIDA A LA CUESTA**

Ejemplo : Un mono escala un árbol; cada día sube 3 metros pero en la noche descende 2 metros. ¿Cuántos días demorará en llegar a la cima del árbol, si la altura del árbol es 30 metros?

Solución .-



¡No! La respuesta no es 30 días

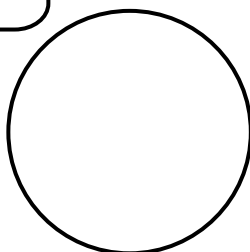


✓ **NÚMERO DE CORTES NECESARIOS.**

Ejemplo : ¿Cuántos cortes serán necesarios hacer en el círculo para tener 11 pedazos?



Los pedazos no son necesariamente iguales



✓ **CRUZES DE RÍOS**

Ejemplo : Queriendo cruzar el río en bote un granjero se puso a reflexionar sobre las circunstancias que le rodeaban; tenía un perro, una gallina y un saco de maíz para transportar a través del río; no podía dejar a los 3 solos porque el perro se comería a la gallina o la gallina se comería al maíz; además en el bote sólo podrían cruzar en cada viaje el granjero y uno de los acompañantes. ¿Cómo transporte el cargamento?

Solución .-

Será posible resolver este problema



✓ **LOS QUE DICEN LA VERDAD Y LOS QUE MIENTEN**

Ejemplo : De Jorge, Carlos y Omar se sabe que 2 de ellos beben y siempre mienten, mientras que el otro no fuma y siempre dice la verdad. Si Jorge dijo : "Carlos no bebe", entonces : ¿Quiénes beben y quién no?

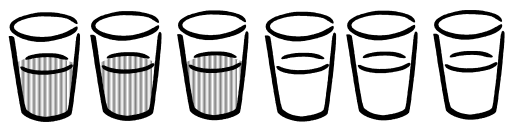
Solución .-



EJERCICIOS DE APLICACIÓN

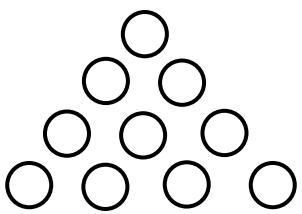
1. Si : $2 = 1$
¿Cuánto es $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$?
a) 12 b) 6 c) 3
d) 4 e) 1

2. En el gráfico se muestran 3 vasos con agua. Para lograr que el vaso con agua y el vaso vacío se encuentren alternados. ¿Cuántos vasos como mínimo deberá mover?



 a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

3. En el triángulo formado con monedas. ¿Cuántas monedas se deberá mover como mínimo para que el triángulo este orientado hacia abajo?



 a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

4. Un fumador puede formar con 3 colillas de cigarrillos un cigarrillo. ¿Cuántos cigarrillos podrá fumar con 15 colillas?
a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

5. Si el lunes es el martes del miércoles, el jueves es el viernes del sábado. ¿Qué día es el domingo del lunes?
a) Domingo b) Miércoles c) Viernes
d) Sábado e) Jueves

6. Si el anteayer del mañana de pasado mañana es viernes. ¿Qué día fue ayer?
a) Lunes b) Martes c) Miércoles
d) Jueves e) Viernes

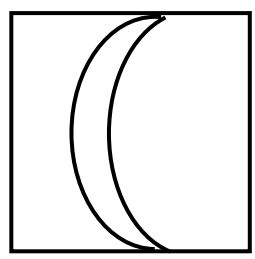
7. Siendo lunes el mañana del día anterior al pasado mañana de ayer. ¿Qué día será el ayer de pasado mañana?
a) Martes b) Miércoles c) Jueves
d) Lunes e) Viernes

8. ¿Quién es la única hija del suegro de mi papá?
a) Mi tía b) Mi hermana c) Mi madre
d) Mi cuñada e) Mi abuela

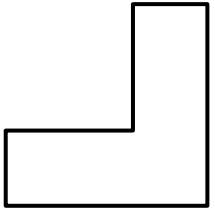
9. En una reunión se encuentran 2 padres, 2 hijos y 1 nieto. ¿Cuántas personas como mínimo se encuentran en dicha reunión?
a) 5 b) 4 c) 3
d) 2 e) 1

10. Orlando mira un retrato diciendo : "No tengo hermanos ni hermanas y sin embargo el padre de este hombre es hijo de mi padre". ¿De Quién es el retrato?
a) De Orlando
b) Del padre de Orlando
c) Del hijo de Orlando
d) Del Abuelo de Orlando
e) Del sobrino de Orlando

11. ¿Cuántas rectas serán necesarias trazar para tener 6 regiones en la luna?
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5



12. Dividir la figura en 4 partes que tengan la misma forma y tamaño.



13. Un caracol sube por una escalera de 65 escalones, pero cada día por cada 5 escalones que sube baja 2. ¿Cuántos días tardará en subir la escalera?

- a) 22 b) 21 c) 20
d) 19 e) 18

14. Tres caníbales y 3 misioneros se encuentran en la orilla de un río y desean cruzar a la otra orilla, para lo cual tienen un bote, en donde pueden ir 2 personas, sabiendo que 2 o 3 caníbales no pueden quedarse con un misionero por que se lo comen. ¿Cuántos viajes como mínimo, serán necesarios para que pasen los 6 intactos?

- a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 14

15. En un pueblo se celebra un juicio en el que hay 3 acusados, de los cuales uno es culpable y siempre miente y los otros dicen la verdad además uno de ellos es extranjero y no sabe el idioma del pueblo, por lo que el juez decide tomar como interpretes a los otros dos acusados. El juez le pregunta al extranjero: "Es usted culpable". El extranjero responde en su idioma. Luego pregunta a los interpretes que fue lo que dijo. El segundo acusado responde que no, el tercer acusado responde que ha dicho que sí. ¿Quién es el culpable?

- a) El primero d) nadie
b) El segundo e) no se puede
c) El tercero saber

TAREA DOMICILIARIA

1. Calcular "A", si $6 = 3$

$$A = \frac{6+6+6+6+6}{6+6+6+6}$$

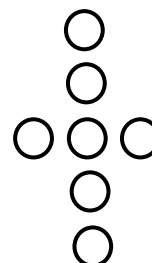
- a) $\frac{5}{4}$ b) 5 c) 10
d) 1 e) 0

2. En el gráfico se muestran 4 vasos con gaseosa. Para lograr que el vaso con gaseosa y el vaso vacío se encuentren alternados. ¿Cuántos vasos como mínimo se deberá mover?



- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

3. Con 7 monedas se forma la cruz mostrada en el gráfico. Cambiar la posición la menor cantidad de monedas para obtener una cruz con el mismo número de monedas en la columna y fila.



- a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

4. si con 6 tapas de gaseosa se puede pedir una gaseosa y Anita reúne 51 tapas. Hallar el máximo de gaseosas que puede tomar.

- a) 9 b) 10 c) 11
d) 8 e) 7

5. ¿Cuál es el día que está antes del domingo en la forma que está después del miércoles.

- a) Lunes b) Martes c) Jueves
d) Viernes e) Sábado

6. Siendo miércoles el pasado mañana de hoy. ¿Qué día será el mañana de pasado mañana?

- a) Lunes b) Martes c) Miércoles
d) Jueves e) Viernes

7. Siendo martes el ayer del día anterior, al pasado mañana de ayer. ¿Qué día será el anteayer de pasado mañana?

- a) Lunes b) Martes c) Miércoles
d) Jueves e) Viernes

8. El tío del hijo de la única hermana de mi padre. ¿Qué parentesco tiene conmigo?

- a) Es mi tío
- b) Es mi padre
- c) Es mi abuelo
- d) Es mi hermano
- e) Es mi cuñado.

9. Los esposos Pérez tienen 7 hijos y cada hijo tiene 2 hermanos. ¿Cuántas personas como mínimo hay en la familia Pérez?

- a) 16
- b) 14
- c) 10
- d) 11
- e) 9

10. Dos señoritas nacieron el mismo día del mismo mes y del mismo año, tienen los mismos padres y sin embargo no son gemelas ni mellizas. ¿Cómo se explica esto?

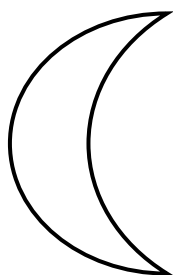
- a) Es absurdo el problema.
- b) Falta mayor información
- c) Las 2 señoritas no tienen ningún parentesco.
- d) Son trillizos
- e) Son hermanastras

11. Teresa quiere compartir la torta que preparó con sus 7 amigos. ¿Cuántos cortes se debe realizar como mínimo?

- a) 7
- b) 6
- c) 5
- d) 4
- e) 3

12. ¿Cuántas rectas se debe realizar como mínimo para tener 8 regiones.

- a) 8
- b) 5
- c) 4
- d) 2
- e) 1



13. Una hormiga sube durante el día 5m. de un torre y resbala durante las tardes 3m. ¿Cuántos días demorará en llegar a la cúspide de la torre si tiene 145 m. de altura?

- a) 69
- b) 70
- c) 71
- d) 72
- e) 73

14. Tres "Luchadores de Zumo". Deben cruzar un río y no saben nadar, dos hindú, practicantes de yoga, que poseen un bote, están dispuestos a ayudarlos, pero el bote es tan liviano, que no soporta el peso de un zumo y un hindú. Solamente soporta el peso de un zumo o de los 2 hindús. ¿Cuán es el mínimo de viajes que hacen para pasar de una orilla a otra?

- a) 11
- b) 10
- c) 9
- d) 8
- e) 7

15. De Aldo, Daniel y Edwin se sabe que dos de ellos fuman y siempre mienten, mientras que el otro no fuma y siempre dice la verdad.

Si Aldo dijo : "Daniel no fuma" entonces:

- a) Aldo dice la verdad
- b) Edwin no fuma
- c) Daniel no fuma
- d) Edwin y Daniel dicen la verdad
- e) Aldo y Edwin mienten

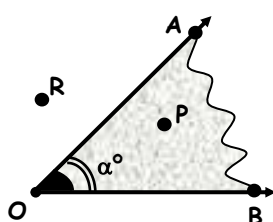
ÁNGULOS

● **CONCEPTOS**

.....

.....

.....



Donde:

- * "P" : Pertenece a la región .
- * "R" : Pertenece a la región exterior del ángulo

¿Y cómo se denota?

• **NOTACIÓN :**

$m\angle AOB$:



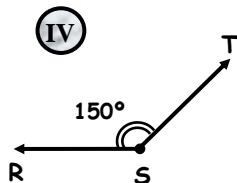
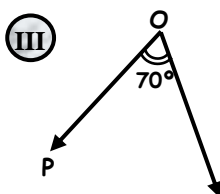
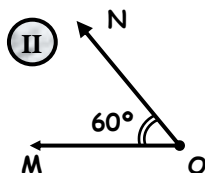
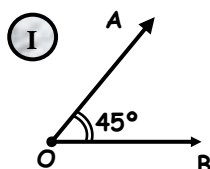
¿Y su medida?
¿En que unidad se expresa?

$\angle AOB$:

En la unidad de :

● **VEAMOS ALGUNOS EJEMPLOS :**

- Denota los siguientes ángulos y sus respectivas medidas:



Q

I. _____ ; _____ = _____

II. _____ ; _____ = _____

III. _____ ; _____ = _____

IV. _____ ; _____ = _____

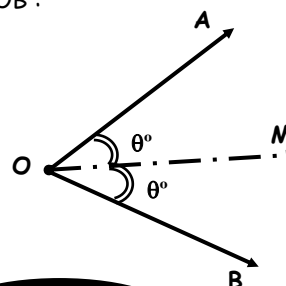
● **¿QUÉ ES UNA BISECTRIZ?**

.....

.....

.....

Sea el $\angle AOB$:



⇒ ¿Cómo, biseca?

O sea :

.....

.....

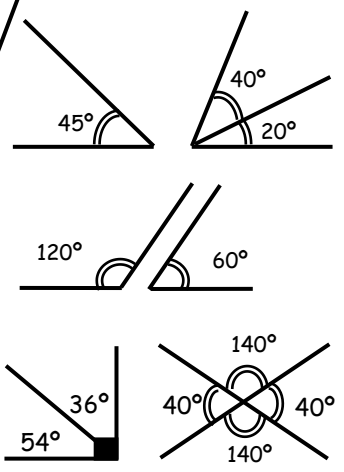
Si : \vec{OM} es bisectriz del $\angle AOB$.
Se cumple :
 $m\angle AOM = m\angle MOB = \theta^\circ$

¡Recordemos!

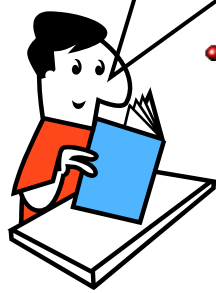
"Qué todo ángulo en la geometría plana es positivo y menor ó igual a una vuelta".

$$0^\circ \leq \alpha^\circ_{\text{GEOMETRICO}} \leq 360^\circ$$

¿Profe Carlitos y porque algunos ángulos son mayores que otros y algunos tienen lados comunes?



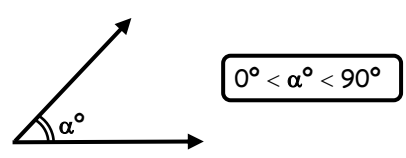
JÓVENES PARA UN MEJOR ESTUDIO
 ⇒ Clasifiquemos los ángulos: según sus medidas y según la posición de sus lados:



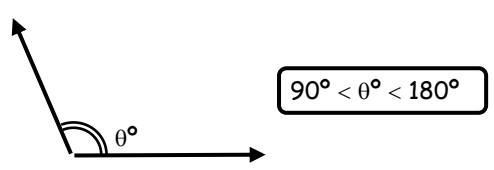
● **CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS**

a) Según sus medidas :

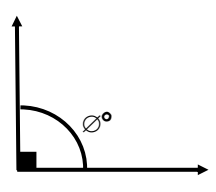
a.1. Ángulo Agudo :



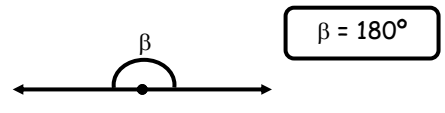
a.2. Ángulo Obtuso :



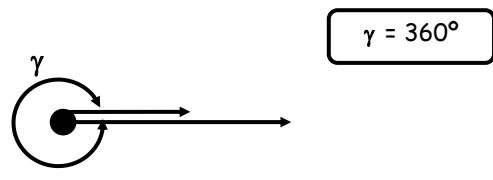
a.3. Ángulo Recto :



a.4. Ángulo Llano :



a.5. Ángulo de una vuelta :



* Veamos algunos ejemplos :

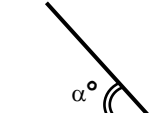
1. Ang. Agudos:
 - ⇒ 10°, 30°, 60°, 80°, 89°, etc.
2. Ang. Obtusos :
 - ⇒ 100°, 150°, 118°, 179°, 91°, etc

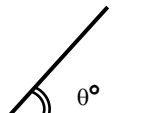
* De los siguientes gráficos indique si el \sphericalangle es agudo, recto, obtuso o llano.


- 20° →
- 36° →
- 72° →
- 100° →
- 18° →
- 90° →
- 170° →
- 115° →
- 360° →
- 180° →

- 162° →
- 180° →
- 162° →
- $90,5^\circ$ →
- $89,5^\circ$ →
- 0° →


* Utilizando el transportador, mide aproximadamente los siguientes ángulos.

○  $\alpha^\circ = \dots\dots\dots$

○  $\theta^\circ = \dots\dots\dots$

○  $\beta^\circ = \dots\dots\dots$

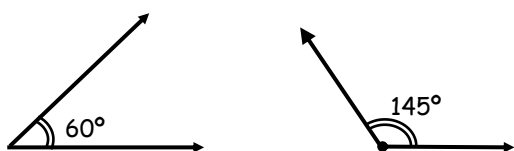
○  $\phi^\circ = \dots\dots\dots$

○  $\gamma^\circ = \dots\dots\dots$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. De los siguientes gráficos. Indique el tipo de ángulos:

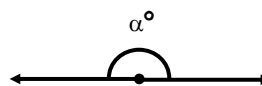
- a) ✕ b) ✕



- c) ✕ d) ✕



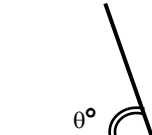
- e) ✕



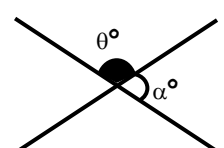
2. Indique de que tipo de ángulo se trata según su medida.

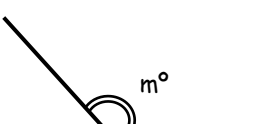
- a) 16° →
- b) 25° →
- c) 145° →
- d) 90° →
- e) 180° →

Usando el transportador medir aproximadamente los siguientes ángulos.

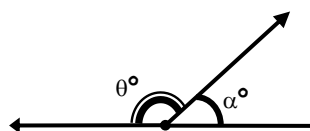
3.  $\theta^\circ = \dots\dots\dots$

4.  $\alpha^\circ = \dots\dots\dots$

5.  $\alpha^\circ = \dots\dots\dots$
 $\theta^\circ = \dots\dots\dots$

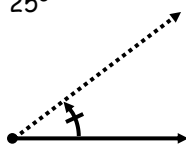
6.  $m^\circ = \dots\dots\dots$

7. $\theta^\circ - \alpha^\circ = \dots\dots\dots$

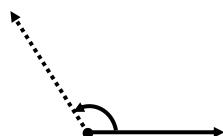


8. Grafique aproximadamente con su transportador los siguientes ángulos.

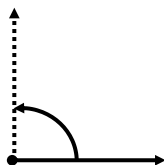
a) $\alpha^\circ = 25^\circ$



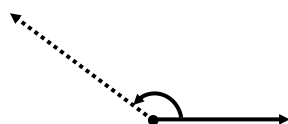
b) $\alpha^\circ = 100^\circ$



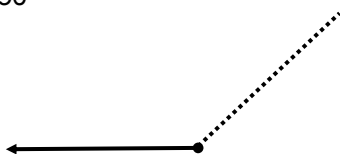
c) $\alpha^\circ = 90^\circ$



d) $\alpha^\circ = 160^\circ$



e) $\alpha^\circ = 150^\circ$

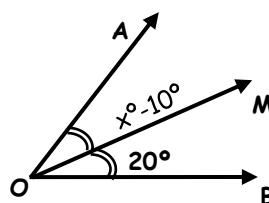


9. Indicar verdadero o falso :

- a) El \sphericalangle agudo mide 90° ()
- b) el \sphericalangle obtuso mide 180° ()
- c) 91° , es un ángulo agudo ()
- d) 180° , es un ángulo llano ()
- e) El ángulo obtuso puede ser 135° ()

10. Calcular "x"

Si : \overrightarrow{OM} es bisectriz del ángulo AOB



Sol. -

Sabías que :

- $\rightarrow 1^\circ <> 60'$
- $\rightarrow 1' <> 60''$
- $\rightarrow 1^\circ <> 3600''$



Por ejemplo :

Convertir :

$$a) \frac{45^\circ}{2} = 22^\circ + \frac{1^\circ}{2} = 22^\circ + \frac{60'}{2}$$

$$\frac{45^\circ}{2} = 22^\circ + 30' \Rightarrow \frac{45^\circ}{2} = 22^\circ 30' \quad *$$

$$b) \frac{17^\circ}{4} = 4^\circ + \frac{1^\circ}{4} = 4^\circ + \frac{60'}{4}$$

$$\frac{17^\circ}{4} = 4^\circ + 15' = 4^\circ 15' \quad *$$

$$c) \frac{127^\circ}{25} = 5^\circ + \frac{2^\circ}{25} = 5^\circ + \frac{2(60')}{25}$$

$$= 5^\circ + \frac{24'}{5} = 5^\circ + \frac{24'}{5} = 5^\circ + 4' + \frac{4(60'')}{5}$$

$$= 5^\circ + 4' + \frac{4(60'')}{5} = 5^\circ + 4' + 48''$$

$$= \frac{127^\circ}{25} = 5^\circ 4' 48'' \quad *$$

11. Calcular : $\frac{27^\circ}{2}$

13. Calcular $\frac{125^\circ}{4}$

14. Calcular $\frac{127^\circ}{8}$

15. Calcular $\frac{85^\circ}{4}$

12. Calcular $\frac{35^\circ}{2}$

TAREA DOMICILIARIA

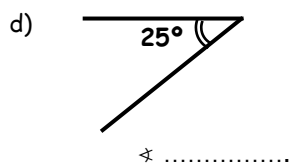
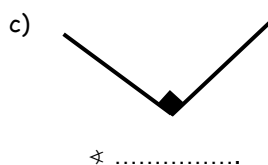
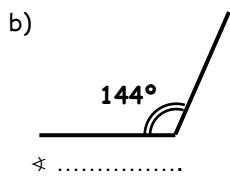
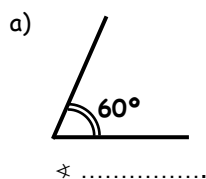
1. Indicar verdadero ó falso según corresponda:
 - a) El ángulo tiene dos lados ()
 - b) El ángulo tiene dos bisectrices ()
 - c) El ángulo esta formado por dos semirrectas. ()
 - d) Todos los ángulos están medidos en grados sexagesimales ()
 - e) El ángulo agudo es mayor que 90° ()

2. Indicar verdadero ó falso según el ángulo.
 - a) La unidad del ángulo es el grado sexagesimal (1°) ()
 - b) El minuto sexagesimal es ($1'$) ()
 - c) El segundo sexagesimal es ($1''$) ()
 - d) Un grado (1°) ; equivale a 60 minutos sexagesimales ($60''$) ()
 - e) Un minuto ($1'$) equivale a 60 segundos sexagesimales ($60''$) ()

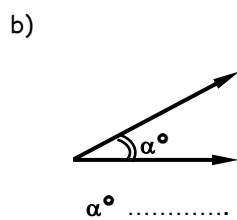
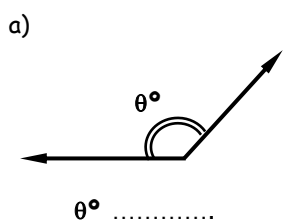
3. Indicar verdadero o falso, según corresponda:
 - a) El ángulo agudo es menor que 90° ; pero mayor que 0° ()
 - b) El ángulo obtuso es mayor que 90° ; pero menor que 180° ()
 - c) El ángulo recto mide 180° ()
 - d) El ángulo llano mide 90° ()
 - e) El ángulo de revolución ó de una vuelta mide 360° ()

4. Relacionar las siguientes alternativas:
 - a) Ángulo Agudo () 180°
 - b) Ángulo Obtuso () 27°
 - c) Ángulo Recto () 360°
 - d) Ángulo de una vuelta () 90°
 - e) Ángulo Llano () 150°

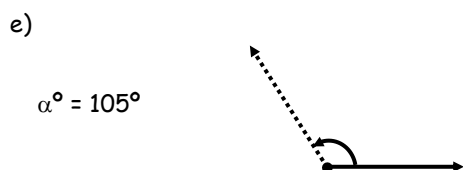
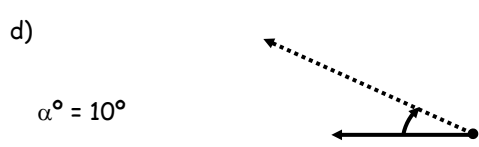
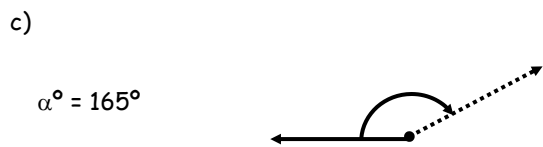
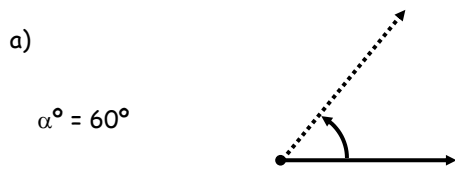
5. Resolver los siguientes ejercicios (medición)



6. Medir los siguientes ángulos (use transportador)



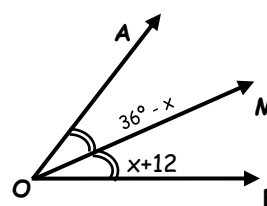
7. Grafique aproximadamente los siguientes ángulos :



8. Indicar verdadero (V) o falso (F).

- a) La geometría en Egipto era una ciencia ()
- b) Tales nació en Egipto ()
- c) Tales es el "Padre de la geometría" ()
- d) Tales sostenía que el agua es el origen de las cosas ()
- e) La geometría aparece en Grecia, gracias a Tales. ()

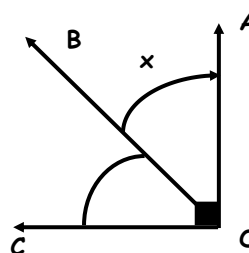
9. Si: \vec{OM} es bisectriz :
Calcular "x":



Sol. -

Rpta : 12°

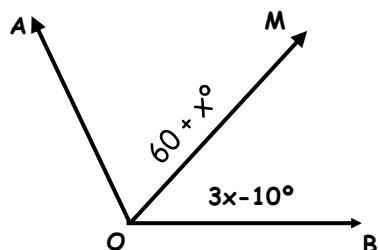
10. Calcular "x" : (Si \vec{OB} es bisectriz $\sphericalangle AOC$)



Sol. -

Rpta : 45°

11. Calcular "x". Si: \vec{OM} : Bisectriz:



Rpta : 35°

12. Calcular "α" en grados y minutos.

$$\alpha^\circ = \frac{37^\circ}{4}$$

Sol.-

Rpta . - $9^\circ 15'$

13. $\alpha^\circ = \frac{105^\circ}{8}$

Sol.-

Rpta . - $13^\circ 7' 30''$

14. $\alpha^\circ = \frac{135}{25}$

Sol.-

Rpta . - $5^\circ 24'$

15. $\alpha^\circ = \frac{180^\circ}{16}$

Sol.-

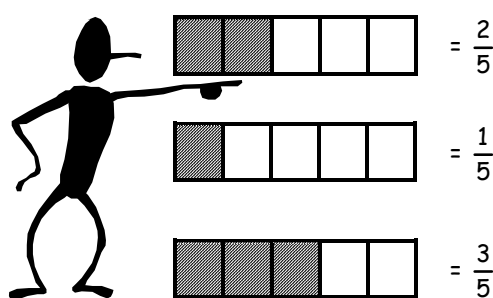
Rpta . - $11^\circ 15'$

ADICIÓN EN EL CONJUNTO Q

"El trabajo y la perseverancia son los ojos del éxito"

☑ **ADICIÓN DE FRACCIONES HOMOGÉNEAS**

Observa el siguiente ejemplo:



Otra forma:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2+1}{5} = \frac{3}{5}$$

Recuerda:
F. Homogéneas son aquellas que tiene el mismo denominador.

✂ **PRÁCTICA**

a) $\frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{+}{5} = \text{---}$

b) $\frac{3}{7} + \frac{+}{7} = \frac{+1}{7} = \frac{4}{7}$

c) $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{+}{5} = \text{---}$

d) $\frac{7}{9} + \frac{4}{9} = \frac{+}{9} = \frac{+}{9}$

e) $\frac{8}{10} + \frac{2}{10} + \frac{3}{10} = \frac{+}{10} + \frac{+}{10} = \frac{+}{10}$

☑ **ADICIÓN DE FRACCIONES HETEROGÉNEAS**



Observa el siguiente ejemplo:

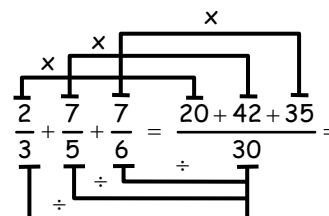
$$\frac{2}{3} + \frac{7}{5} + \frac{7}{6} =$$

Recuerda:
F. Heterogéneas son aquellas que poseen diferentes denominadores

PASO N° 1

M.C.M. (3, 5, 6) = 30

PASO N° 2

$$\frac{2}{3} + \frac{7}{5} + \frac{7}{6} = \frac{20 + 42 + 35}{30} =$$


Solo tiene que dividir el MCM con el denominador y multiplicarlos con el Numerador.

✂ **AHORA PRÁCTICA TÚ**

$$\frac{4}{5} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$$

PASO N° 1

M.C.M. (5, 3, 2) = 30

PASO N° 2

$$\frac{4}{5} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{\square + \square + \square}{30} = \frac{\square}{\square}$$

Curiosidades Matemáticas

El origen de los signos + y - no se conoce con certeza. Hay varias opiniones. Una de ellas supone que surgieron de las marcas hechas con tiza en las cajas de mercaderes, por los comerciantes alemanes del siglo XV, para indicar las diferencias de peso en más o



Sigamos, observa:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{4+3}{6} = \frac{7}{6}$$

También lo puedes hacer así:

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{2(2)+3(1)}{3(2)} = \frac{7}{6}$$

esto solo es posible cuando los denominadores son primos entre sí.

➤ PROPIEDADES DE LA ADICIÓN

1) Conmutativa

$$\frac{4}{6} + \frac{2}{6} = \frac{2}{6} + \frac{4}{6}$$

$$\frac{6}{6} = \frac{6}{6}$$

Conmutar significa cambiar de posición.

2) Asociativa

$$\left(\frac{4}{5} + \frac{2}{5}\right) + \frac{1}{5} = \frac{4}{5} + \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{5}\right)$$

$$\frac{6}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}$$

$$\frac{7}{5} = \frac{7}{5}$$

Asociar significa Agrupar



Ejercicios de Aplicación

1. Completa:

- A) Aquella fracción cuyos denominadores son diferentes se llaman _____
- B) Aquella fracción cuyos denominadores son iguales se llaman _____

2. Relaciona:

- A) $\frac{4}{5} - \frac{6}{5}$ • $\frac{11}{2}$
- B) $\frac{8}{2} + \frac{3}{2}$ • $-\frac{4}{10}$
- C) $\frac{11}{10} - \frac{15}{10}$ • $-\frac{2}{5}$

3. Aplicando la propiedad conmutativa resuelve:

- A) $\frac{2}{6} + \frac{3}{6}$
- B) $\frac{7}{5} + \frac{2}{3}$
- C) $\frac{6}{4} + \frac{3}{9}$

4. Aplicando la propiedad asociativa resuelve:

- A) $\frac{4}{5} + \frac{3}{5} + \frac{2}{5}$
- B) $\frac{3}{9} + \frac{2}{7} + \frac{6}{5}$
- C) $\frac{4}{5} + \frac{3}{7} + \frac{6}{9}$

5. Aplicando el método practicar resuelve:

- A) $\frac{2}{5} + \frac{3}{7}$
- B) $\frac{6}{9} + \frac{2}{4}$
- C) $\frac{1}{5} + \frac{2}{3}$

6. Marcar con V ó F según sea el caso:

- A) En la suma homogéneas se halla el MCM ()
- B) En la suma heterogéneas se halla el MCM ()



Curiosidades Matemáticas

El símbolo "." para la multiplicación fue utilizado por "Thomas Marriot" pero

7. Marca con X las Fracciones Homogéneas

$$\frac{4}{7}, \frac{8}{9}, \frac{2}{7}, \frac{6}{7}, \frac{8}{4}, \frac{2}{4}, \frac{9}{3}$$

8. Marca con X las Fracciones Heterogéneas

$$\frac{2}{5}, \frac{6}{7}, \frac{3}{9}, \frac{2}{9}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$$

9. Une con flechas

- A) Conmutar significa • cambiar de posición
- B) Asociar significa • agrupar

10. Une con flechas

- A) Homogéneas • $\frac{2}{5}, \frac{3}{7}$
- B) Heterogéneas • $\frac{4}{9}, \frac{2}{9}$

11. Aplicando el método asociativo resuelve:

- A) $\frac{2}{6} + \frac{3}{7} + \frac{4}{5}$
- B) $\frac{3}{9} + \frac{1}{10} + \frac{2}{7}$
- C) $\frac{1}{17} + \frac{3}{19} + \frac{4}{12}$

12. Aplicando el método práctico resuelve

- A) $\frac{2}{5} + \frac{3}{7}$
- B) $\frac{6}{9} + \frac{3}{7}$
- C) $\frac{1}{5} + \frac{2}{3}$

13. Efectuar las siguientes operaciones:

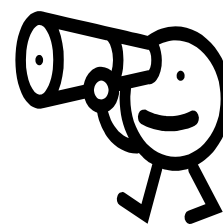
- A) $\frac{3}{4} + \frac{2}{7} + \frac{3}{4} = \frac{\square}{\square}$
- B) $3\frac{1}{5} + 8\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{\square}{\square}$
- C) $\frac{3}{9} + \frac{8}{9} + \frac{7}{9} = \frac{\square}{\square}$

14. Efectuar:

- A) $\frac{100}{10} + \frac{350}{10} + \frac{420}{10} = \frac{\square}{\square}$
- B) $\frac{120}{12} + \frac{144}{12} + \frac{12}{12} = \frac{\square}{\square}$
- C) $\frac{450}{90} + \frac{600}{100} + \frac{900}{90} = \frac{\square}{\square}$

15. Efectuar:

- A) $\frac{480}{60} + \frac{1500}{500} + \frac{1400}{700} = \frac{\square}{\square}$
- B) $\frac{155}{5} + \frac{144}{2} + \frac{25}{5} = \frac{\square}{\square}$
- C) $\frac{13}{4} + \frac{5}{9} + \frac{3}{4} + \frac{7}{9} = \frac{\square}{\square}$



Curiosidad Matemática

La división centesimal se inventó con el sistema métrico decimal o finales del siglo XVIII.



Tarea Domiciliaria

1. Coloca una (X) a la respuesta correcta:
¿En la suma de fracciones heterogéneas es necesario hallar el MCD?

Si
No

2. Resolver: $5\frac{1}{6} + 3\frac{1}{4}$

- a) 64/12 b) 68/12 c) 72/12
d) 14/12 e) N.A.

3. Efectuar las siguientes operaciones:

$$3\frac{1}{3} + \frac{18}{3} + \frac{1}{3}$$

- a) 29/5 b) 29/4 c) 29/3
d) 28/5 e) 26/4

4. Coloca V ó F según corresponda:

- a) $\frac{2}{3}, \frac{5}{3}$ F. Homogéneas ()
b) $\frac{3}{3}, \frac{6}{3}$ F. Heterogéneas ()
c) $\frac{2}{7}, \frac{5}{7}$ F. Nula ()

5. Efectuar:

$$\frac{5}{4} + \frac{6}{4} + \frac{8}{4} + \frac{7}{4} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

- a) 25/4 b) 27/4 c) 28/4
d) 29/4 e) N.A.

6. Efectuar: $\frac{5}{3} + \frac{2}{3}$

- a) 6/3 b) 5/3 c) 7/3
d) 8/3 e) N.A.

7. Desarrollar: $3\frac{1}{5} + 5\frac{1}{3} + 1$

- a) 142/15 b) 143/15 c) 144/15
d) 145/16 e) N.A.

8. Efectuar:

$$\frac{15}{5} + \frac{20}{5} + \frac{100}{10} + \frac{30}{10} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

- a) 20/5 b) 10 c) 4
d) 25/5 e) N.A.

9. Coloca "V" ó "F" según convenga

A) $\frac{3}{5}, \frac{4}{7}$ F. Homogénea ()

B) $\frac{6}{5}, \frac{7}{5}$ F. Heterogénea ()

C) $\frac{7}{5} + \frac{6}{5}$ F. Homogénea ()

* RESOLVER:

10. $1\frac{6}{4} + 2\frac{1}{3} + \frac{66}{3} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$

11. $\frac{26}{4} + \frac{29}{4} + \frac{144}{12} + \frac{25}{5} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$

12. $\frac{48}{6} + \frac{525}{5} + \frac{600}{100} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$

13. $\left[\left(\frac{1}{5}\right) + \left(\frac{4}{15}\right) - \left(\frac{3}{9}\right)\right] = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$

14. $\frac{28}{7} + \frac{14}{7} + \frac{48}{7} + \frac{59}{7} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$

15. $\frac{640}{20} + \frac{300}{150} + \frac{640}{20} + \frac{50}{10} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$

Curiosidades Matemáticas

Paolo Ruffini, matemático italiano (1765 - 1822) publicó su famosa regla en 1804. esencialmente coincide con la publicada en 1819 por el inglés W.G. Horner. Antecedentes de esta regla se han encontrado en trabajos de matemáticos chinos en el siglo XIII.

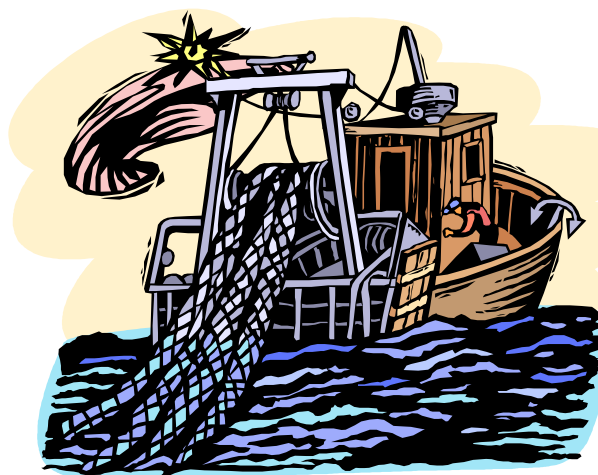


CURIOSIDADES NUMÉRICAS

El Número Mágico 153

En el evangelio, según San Juan (Cap 21, versículo 11) se lee que : "Los discípulos no habiendo pescado nada durante la noche se disponían a abandonar la tarea, cuando siguiendo el consejo de Jesús, echaron de nuevo la red, la cual Simón Pedro, la levanto y la trajo a tierra estaba llena de grandes peces en numero 153 y siendo tantos la red no se rompió.

Por eso el número 153 se consideró en la antigüedad como número mágico, buscándose distintas propiedades del mismo. Por ejemplo :



Es un número triangular :

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 15 + 16 + 17 = 153$$

$$1^3 + 5^3 + 3^3 = 153$$

$$1 + 2 \times 1 + 3 \times 2 \times 1 + 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 153$$

Si se parte de un número natural, cualquiera que sea múltiplo de 3, y se suman el cubo de sus cifras. El resultado también será un múltiplo de 3, se aplica la misma operación. Continuando así se llegará al número 153.

Ejemplo :

$$252 \rightarrow 2^3 + 5^3 + 2^3 = 141$$

$$141 \rightarrow 1^3 + 4^3 + 1^3 = 66$$

$$66 \rightarrow 6^3 + 6^3 = 432$$

$$432 \rightarrow 4^3 + 3^3 + 2^3 = 99$$

$$99 \rightarrow 9^3 + 9^3 = 1458$$

$$1458 \rightarrow 1^3 + 4^3 + 5^3 + 8^3 = 702$$

$$702 \rightarrow 7^3 + 0^3 + 2^3 = 351$$

$$351 \rightarrow 3^3 + 5^3 + 1^3 = \boxed{153}$$

Por eso se dice que el número 153 es un **AGUJERO NEGRO**.



Las operaciones entre números tienen ciertas curiosidades, ahora veremos algunas de ellas será divertido.

NOTABLES DESCOMPOSICIONES DE NÚMEROS

El número 100 puede ser descompuesto en 4 sumandos tales que den el mismo número 16 sumandos 4 al primero, restando 4 al segundo, multiplicando por 4 al tercero y dividiendo por 4 al cuarto.

* $100 = 12 + 20 + 4 + 64$
 $12 + 4 = 16$
 $20 - 4 = 16$
 $4 \times 4 = 16$
 $64 \div 4 = 16$



Podrás encontrar otro número que descompuesto en 4 sumandos; tales que den un mismo número sumando, restando, multiplicando y dividiendo un mismo número a cada sumando.

Claro que si ¡Veámoslo Ahora!



Piensa un número tal como \bigcirc y ahora un múltiplo de esta tal como \square Aplica las cuatro operaciones básicas.

1) $\square + \bigcirc = \triangle$
 2) $\square - \bigcirc = \triangle$
 3) $\square \times \bigcirc = \triangle$
 4) $\square \div \bigcirc = \triangle$

Sumando los resultados obtenidos, tendremos \square
 Despejando el número pensado en cada operación.

1) $\square = \triangle + \bigcirc$
 2) $\square = \triangle - \bigcirc$
 3) $\square = \triangle \div \bigcirc$
 4) $\square = \triangle \times \bigcirc$

¿Qué Observas?



Se puede concluir que el número \square puede ser descompuesto en 4 sumandos tales que den el mismo número \bigcirc sumando \bigcirc al primero, restando \bigcirc al segundo, dividiendo \bigcirc al tercero y multiplicando por \bigcirc al cuarto.

NÚMERO INVERTIDO

En los siguientes recuadros escribir números de 3 cifras y restarles el número que resulta al invertir el orden de sus cifras.

	Número	Número Invertido	Diferencia
①			
②			
③			
④			

Podemos observar que la cifra de las decenas es siempre \triangle y la suma de cifras de los extremos es siempre \triangle

El Número 84



Escribe la tabla del número 8 sumamos las cifras del resultado. ¿Qué observas?

Tabla	Suma de cifras	Resultado
$1 \times 8 = 8$	8	8
$2 \times 8 = 16$	$1 + 6 = 7$	7
$3 \times 8 = 24$	$2 + 4 = 6$	6
$4 \times 8 = 32$	$3 + 2 = 5$	5
$5 \times 8 = 40$	$4 + 0 = 4$	4
$6 \times 8 = 48$	$4 + 8 = 12 ; 1 + 2 = 3$	3
$7 \times 8 = 56$	$5 + 6 = 11 ; 1 + 1 = 2$	2
$8 \times 8 = 64$	$6 + 4 = 10 ; \square + \square = \square$	<input type="checkbox"/>
$9 \times 8 = 72$	$7 + 2 = \square$	<input type="checkbox"/>
$10 \times 8 = 80$	$8 + 0 = \square$	<input type="checkbox"/>
$11 \times 8 = 88$	$\square + \square = \square ; \square + \square$	<input type="checkbox"/>
$12 \times 8 = 96$	$\square + \square = \square ; \square + \square$	<input type="checkbox"/>
⋮		⋮

Los resultados son los números del al del en orden

PRODUCTOS QUE SE ESCRIBEN CON UNA SOLA CIFRA

El número 37

Multiplicado por los 9 primeros múltiplos de 3.



$37 \times 3 = 111 ; 1 + 1 + 1 = 3$
 $37 \times 6 = 222 ; 2 + 2 + 2 = 6$
 $37 \times 9 = 333 ; 3 + 3 + 3 = 9$
 $37 \times 12 = 444 ; 4 + 4 + 4 = 12$
 $37 \times \square = \square ; \square + \square + \square = \square$
 ⋮ ⋮ ⋮
 $37 \times 27 = 999 ; 9 + 9 + 9 = 27$



Multiplicando por múltiplos de 3 la suma de cifras del resultado da por valor el mismo múltiplo

El Número 3367

$33 \times 3367 = 111111$
 $66 \times 3367 = 222222$
 $99 \times 3367 = 333333$
 $132 \times 3367 = 444444$
 $\square \times 3367 = \square$
 ⋮
 $\square \times 3367 = 999999$

Multiplicado por los 9 primeros múltiplos de 33



PIRÁMIDES NUMÉRICAS

A Con el Número 9

$1 \times 9 + 2 = 11$
 $12 \times 9 + 3 = 111$
 $123 \times 9 + 4 = 1111$
 $1234 \times 9 + 5 = 11111$
 $12345 \times 9 + 6 = 111111$
 $\square \times 9 + \square = 1111111$

Pirámide de ochos (8)

$0 \times 9 + 8 = 8$
 $9 \times 9 + 7 = 88$
 $98 \times 9 + 6 = 888$
 $987 \times 9 + 5 = 8888$
 $9876 \times 9 + 4 = 88888$
 $\square \times 9 + \square = 888888$

B Con el número 8

$1 \times 8 + 1 = 9$
 $12 \times 8 + 2 = 98$
 $123 \times 8 + 3 = 987$
 $1234 \times 8 + 4 = 9876$
 $12345 \times 8 + 5 = 98765$
 $\square \times 8 + \square = 987654$



$$1^2 = 1$$

$$(11)^2 = 121$$

$$(111)^2 = 12321$$

$$(1111)^2 = 1234321$$

$$(11111)^2 = \boxed{}$$



Existen gran variedad de curiosidades numéricas sino miren el número 91

1 x 91 = 091
2 x 91 = 182
3 x 91 = 273
4 x 91 = 364
5 x 91 = 455
6 x 91 = 546
7 x 91 = 637
8 x 91 = 728
9 x 91 = 819

Observa : los resultados en forma vertical



FORMAS DIVERSAS DE ESCRIBIR UN NÚMERO.

Los números del 0 al 10 pueden ser expresados usando cuatro "cuatros" mediante operaciones matemáticas.

- 0 : $4 \times 4 - 4 \times 4$
- 1 : $\frac{4 \times 4}{4 \times 4}$
- 2 : $\frac{4}{4} + \frac{4}{4}$
- 3 : $\frac{(4 + 4 + 4)}{4}$
- 4 :
- 5 :
- 6 :
- 7 :
- 8 :
- 9 :
- 10 :

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Cuando se resta un número de 3 cifras con el que resulta al invertir el orden de sus cifras. La cifra de las decenas es _____ en la diferencia.
2. ¿Cuál es la suma de cifras del resultado de multiplicar 37×15 ?
.....
3. Escribir rápidamente el resultado de efectuar:
 $12345678 \times 9 + 9 =$
4. Escribir rápidamente el resultado de efectuar :
 $(111111)^2 =$
5. ¿Cuánto será la suma de cifras del resultado de multiplicar 798×8 ? Si la suma de cifras del resultado de multiplicar 790×8 es 11 (Obs : No realizar la multiplicación)
6. Aldo resta un número de 3 cifras con el que se obtiene al invertir el orden de sus cifras. Si la cifra de las unidades del resultado es 3. ¿Cuál será la cifra de las centenas?
a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8
7. ¿Cuál es el número? Que elevado al cuadrado da como resultado 12345654321?
a) 1234 b) 1111 c) 98765
d) 11111 e) 1010101
8. Si:
 $1234567 \times A + B = 11111111$
Hallar : A - B
a) 5 b) 4 c) 3
d) 2 e) 1

9. Si :
 $1234567 \times P + Q = 9876543$
 Hallar : $(P \times Q) / 2$
- a) 56 b) 28 c) 16
 d) 32 e) 18
10. Hallar : A^2
 Si : $A = \frac{8888886}{987654}$
- a) 64 b) 49 c) 36
 d) 81 e) 16
11. Calcular la suma de cifras de N :
 Si :
 $M \times N = 10305050301 + 2040604020$
- a) 5 b) 6 c) 7
 d) 8 e) 9
12. ¿Cuál es el número que descompuesto en 4 sumandos tales que sumando 5 al primero, retando 5 al segundo, multiplicando por 5 al tercero y dividiendo por 5 al cuarto de siempre 20 como resultado?
- a) 140 b) 141 c) 142
 d) 143 e) 144
13. ¿Cuál es la suma de las 2 últimas cifras? Del resultado de efectuar:
- $1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \dots\dots\dots$
- a) 1 b) 3 c) 5
 d) 7 e) 9
14. ¿Cuánto será la suma de cifras del resultado de restar un número de 5 cifras con el que se obtiene al invertir el orden de sus cifras?
- a) 9 b) 18 c) 27
 d) 36 e) 45

15. Los siguientes pares de cuadrados perfectos y sus raíces están formados por las mismas cifras escritas en orden inverso :

$12^2 = 144$; $21^2 = 441$
 $13^2 = 169$; $31^2 = 961$
 $122^2 = 14884$; $221^2 = 48841$

Encuentra tú junto a tu profesor unos cuántos pares de números que cumplan la misma curiosidad.

TAREA DOMICILIARIA

1. Cuando se resta un número de 3 cifras con el que resulta al invertir el orden de sus cifras. La suma de las cifras extremas es _____ en la diferencia.
2. ¿Cuál es la suma de cifras del resultado de multiplicar 37×24 ?

3. Escribir rápidamente el resultado de efectuar :
 $(111111)^2 =$ _____
4. Escribir rápidamente el resultado de efectuar:
 $12345678 \times 8 + 8 =$ _____
5. ¿Cuánto será la suma de cifras del resultado de multiplicar 3275×8 ?

Si la suma de cifras del resultado de multiplicar 3269×8 es 16.
 (Obs : No realizar la multiplicación).

a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

6. Daniel resta un número de 3 cifras con el que obtiene al invertir el orden de sus cifras. Si la cifra de las centenas del resultado es 5. ¿Cuál será la cifra de las unidades?

- a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

7. Si :

$$\underbrace{(111 \dots\dots 1)}_n^2 = 123456787654321$$

"n" cifras

Hallar "n" :

- a) 9 b) 8 c) 7
d) 6 e) 5

8. Si :

$$12345678 \times A + B = 111111111$$

Hallar : $2A + B$

- a) 18 b) 20 c) 24
d) 27 e) 36

9. Si :

$$12345678 \times M + N = 98765432$$

Hallar : $M - N$

- a) 4 b) 3 c) 2
d) 1 e) 0

10. Hallar : \sqrt{A} .

$$\text{Si : } A = \frac{88888887}{9876543}$$

- a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

11. Calcular el producto de cifras de M.

Si :

$$M \times M = 103050301 + 20404020$$

- a) 4 b) 3 c) 2
d) 1 e) 0

12. ¿Cuál es el número que descompuesto en 4 sumandos tales que sumando 6 al primero, restando 6 al segundo, multiplicando por 6 al tercero y dividiendo por 6 al cuarto da siempre 36 como resultado.

- a) 290 b) 291 c) 292
d) 293 e) 294

13. Si multiplicamos $13 \times 15 \times 17$ y así sucesivamente. ¿Cuál será el producto de las 2 últimas cifras del resultado?.

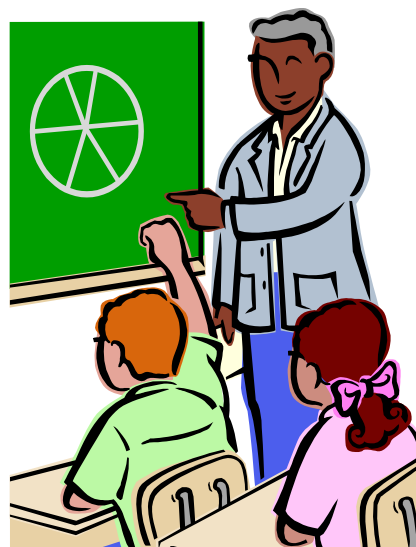
- a) 7 b) 10 c) 20
d) 24 e) 30

14. ¿Cuánto es la suma de cifras del resultado de restar un número de 7 cifras con el que se obtiene al invertir el orden de sus cifras?.

- a) 9 b) 18 c) 27
d) 36 e) 45

15. Usando cuatro cifras "3" y las operaciones básicas (+, -, x, ÷) expresar los números del 1 al 10).

(Ejemplo 1 = $\frac{3 \times 3}{3 \times 3}$)



EXPRESIONES ALGEBRAICAS II

RECORDANDO

Como ya sabemos un término algebraico consta de:

Parte Constante → Números

Parte Variable → Letras

Nota: Cuando los términos son semejantes se pueden **REDUCIR** por adición o sustracción.

Así: $2x + 4x - 3x + 5x$

Ejemplo: $4a + 5a + 3a + 2b - 3b + 5c$

Se reduce: $8x$

Queda: _____

MAYOR O IGUAL A 2

Cuando el resultado arroja un número **limitado** de términos algebraicos no semejantes se denomina **EXPRESIÓN ALGEBRAICA**.

Por ejemplo:

Luego de reducir $2a + b - 3a + 4b + 5c$ nos queda:

$5b - a + 5c$ Expresión Algebraica de 3 términos

$-x + y + z$ Expresión _____

$-x^3 - y^4$ Expresión _____



$3x^3 + x^4 + 2x^5 + \dots$

(No es por que no son limitados)

$5x^{\sqrt{3}} + x^x + 14x^4 + 3$

(No es por que los exponentes de las variables no pueden ser

$x^x + 2 + 4^y$

números irracionales o letras)

Entonces ahora completa el siguiente cuadro:

Expresión	Si es Expresión Algebraica	No es Expresión Algebraica
$2x^3y^4 + 5xy$		
$-x\sqrt{3} + x^3 - 4$		
$x^5 + x^6 + x^7 + \dots$		
$\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + 4$		
$3 + 2x$		
$\dots + x^3 - x^2 + 4x$		
$3^x + 4^x + 5^x$		
$7x^xy^3 + x\sqrt{3}$		
$x\sqrt{5}y\sqrt{4} + 2x + y$		
$5x^2 + 5y^3 + 5z^4$		



Vocabulario:

- 4 **Reducir:** Expresar en menos términos alguna expresión.
- 4 **Limitado:** Que tiene un fin.

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

I. Reducir:

1. $4x + 2x - 3x + 4x$

Rpta.: _____

2. $5x + 3y - 2z + 4z - 3y + 4x$

Rpta.: _____

3. $5x^2y^2z^2 + 3x^2y^2z^2 - 16x^2y^2z^2 + 15x^2y^2z^2$

Rpta.: _____

4. $3xy^3z + 5yx^3z + 7xy^3z - 14zy^3x + x^3yz$

Rpta.: _____

5. $3yz^2 + 2zy^2 + 3xyz - 4zy^2 + 4yz^2 - 5xyz$

Rpta.: _____

6. $-\{ab + [-[-[-(a-b) + 4ab - 5a + 2b]]]\}$

Rpta.: _____

7. $-\{a + [2a + b[-[b - 2a + (6a - 3b) + 2a - (5a + b)]]]\}$

Rpta.: _____

8. $-\{4xy^2 + 3yx^2 + [(4x^2y + 5yx^2) - (3xy^2 + 6xy^2)]\}$

Rpta.: _____

9. $2x^2y^3z^4 + 3y^2x^3z^4 - 12z^2x^3y^4 + 7x^3y^2z^4 + x^2y^3z^4 - 2x^3z^2y^4 + 5z^4x^3y^2 - y^3z^4x^2 + 6z^2x^3y^4$

Rpta.: _____

10. Indicar cuántos términos tiene la expresión luego de reducir:

$-\{-[-[-[-a + [b + a - 2b - [a - b + 2a - (a - b)]]]]]\}$

- a) 1
- b) 2
- c) 0
- d) 3
- e) N.A.



II. Resolver:

11. Reducir los términos semejantes:

$$(c + 4)x^4 + (b + c)x^b - 4x^{c+2}$$

- a) $8x^3$ b) $3x^3$ c) $8x^4$
 d) $4x^4$ e) $16x^4$

12. Reducir los términos semejantes:

$$(a + b)x^{a+b} + (c + d)x^{c+d} + (e + f)x^{e+f} + x^3$$

- a) $10x^3$ b) $3x^3$ c) $4x^5$
 d) $3x^{10}$ e) $10x$

13. Reducir si los términos son semejantes:

$$(a + 2)x^b + (c + 4)x^7 + (b - 4)x^{a+3} - bx^{c+4}$$

- a) $10x^7$ b) $9x^7$ c) $8x^7$
 d) $7x^7$ e) $6x^7$

14. Dados los términos semejantes (reducir):

$$ax^a + bx^b + cx^c + dx^d + ex^e + 2x$$

- a) $7x$ b) $2x$ c) $3x$
 d) $4x$ e) $5x$

15. Si los siguientes son términos semejantes:

$$(a + 1)x^{a+b}; (b + 1)x^{a+c}; (c + 1)x^{a+3}; 2x^5$$

reducirlos:

- a) $13x^5$ b) $14x^5$ c) $15x^5$
 d) $7x^5$ e) x^5

TAREA DOMICILIARIA

I. Reducir:

1. $2x^2 + 3x^2 - 7x^2 + 10x^2$

Rpta.: _____

2. $2xy + 4xy - 5xy - 10xy$

Rpta.: _____

3. $5x^3y^2 + 3y^2x^3 + 11x^3y^2 - 25y^2x^3$

Rpta.: _____

4. $a^3b^4c^5 + 2b^3c^4a^5 + 3c^3a^4b^5 - 7b^3c^4a^5 + 2a^3b^4c^5 - 10c^3a^4b^5$

Rpta.: _____

5. $2x^3y^4a^2 + 5a^2x^3y^4 - 3x^2y^4a^3 + x^3a^4y^2 + 7x^2y^4a^3 - x^3y^2a^4$

Rpta.: _____

6. $- \{ a + \{ - \{ - [b + a + 4b - (2a - b)] \} \} \}$

Rpta.: _____

7. $- \{ - \{ - \{ - \{ - a \{ - a + \{ - a - \{ a \} \} \} \} \} \}$

Rpta.: _____

8. $- \{ (4xy^2 + 5x^2y) + [(2x^2y + 3xy^2) - (x^2y - xy^2)] \}$

Rpta.: _____

9. $x^2y^3z^4 + x^2z^3y^4 + y^2x^3z^4 + x^2z^3y^4 + y^2z^3x^4 + z^2x^3y^4 + z^2y^3x^4 + y^2z^3x^4 + y^2x^3z^4 + z^2x^3y^4 + z^2y^3x^4 + x^2z^3y^4$

Rpta.: _____

10. Luego de reducir:

$$- \{ a + b + \{ - a - \{ b + c + \} - a + b - a - \{ a - b \} \{ + b \} c \} - a \}$$

La expresión tiene:

- a) 3 términos d) 0
 b) 2 términos e) N.A.
 c) 1 término

11. Reducir los términos semejantes:

$$(2 + c)x^4 + x^4 + (c - 4)x^{9-c} + 3x^4$$

- a) $7x^4$ b) $8x^4$ c) $9x^4$
 d) $10x^4$ e) N.A.

12. Reducir los términos semejantes:

$$(a + b)x^{a+b} + ax^{a+b} + bx^{a+b} + 4x^4$$

- a) $12x^4$ b) $16x^4$ c) $17x^4$
 d) $20x^4$ e) N.A.

13. Al reducir los términos semejantes:

$$mx^m + nx^n + px^p + qx^q + x^7$$

queda:

- a) $29x^7$ b) $30x^7$ c) $28x^7$
 d) $26x^7$ e) N.A.

14. Luego de reducir los términos semejantes:

$$(a + 1)x^a y^b + (b + 1)x^3 y^4 + 2x^3 y^4$$

queda:

- a) $5x^3y^4$ b) $3x^3y^4$ c) $7x^3y^4$
 d) $6x^3y^4$ e) N.A.

15. Reducir:

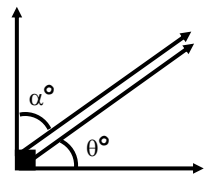
$$\{ a + b - c - \{ a - b + c - \{ a - b + c - (a - b) \} \} \}$$

- a) a b) $2b - c$ c) $a + b$
 d) $a + b + c$ e) N.A.

ÁNGULOS II

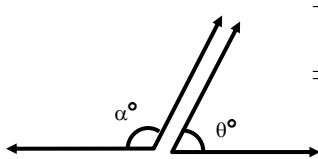
CLASIFICACIÓN SEGÚN SUS LADOS

• Ángulos Complementarios:



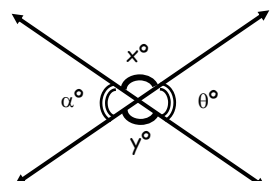
$\Rightarrow \alpha^\circ + \theta^\circ = 90^\circ$
 \Rightarrow Complemento de $x^\circ : C(x)$
 $\Rightarrow C(x^\circ) = 90^\circ -$

• Ángulos Suplementarios:



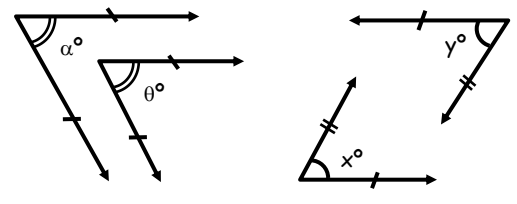
$\Rightarrow \alpha^\circ + \theta^\circ = 180^\circ$
 \Rightarrow Suplemento de $x^\circ : S(x^\circ)$
 $\Rightarrow S(x^\circ) = 180^\circ - x^\circ$

• Ángulos Opuestos por el Vértice



$\Rightarrow \alpha^\circ = \theta^\circ$
 $\Rightarrow x^\circ = y^\circ$

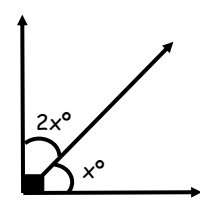
• Ángulos de Lados Paralelos



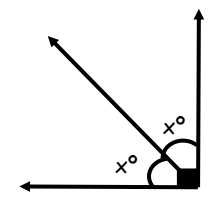
$\alpha^\circ = \theta^\circ$ $x^\circ = y^\circ$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Del gráfico, calcular "x".

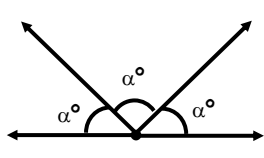


$x = \dots\dots\dots$

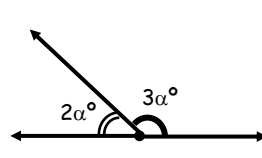


$x = \dots\dots\dots$

2. Del gráfico calcular "alpha".



$x = \dots\dots\dots$



$x = \dots\dots\dots$

3. Calcular : CCC(23°)

- a) 67°
- b) 66
- c) 65
- d) 57
- e) 77

4. Calcular : SSSSS(142°)

- a) 142°
- b) 38
- c) 36
- d) 40
- e) 48

5. Calcular E = SSSCCC alpha
Si : alpha = CCCSSS140°

- a) 40°
- b) 50
- c) 90
- d) 140
- e) 150

6. Calcular " α "; si : $CCC\alpha = 20^\circ$

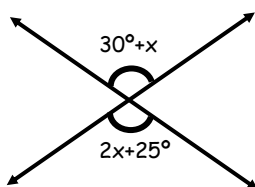
- a) 70°
- b) 20
- c) 10
- d) 35
- e) 80

7. Calcular " θ "; si : $SSSS\theta = 135$

- a) 35°
- b) 45
- c) 55
- d) 75
- e) 135

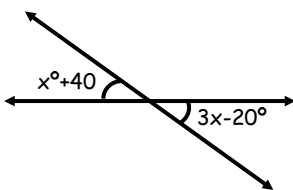
8. Calcular " x "

- a) 2°
- b) 4
- c) 10
- d) 5
- e) 15



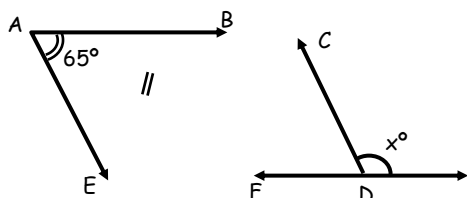
9. Calcular " x "

- a) 15°
- b) 30
- c) 45
- d) 5
- e) 60



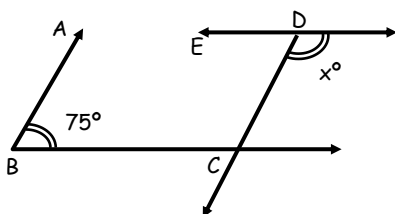
10. Calcular " x "; ($\overline{AB} \parallel \overline{FD}$) y ($\overline{AE} \parallel \overline{CD}$)

- a) 10°
- b) 15
- c) 25
- d) 65
- e) 115



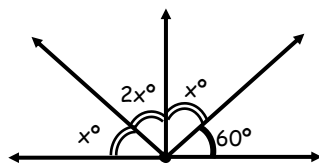
11. Calcular " x "; ($\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ y $\overline{ED} \parallel \overline{BC}$)

- a) 75°
- b) 105
- c) 135
- d) 100
- e) 125



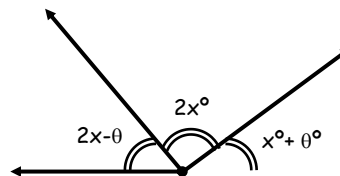
12. Calcular " x "

- a) 15°
- b) 30
- c) 45
- d) 60
- e) 40



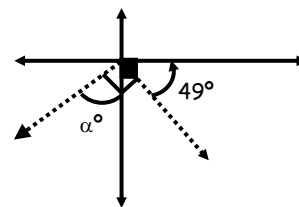
13. Calcular " x "

- a) 18°
- b) 36
- c) 30
- d) 40
- e) 60



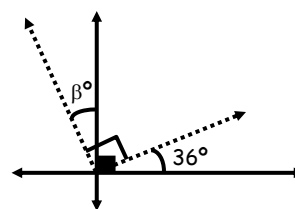
14. Calcular " α "

- a) 9°
- b) 41
- c) 49
- d) 50
- e) 45



15. Calcular " β "

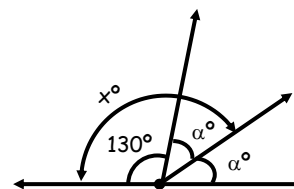
- a) 18°
- b) 54
- c) 36
- d) 72
- e) 108



TAREA DOMICILIARIA

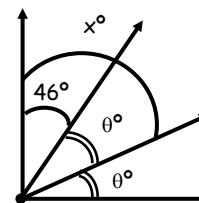
1. Calcular " x "

- a) 155°
- b) 125°
- c) 135°
- d) 140°
- e) 175°



2. Calcular " x "

- a) 68°
- b) 78°
- c) 58°
- d) 48°
- e) 34°



3. Calcular : $\frac{CCCCC 27^\circ}{CCC 69^\circ}$

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 6

4. Calcular : $\frac{SSSS 140^\circ}{CCCC 20^\circ}$

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 5
- e) 4

5. Calcular $SSSSCC\alpha^\circ$

Si : $CSS40^\circ = \alpha^\circ$

- a) 120° b) 130° c) 140°
 d) 150° e) 160°

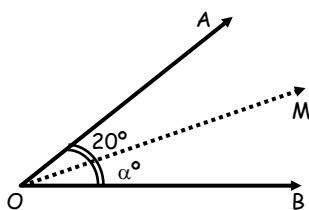
6. Calcular : $SSSSSCCC\theta$

Si : $SSSCC120^\circ = \theta$

- a) 120° b) 130° c) 140°
 d) 150° e) 160°

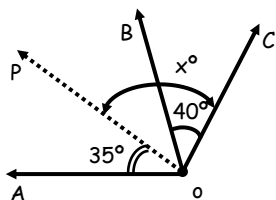
7. Del gráfico, calcular " α ". Si : \overrightarrow{OM} es bisectriz del $\sphericalangle AOB$.

- a) 10°
 b) 20
 c) 30
 d) 15
 e) 5



8. Calcular " x "; si : \overline{OP} es bisectriz del $\sphericalangle AOB$.

- a) 35°
 b) 40
 c) 75
 d) 105
 e) 125

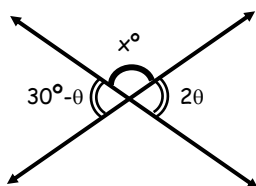


9. Calcular el menor de dos ángulos complementarios sabiendo que el mayor es el doble del menor.

- a) 30° b) 15° c) 45°
 d) 35° e) 60°

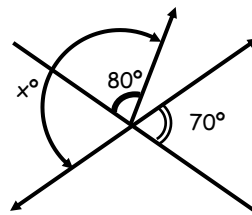
10. Del gráfico, calcular " x "

- a) 140
 b) 120
 c) 160
 d) 170
 e) 100



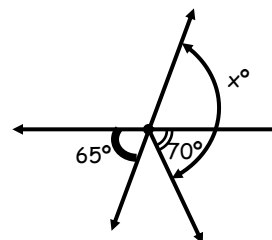
11. Del gráfico, calcular " x "

- a) 100°
 b) 120
 c) 130
 d) 150
 e) 170



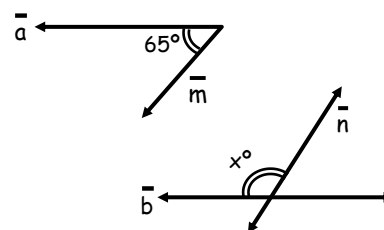
12. Calcular " x "

- a) 120°
 b) 115
 c) 135
 d) 145
 e) 155



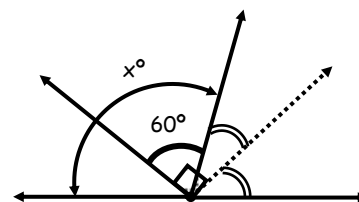
13. Calcular " x "; $\bar{a} \parallel \bar{b}$, $\bar{m} \parallel \bar{n}$

- a) 115°
 b) 125
 c) 135
 d) 145
 e) 105



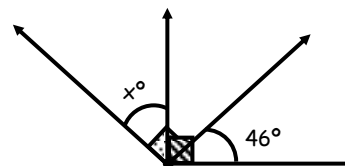
14. Calcular " x "

- a) 150°
 b) 120
 c) 130
 d) 140
 e) 100



15. Calcular " x "

- a) 46°
 b) 44
 c) 54
 d) 64
 e) 36



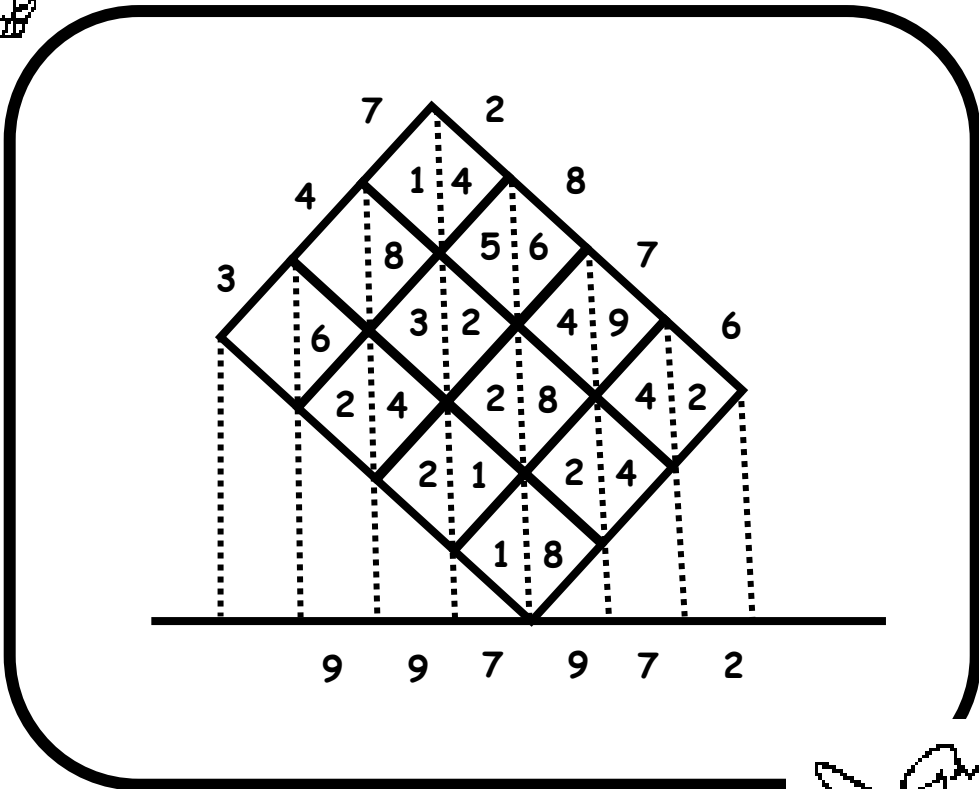
OPERACIONES RÁPIDAS

Método Árabe de Multiplicación

Todavía lo practican algunos árabes de ciertas regiones. Por ejemplo se muestra el producto de



$$347 \times 2876 = 997972$$



Operaciones Rápidas



Es este capítulo se verán algunos procedimientos que requieren solo de ingeniosidad y destreza en las operaciones básicas; pero cuyo conocimiento te asombrará.

CÁLCULO RÁPIDO

1 MULTIPLICACIÓN POR 5

Añadimos un cero al multiplicando y luego se divide entre 2.

Ejemplos :

- 1) $56 \times 5 \Rightarrow 560 : 2 = 280$
- 2) $340 \times 5 \Rightarrow \boxed{} = \boxed{}$
- 3) $1220 \times 5 \Rightarrow \boxed{} = \boxed{}$

2 MULTIPLICACIÓN POR 9

Añadimos un cero al multiplicando y luego se le resta el mismo multiplicando.

Ejemplo :

- 1) $73 \times 9 \Rightarrow 730 - 73 = 657$
- 2) $420 \times 9 \Rightarrow \boxed{} = \boxed{}$
- 3) $1347 \times 9 \Rightarrow \boxed{} = \boxed{}$

3 MULTIPLICACIÓN POR 11

Añadimos un cero al multiplicando y luego se le suma el mismo multiplicando.

Ejemplo :

- 1) $65 \times 11 \Rightarrow 650 + 65 = 715$
- 2) $524 \times 11 \Rightarrow \boxed{} = \boxed{}$
- 3) $1439 \times 11 \Rightarrow \boxed{} = \boxed{}$

4 MULTIPLICACIÓN POR 15

Se le agrega su mitad al multiplicando y al resultado se multiplica por 10.

Ejemplo :

- 1) $42 \times 15 \Rightarrow (42 + 21) \times 10 = 630$
- 2) $224 \times 15 \Rightarrow \boxed{} = \boxed{}$
- 3) $3125 \times 15 \Rightarrow \boxed{} = \boxed{}$

5 MULTIPLICACIÓN POR 25

Añadimos 2 ceros al multiplicando y al resultado se le divide entre 4.

Ejemplo :

- 1) $320 \times 25 \Rightarrow 32000 : 4 = 8000$
- 2) $842 \times 25 \Rightarrow \boxed{} = \boxed{}$
- 3) $1424 \times 25 \Rightarrow \boxed{} = \boxed{}$

6 MULTIPLICACIÓN POR 75

Añadimos 2 ceros al multiplicando al número obtenido se le resta la cuarta parte del número obtenido.

Ejemplos :

- 1) $16 \times 75 \Rightarrow 1600 - \frac{1600}{4} = 1600 - 400 = 1200$
- 2) $64 \times 75 \Rightarrow \boxed{} = \boxed{} = \boxed{}$
- 3) $248 \times 75 \Rightarrow \boxed{} = \boxed{} = \boxed{}$

7 MULTIPLICACIÓN POR 125

Añadimos 2 ceros al multiplicando, al número obtenido se le suma la cuarta parte del número obtenido.

Ejemplo :

- 1) $28 \times 125 = 2800 + \frac{2800}{4}$
 $= 2800 + 700 = 3500$
- 2) $72 \times 125 = \boxed{} + \frac{\boxed{}}{4}$
 $\boxed{} \quad \boxed{}$

$$= \quad + \quad = \boxed{}$$

8 DIVISIÓN ENTRE 5

Se divide entre 10 el doble del número.

Ejemplos :

$$1) \frac{24}{5} \Rightarrow \frac{2(24)}{10} = \frac{48}{10} = 4,8$$

$$2) \frac{128}{5} \Rightarrow \frac{2 \boxed{}}{10} = \frac{\boxed{}}{10} = \boxed{}$$

$$3) \frac{466}{5} \Rightarrow \frac{2 \boxed{}}{10} = \frac{\boxed{}}{10} = \boxed{}$$

9 DIVISIÓN ENTRE 15

Se divide entre 30 el doble del número.

Ejemplos :

$$1) \frac{180}{15} \Rightarrow \frac{2(180)}{30} = \frac{360}{30} = 12$$

$$2) \frac{750}{15} \Rightarrow \frac{2 \boxed{}}{30} = \frac{\boxed{}}{30} = \boxed{}$$

$$3) 1290 \Rightarrow \frac{2 \boxed{}}{30} = \frac{\boxed{}}{30} = \boxed{}$$

10 CUADRADO DE UN NÚMERO QUE TERMINA EN 5

Se toma las cifras del número menos la cifra "5" de las unidades, al número obtenido se le multiplica por su consecutivo al resultado obtenido se le agrega 25 en la derecha.

Ejemplo :

$$1) 25^2 = \overline{(2 \times 3) 25} = 625$$

$$2) (125)^2 = \boxed{} = \boxed{}$$

$$3) (995)^2 = \boxed{} = \boxed{}$$

11 CUADRADO DE UN NÚMERO DE 2 CIFRAS.

- Se eleva al cuadrado la cifra de las unidades se lleva si hay.
- Luego se efectúa el doble producto de las cifras del número y se suma lo que se llevaba; y se lleva si hay.
- Finalmente se eleva al cuadrado la cifra de las decenas del número y se suma lo que se lleva.

Ejemplo :

$$1) (32)^2 \Rightarrow \begin{array}{c} 3^2 \dots\dots 2(3)(2) \dots\dots 2^2 \\ \uparrow \qquad \qquad \uparrow \\ \text{Llevo 1} \qquad \text{No llevo} \end{array}$$

$$\Rightarrow 1024$$

$$2) (54)^2 \Rightarrow \boxed{}^2 \dots\dots 2 \boxed{} \boxed{} \dots\dots \boxed{}^2$$

$$3) (324)^2 \Rightarrow ?$$

12 PRODUCTO DE UN NÚMERO POR OTRO FORMADO SÓLO POR CIFRAS 9

Se coloca a la derecha del número tantos ceros como "nueves" tenga el otro número y en seguida al número obtenido se le resta el número original.

Ejemplos :

$$1) 5436 \times 99999$$

Solución .-

$$\begin{array}{r} 543600000 - \\ \quad 5436 \\ \hline 543594564 \end{array}$$

$$2) 17293 \times 999999$$

Solución .-

13 PRODUCTOS DE DOS NÚMEROS QUE TERMINAN EN 5

- Se separan las cifras 5 del numero.
- Se multiplican las cantidades así obtenidas.
- Al resultado anterior se le suma la semisuma de dichos números.
- Finalmente al resultado anterior se le pone 25 a su derecha y obteniendo así el producto buscado.

Ejemplos :

1) Multiplicar : 65 x 145

Solución .-

$$6 \times 14 + \left(\frac{6+14}{2} \right) = 84 + 10 = 94$$

$$\therefore 65 \times 145 = 9425$$

2) Multiplicar : 135 x 1275

Solución .-

14 POR INDUCCIÓN

Calcular la suma de cifras del resultado de :

$$A = \underbrace{(333 \dots\dots\dots 333)}_{20 \text{ cifras}}^2$$

Solución .-

Si : $A = (33)^2 =$
 \Rightarrow Suma =

Si : $A = (333)^2 =$
 \Rightarrow Suma =

Si : $A = (3333)^2 =$
 \Rightarrow Suma =

\therefore En forma General :

$$\underbrace{(333 \dots\dots\dots 333)}_{"n" \text{ cifras}}^2 =$$

Luego para 20 cifras.

A =

\Rightarrow Suma = =

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Multiplicar Por 5 los siguientes números.

- | | | |
|-------|--------|---------|
| a) 9 | b) 49 | c) 1649 |
| d) 16 | e) 327 | |

2. Multiplicar por 9 los siguientes números.

- | | | |
|-------|--------|---------|
| a) 7 | b) 89 | c) 1729 |
| d) 18 | e) 624 | |

3. Multiplicar por 11 los siguientes números.

- | | | |
|-------|--------|---------|
| a) 12 | b) 437 | c) 4235 |
| d) 54 | e) 986 | |

4. Multiplicar por 15 los siguientes:

- | | | |
|-------|---------|---------|
| a) 14 | b) 432 | c) 4342 |
| d) 98 | e) 1224 | |

5. Multiplicar por 25 los siguientes

- | | | |
|-------|---------|---------|
| a) 13 | b) 430 | c) 5674 |
| d) 68 | e) 1650 | |

6. Multiplicar por 75 los siguientes:

- | | | |
|-------|--------|---------|
| a) 18 | b) 129 | c) 2340 |
| d) 35 | e) 634 | |

7. Multiplicar por 125 los siguientes:

- | | | |
|-------|--------|---------|
| a) 29 | b) 87 | c) 1630 |
| d) 56 | e) 735 | |

8. Dividir entre 5 los siguientes:

- | | | |
|-------|--------|---------|
| a) 24 | b) 132 | c) 1344 |
| d) 79 | e) 348 | |

9. Dividir entre 15 los siguientes números.

- | | | |
|--------|--------|---------|
| a) 75 | b) 360 | c) 1050 |
| d) 120 | e) 630 | |

10. Hallar el cuadrado de los siguientes :

- | | | |
|-------------|--------------|--------------|
| a) $(35)^2$ | b) $(115)^2$ | c) $(995)^2$ |
| d) $(85)^2$ | e) $(405)^2$ | |

11. Hallar el cuadrado de los siguientes números de 2 cifras.



- a) $(13)^2$ b) $(54)^2$ c) $(92)^2$
 d) $(36)^2$ e) $(79)^2$

12. Hallar el cuadrado del siguiente número:

$$(3247)^2$$

Usando la técnica anterior:

13. Efectuar :

- a) 384×999 c) 75×175
 b) 4371×99999 d) 125×325

14. Hallar la suma de cifras del resultado de A, si :

$$A = \underbrace{(666 \dots\dots\dots 66)}_{20 \text{ cifras}}^2$$

- a) 120 b) 140 c) 160
 d) 180 e) 200

15. Hallar la suma de cifras del resultado de B, si :

$$A = \underbrace{2222 \dots\dots\dots 222}_{22 \text{ cifras}} \times 13$$

- a) 120 b) 140 c) 160
 d) 180 e) 200

TAREA DOMICILIARIA

1. Multiplicar por 5 los siguientes :

- a) 7 b) 56 c) 2359
 d) 18 e) 438

2. Multiplicar por 9 los siguientes números:

- a) 8 b) 67 c) 1936
 d) 29 e) 735

3. Multiplicar por 11 los siguientes:

- a) 13 b) 537 c) 5468
 d) 55 e) 997

4. Multiplicar por 15 los siguientes números.

- a) 16 b) 532 c) 6452
 d) 89 e) 1326

5. Multiplicar por 25 los siguientes

- a) 14 b) 580 c) 6489
 d) 79 e) 1720

6. Multiplicar por 75 los siguientes:

- a) 19 b) 132 c) 3245
 d) 37 e) 684

7. Multiplicar por 125 los siguientes:

- a) 32 b) 91 c) 1734
 d) 67 e) 816

8. Dividir entre 5 los siguientes:

- a) 28 b) 264 c) 1647
 d) 83 e) 459

9. Dividir entre 15 los siguientes:

- a) 90 b) 375 c) 1215
 d) 165 e) 825

10. Hallar el cuadrado de los siguientes:

- a) $(75)^2$ b) $(245)^2$ c) $(9995)^2$
 d) $(135)^2$ e) $(805)^2$

11. Hallar el cuadrado de los siguientes números de 2 cifras.

- a) $(24)^2$ b) $(63)^2$ c) $(89)^2$
 d) $(47)^2$ e) $(82)^2$

12. Hallar el cuadrado del siguiente número :

$$(5146)^2$$

Usando la técnica anterior

13. Efectuar :

- a) $487 \times 9999 =$ c) $85 \times 225 =$
 b) $5432 \times 99999 =$ d) $135 \times 475 =$

14. Hallar la suma de cifras de M, si :

$$M = \underbrace{(999 \dots\dots\dots 99)}_{30 \text{ cifras}}^2$$

- a) 90 b) 180 c) 270
 d) 360 e) 450

15. Hallar la suma de cifras de N, si :

$$M = \underbrace{3333 \dots\dots\dots 33}_{32 \text{ cifras}} \times 12$$

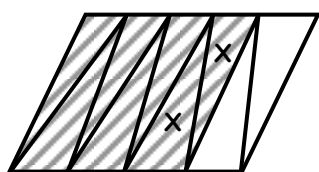
- a) 90 b) 180 c) 270
 d) 360 e) 450

SUSTRACCIÓN EN EL CONJUNTO Q

"Algunos libros son probados, otros devorados, poquísimos masticados y digeridos"

☑ **SUSTRACCIÓN DE FRACCIÓN HOMOGÉNEAS**

Observemos el siguiente ejemplo:



$$\frac{7}{9} - \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$$

también podemos resolverlo así:

$$\frac{7}{9} - \frac{2}{9} = \frac{7 - \square}{9} = \frac{\square}{9}$$

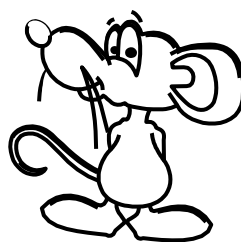
Atención:
Para restar F. Homogéneas restamos los numeradores y conservamos el mismo denominador

✂ **PRÁCTICA**

A) = $\frac{7}{\square} - \frac{\square}{8} = \frac{\square}{\square}$

B) = $\frac{6}{\square} - \frac{\square}{8} = \frac{\square}{\square}$

☑ **SUSTRACCIÓN DE FRACCIÓN HETEROGÉNEAS**



Mira atentamente el siguiente ejemplo:

$$\frac{14}{7} - \frac{3}{8} =$$

PASO N° 1

$$\text{MCM}(7, 8) = 56$$

PASO N° 2

$$\frac{14}{7} - \frac{3}{8} = \frac{112 - 21}{56} = \frac{31}{56}$$

✂ **AHORA PRÁCTICA TÚ**

$$\frac{13}{7} - \frac{2}{6}$$

La solución es muy parecida a la suma de heterogéneas.

PASO N° 1

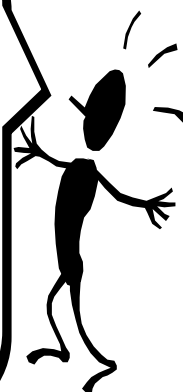
$$\text{MCM}(7, 6) = 42$$

PASO N° 2

$$\frac{13}{7} - \frac{2}{6} = \frac{\square - \square}{42} = \frac{\square}{42}$$

Curiosidades matemáticas

Los números naturales se conocen desde la época más remota. Los Babilónicos sintieron necesidad de usar el cero. Al principio el cero era un espacio en blanco. Al pasar el tiempo se utilizó el símbolo 0 como círculo para rellenar los espacios en blanco, por tanto el número anterior se escribía 705 como lo hacemos actualmente.



Ejercicios de Aplicación

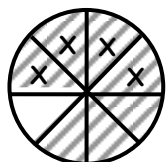
1. Coloca V ó F según convenga:

- A) La propiedad conmutativa se aplica en la sustracción. ()
- B) La propiedad asociativa se aplica en la sustracción ()

2. Coloca V ó F según convenga:

- A) En la sustracción de F. Homogéneas es necesario, hallar el M.C.M. ()
- B) En la sustracción de F. Heterogéneas no es necesario hallar el M.C.M. ()

3. Completa:



$$\frac{\square}{8} - \frac{4}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

4. Resuelve:

A) $\frac{8}{2} - \frac{3}{2} =$

B) $\frac{4}{5} - \frac{3}{5} =$

C) $\frac{8}{9} - \frac{2}{9} =$

5. Resuelve:

A) $\frac{7}{3} - \frac{4}{9} =$

B) $\frac{42}{10} - \frac{11}{12} =$

C) $\frac{31}{17} - \frac{13}{15} =$

6. Resuelve:

A) $\frac{2}{7} - \frac{1}{7} =$

B) $\frac{13}{12} - \frac{3}{18} =$

C) $\frac{4}{9} - \frac{3}{9} =$

7. Une con flechas:

A) $\frac{12}{4} - \frac{3}{4}$

• Heterogéneas

B) $\frac{13}{7} - \frac{6}{9}$

• Homogéneas

8. Marque lo incorrecto:

A) $\frac{4}{6} - \frac{2}{6} = \frac{2}{6}$

B) $\frac{3}{7} - \frac{2}{5} = \frac{1}{2}$

C) $\frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$

9. Gráfica las siguientes sustracciones:

A) $\frac{12}{5} - \frac{3}{5}$

B) $\frac{6}{2} - \frac{4}{2}$

C) $\frac{10}{3} - \frac{6}{3}$

10. Une con flechas:

A) Homogéneas • No MCM ()

B) Heterogéneas • Si MCM ()

11. Resuelve:

A) $\frac{4}{7} - \frac{2}{7}$

B) $\frac{18}{10} - \frac{6}{10}$

C) $\frac{15}{7} - \frac{6}{7}$

12. Resuelve:

A) $\frac{18}{9} - \frac{4}{7}$

B) $\frac{13}{7} - \frac{6}{5}$

C) $\frac{41}{10} - \frac{3}{8}$

Curiosidades matemáticas

La primera edición latina de los elementos de Euclides apareció en 1482 con la



13. Completar:

Para restar fracciones es _____

se reduce las fracciones a ser _____

denominador. Luego se restan las fracción _____

a) Homogéneas - Mínimo común - Homogénea

b) Heterogénea - Máximo común - Homogéneas

c) Heterogéneas - Mínimo común - Homogéneas

➤ Efectuar:

14. $\frac{1}{7} + \frac{2}{5} - \frac{6}{4} + \frac{3}{2} = \frac{\square}{\square}$

15. $\frac{4}{2} + \frac{7}{4} + \frac{3}{5} - \frac{6}{2} - \frac{15}{5} = \frac{\square}{\square}$



Tarea Domiciliaria

1. Colocar (V) ó (F) según convenga:

A) En la sustracción homogénea se coloca el mismo denominador. ()

B) En la sustracción se puede aplicar la propiedad asociativa. ()

➤ EFECTUAR:

2. $3\frac{1}{5} + 2\frac{1}{5} + \frac{5}{5} - \frac{15}{5} = \frac{\square}{\square}$

3. $4\frac{2}{6} + 2\frac{4}{6} + \frac{36}{6} - \frac{2}{6} = \frac{\square}{\square}$

4. $5\frac{4}{9} + \frac{81}{9} + \frac{4}{9} - 3\frac{1}{9} = \frac{\square}{\square}$

5. $\frac{4}{2} + \frac{81}{9} + \frac{144}{12} - \frac{125}{5} = \frac{\square}{\square}$

6. Desarrollar:

$\frac{81}{9} + \frac{27}{3} - \frac{49}{7}$

a) 5

d) 12

b) 6

e) N.A.

c) 7

➤ **Desarrollar:**

7. $\frac{\sqrt{25}}{5} + \frac{\sqrt{144}}{12} + \frac{516}{516} - 17$

- a) 1 b) 3 c) 4
d) 5 e) N.A.

➤ **Efectuar:**

8. $\frac{1500}{100} + \frac{400}{20} + \frac{50}{50} - \frac{645}{645}$

- a) 35 b) 45 c) 55
d) 75 e) N.A.

9. Para restar fracciones _____ restamos los _____ y conservamos el mismo _____

- a) Homogéneas - denominadores - signo
b) Heterogéneas - numeradores - denominadores
c) Homogéneas - signos - denominadores
d) N.A.

➤ **Efectuar:**

10. $\left(\frac{1}{6} + \frac{2}{7} - \frac{1}{5}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right)$

11. $\left(3\frac{1}{5} + 2\frac{1}{6} - \frac{2}{3}\right) - \left(1\frac{2}{5} + \frac{3}{2}\right)$

12. $\left(7\frac{3}{5} + \frac{5}{7} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{25} - \frac{1}{3}\right)$

13. $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{8}\right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right)$

14. $\left(\frac{4}{7} + 1\frac{2}{3}\right) - \left(3\frac{1}{9} - \frac{1}{7}\right) - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{14}\right)$

15. $\left(1 + \frac{1}{7}\right) + \left(2\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{5}{2} - 1\frac{1}{7}\right)$

16. $\left(2\frac{3}{7} + \frac{5}{9}\right) - \left(\frac{4}{3} + \frac{17}{7}\right) - \left(\frac{1}{18} - \frac{1}{3}\right)$

17. $\left[3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{5} - 1\frac{1}{3}\right] - \left[\frac{11}{5} - \frac{1}{6}\right]$

18. $\left[\frac{1}{2} + \left(\frac{5}{7} - 2\right)\right] - \left[\left(\frac{5}{7} - \frac{3}{4}\right) - 2\right]$

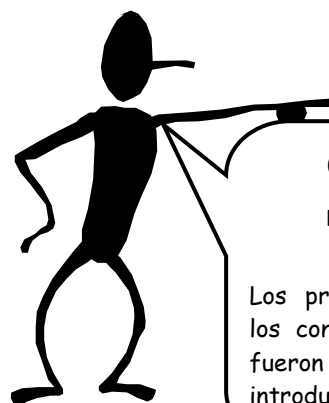
➤ **Simplificar:**

19. $\frac{11}{5} - \left(-1\frac{5}{6}\right) - \left(-3\frac{1}{6}\right) - \left(\frac{-7}{6}\right) = \frac{\square}{\square}$

20. $\frac{13}{9} - \left(-1\frac{11}{9}\right) - \left(-3\frac{7}{9}\right) - \left(-2\frac{5}{9}\right) = \frac{\square}{\square}$

21. $\left(\frac{-10}{3}\right) - \left(-2\frac{1}{3}\right) - \left(-3\frac{4}{3}\right) - \left(-1\frac{5}{3}\right) = \frac{\square}{\square}$

22. $\left(-2\frac{1}{11}\right) - \frac{9}{11} - \left(\frac{-13}{11}\right) - \frac{21}{11} - \left(-2\frac{5}{11}\right) = \frac{\square}{\square}$

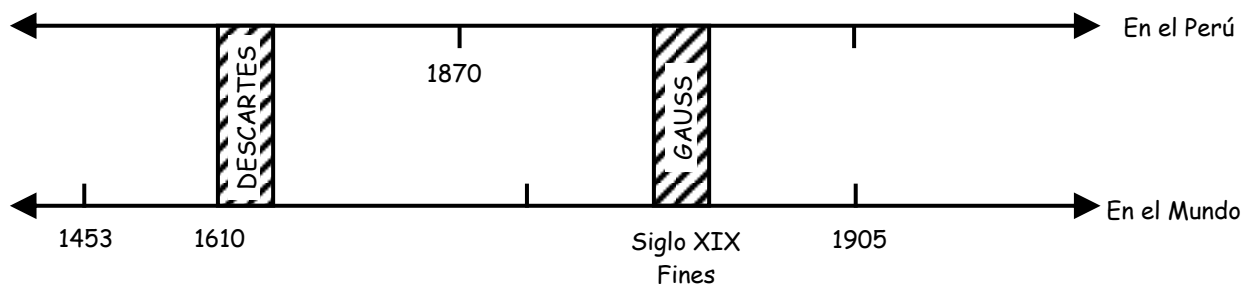


Curiosidades matemáticas

Los problemas de intereses los conocían los indios, pero fueron los árabes los que los introdujeron en España.

MONOMIOS Y POLINOMIOS

Historia de Polinomios



Es una Expresión Algebraica que se caracteriza por que los exponentes de las variables son números naturales.

$$P(x, y) \equiv 4x^3y^4 + 2xy + 4$$

└─ Variables
└─ Término Independiente

1. **Monomio:** Cuando se refiere a un solo término.

Ejemplo:

$$M(x, y, z) \equiv 4x^3y^4z^5$$

└─ Parte Variable
└─ Parte Constante (Coeficiente)

a) **Grado Relativo (G.R.):** Es el exponente de la **variable** en cuestión.

Ejemplo: Sea:

$$M(x, y) = 13^5x^4y^3$$

GR(x) : Se lee grado relativo con respecto a "x"

$$GR(x) = 4 \text{ (exponente de } x)$$

$$GR(y) = 3 \text{ (exponente de } y)$$

b) **Grado Absoluto (G.A.):** Es la suma de los exponentes de las variables.

Ejemplo:

$$M(x, y) = 13^5x^4y^3$$

$$GA = 4 + 3$$

└─ Exponente de Variable x
└─ Exponente de Variable y

$$GA = 7$$

¡ AHORA !

$$P(x, y) \equiv 3x^3y + 2xy + 4xy^2 - x^5y$$

GA. =

Completa

Polinomio P(x, y, z)	GA	GR(x)	GR(y)	GR(z)
$x^6 + xy + x^3y^4z$				
$x + y + z$				
$zxy + x^2y^3 + 4$				
$a + abx + bx^2$				
$3x^3 + 4y^4$				
$-x^3y^4 + x^5 + y^8$				
$4z^3 + 4z - 3$				

VALOR NUMÉRICO

Cuando mas variables adoptan un valor, los monomios o polinomios arrojan un valor que se denomina valor numérico.

Ejemplo:

$$P(x) = 4x + 14$$

$$\rightarrow P(1) = 4 \cdot 1 + 14 = 18$$

$$P(1) = 18$$

$$\rightarrow P(2) = 4 \cdot 2 + 14 = 22$$

$$P(2) = 22$$

$$\rightarrow P(3) = 4 \cdot 3 + 14 = 26$$

$$P(3) = 26$$

$$\rightarrow M(x; y) = 4x^2y^3$$

↓ ↓

$$M(2, 1)$$

$$\Rightarrow x = 2 \quad y = 1$$

$$M(2, 1) = 4(2)^2(1)^3$$

$$M(2, 1) = 16$$

$$\rightarrow P(x, y) = 4x + 5xy$$

↓ ↓

$$P(2, 3)$$

$$x = 2 \quad y = 3$$

$$P(2, 3) = 4(2) + 5(2)(3)$$

$$P(2, 3) = 38$$

¡ AHORA TU !

$$P(x, y) = 4xy + 2x^2y$$

$$P(2, 1) =$$

$$P(1, 2) =$$

$$P(1, 1) =$$

$$M(x) = 4x$$

$$M(2) =$$

$$M(3) =$$

$$M(4) =$$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Dado el monomio:

$$M(x, y) = -3abx^{a+3}y^b$$

De $GR(x) = 7$ y $GA = 10$

Calcular: El coeficiente

- a) -36 b) 36 c) 12
 d) -12 e) N.A.

2. Si el siguiente monomio:

$$M(x, y, z) = -4x^{a+1}y^{b+2}z^4$$

Es de $GA = 14$ y $GR(y) = GR(z)$

Calcular: "a . b"

- a) 15 b) 10 c) 5
 d) 3 e) 6

3. Si el monomio:

$$M(a; b) = -4xya^{x+2}b^{y+5}$$

Donde $GR(a) = 5$ $GR(b) = 7$

Calcular: "El coeficiente"

- a) 24 b) -24 c) 25
 d) 26 e) 12

4. Si en el monomio:

$$M(w, t, \psi) = -2a^2b^3w^{a+3}t^{b+2}\psi^6$$

El $GA = 17$ y $GR(w) = 5$

Calcular: "El coeficiente"

- a) 512 b) 251 c) -512
 d) 251 e) 521

5. Si: $GA = 15$ $GR(x) = \frac{GR(z)}{2} = \frac{GR(y)}{3} = 2$

De: $M(x, y, z) = -4x^a y^{b+2} z^{c+3}$

Calcular: $A = \frac{a+b+c}{7}$

- a) 5 b) 4 c) 3
 d) 2 e) 1

6. Si: $GA = 10$; $GR(x) = 5$ del polinomio:

$$P(x, y) = 4x^{a+1}y^b + 5x^{a+2}y^{b+1} + 3x^a y^{b+2}$$

Calcular: $A = a + b$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) N.A.

7. Dado el polinomio:

$$P(x, y) = x^a y^{b+2} + x^{a+1} y^{b+4} + x^{a+5} y^b + ab$$

Si: $GR(x) = 7$ $GR(y) = 6$

Calcular el término independiente:

- a) 5 b) 6 c) 7
 d) 12 e) N.A.

8. Si:

$$P(x, y) = ax^{a+b}y^{c+2} + bx^{a+b+1}y^{c+3} + cx^{a+b+3}y^c + abc$$

Es de $GR(x) = 14$ $GR(y) = 6$

Calcular la suma de coeficientes:

- a) 3 b) 4 c) 5
 d) 7 e) N.A.

9. Si:

$$P(x, y, z) = x^a y^b z^c + x^{a+1} y^{b+1} z^{c-1} + x^a + 2y^b - 2z^c$$

Donde: $GA(x) = 4$ $GR(y) = 5$ $GR(z) = 3$

Calcular el grado absoluto.

Rpta.: _____

10. Dado el polinomio:

$$P(x) = x^{a+3} + x^{a+4} + x^{a+2} + 2a$$

Calcular el término independiente si $GA = 8$.

Rpta.: _____

11. Calcular "A"

$$\text{Si: } M(x) = 2x^4$$

$$\text{Si: } A = \frac{M(0) + M(2)}{M(1)}$$

Rpta.: _____

12. Calcular: $P(7)$

$$\text{Si: } P(x) = -x^5 + 7x^4 + 2x - 10$$

Rpta.: _____

13. Si: $P(x) = 2x + 4$

$$\text{Calcular: } M = P(P(P(P(3))))$$

Rpta.: _____

14. Si: $P(x) = 2x - 1$ $Q(x) = x + 3$

$$\text{Calcular: } P(Q(x))$$

Rpta.: _____

15. Si: $P(x) = x + 5$ $Q(x) = x + 2$

$$\text{Calcular: } P(Q(x))$$

Rpta.: _____

TAREA DOMICILIARIA

1. Dado el monomio:

$$M(x, y) = 4abx^a y^b$$

$$\text{Si: } GR(x) = 2 \qquad GA = 7$$

Calcular: "El Coeficiente"

- a) 10 b) 20 c) 30
 d) 40 e) 50

2. En el siguiente monomio:

$$M(x, y, z) = 3x^{m+1} y^{p+2} z^2$$

$$GA = 12 \quad GR(x) = GR(y)$$

Calcular: $m \cdot P$

- a) 12 b) 13 c) 14
 d) 15 e) 16

3. Si el monomio:

$$M(\psi, \theta) = 2xy\psi^{x+4}\theta^{y+2}$$

$$\text{Donde: } GR(\psi) = 7 \qquad GR(\theta) = 5$$

Calcular el coeficiente:

- a) 18 b) 19 c) 20
 d) 21 e) 24

4. Si el monomio:

$$M(x, y, z) = 2a^2 b^3 c^4 x^{a+5} y^{b+4} z^{c+3}$$

$$\text{Si: } GA = 15 \qquad GR(x) = 6 \qquad GR(z) = 4$$

Calcular el coeficiente:

- a) 2 b) 4 c) 5
 d) 16 e) 14



5. Si: $GA = 24$ $GR(y) = \frac{GR(x)}{5}$
- $M(x, y) = 2x^{a+b}y^{a-b}$
- Calcular: $a \cdot b$
- a) 96 b) 108 c) 64
 d) 25 e) 15
6. Si: $P(x) = x^{a+4} + x^{a+3} + x^{a-4}$
- $GA = 7$
- Calcular: $\sqrt{3a}$
- a) 3 b) 4 c) 5
 d) 6 e) 7
7. Si: $P(x, y) = 2x^{a+1}y^{b-1} + x^{a+3}y^{b-4} + x^{a+2}y^{b-2}$
- $GR(x) = 5$ $GR(y) = 3$
- Calcular el GA
- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) N.A.
8. Si:
- $P(x) = ax^a + (a+1)x^{a+1} + (a+2)x^{a-4}$
- Es de $GA = 5$
- Calcular la suma de coeficientes:
- a) 14 b) 15 c) 16
 d) 17 e) 18
9. $P(x, y, z) = x^a y^b z^c + x^{a+1} y^{b+1} z^{c-1} + x^a y^b z^c$
- $GR(x) = 4$ $GR(y) = 5$ $GR(z) = 3$
- Calcular el grado absoluto.
- a) 1 b) 14 c) 12
 d) 10 e) N.A.

10. Dado el polinomio:
- $P(x, y) = x^a y^b + x^{a+1} y^{b+2} + x^{a+3} y^{b-3}$
- Si el $GA = 7$ Además $a - b = 2$
- Calcular: $A = a^b$
- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5
11. Calcular: "A"
- Si: $M(x) = 4x$
- $A = \frac{M(1) + M(2)}{M(4)}$
- Rpta.: _____
12. Si: $P(x) = x^2 + 3x + 4$
- Calcular: $P(2) + P(3)$
- Rpta.: _____
13. $P(x) = 2x + 4$
- $A = P(P(P(P(2))))$
- Rpta.: _____
14. Si: $Q(x) = x + 5$ $P(x) = x + 3$
- Calcular: $P(Q(x))$
- Rpta.: _____
15. $A(x) = 2x + 4$ $R(x) = 2x + 5$
- Calcular: $A(R(x))$
- Rpta.: _____

CAPACIDAD DE OBSERVACIÓN

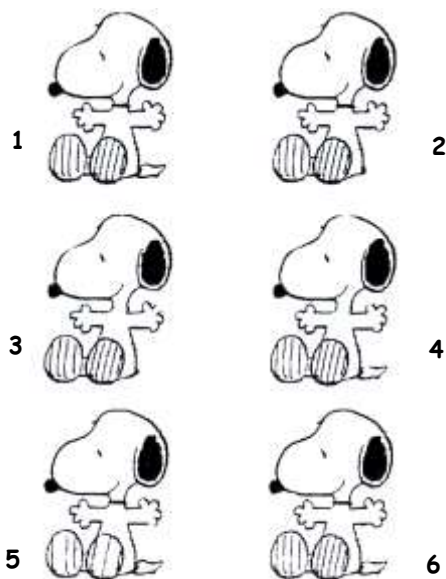


FIGURAS IGUALES

Sólo debes determinar el par de figuras iguales a partir de un conjunto de 6.



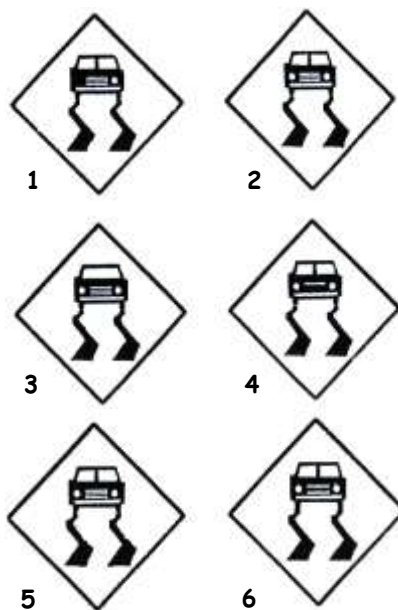
Ejemplo :



Rpta :

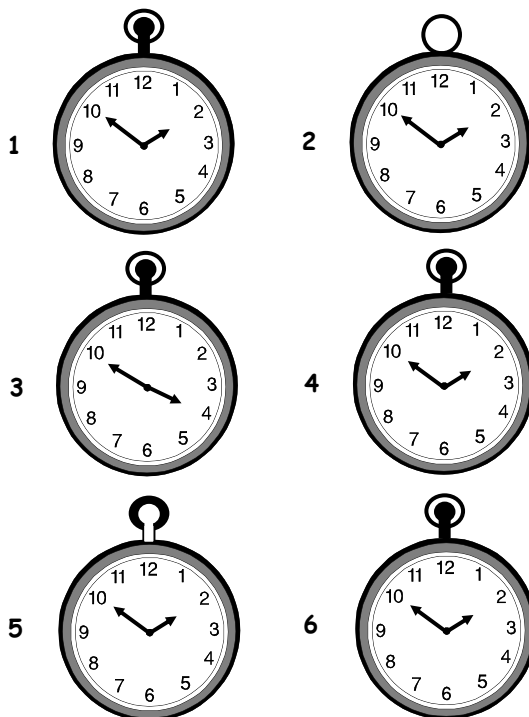
En cada caso. ¿Cuáles son iguales?

1)



Rpta :

2)



Rpta :

NÚMERO DE OBJETOS

Debemos determinar el número de objetos a partir de una característica común.



Ejemplo :

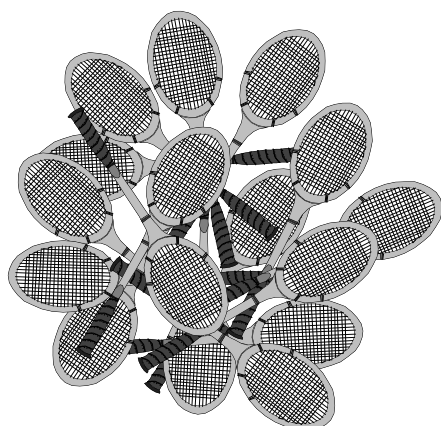
¿Cuántos tumbos hay?



Rpta :

¿Cuántos objetos hay en cada caso?.

1)



Rpta :

2)



Rpta :

POSICIÓN DE LA FIGURA Y OBJETOS



Debemos encontrar la posición que tiene la figura o identificar otra posición.

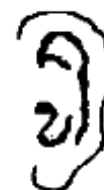
A) Señalar su lado izquierdo (I) o derecho (D)

1.



D I

2.



D I

3.



D I

4.



D I

5.



D I

6.



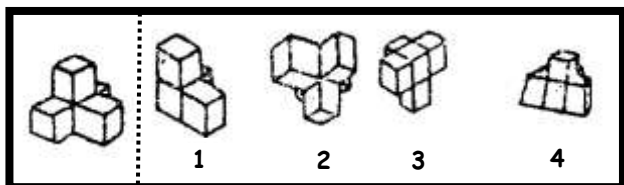
D I

B) Identificar que posición pertenece a la Fig. Inicial.

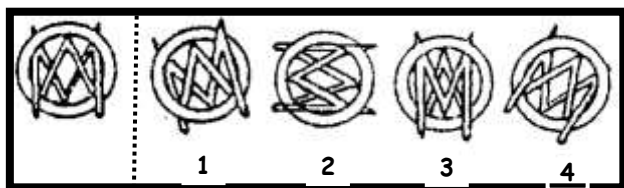


Hay que encontrar que figura de las 4 es una posición de la figura inicial

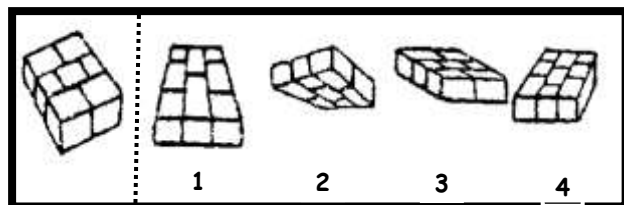
1.



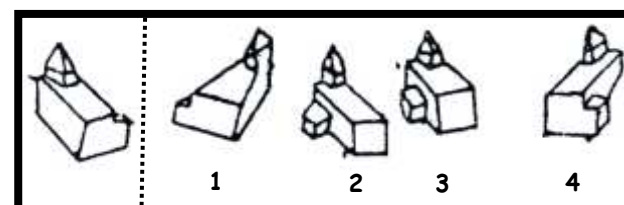
2.



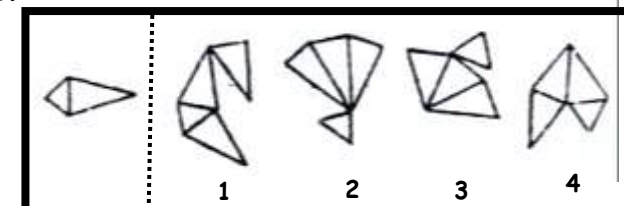
3.



4.



5.

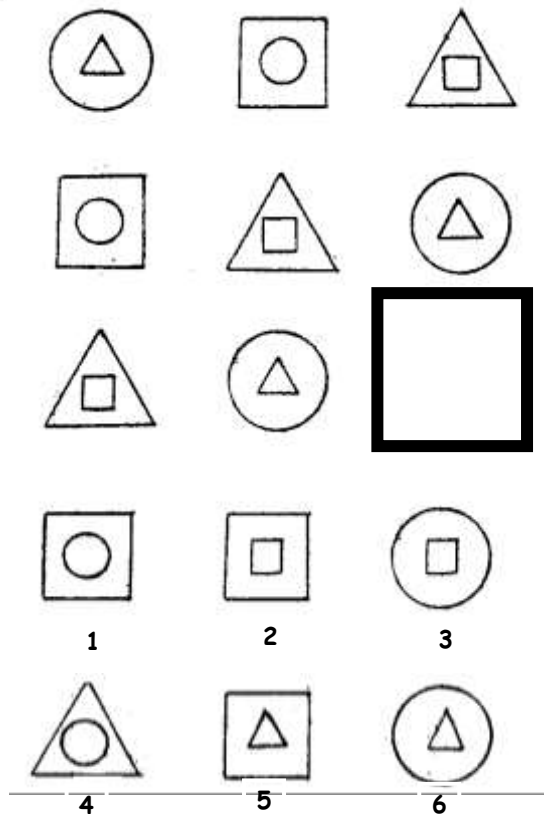


CORRALES GRÁFICOS



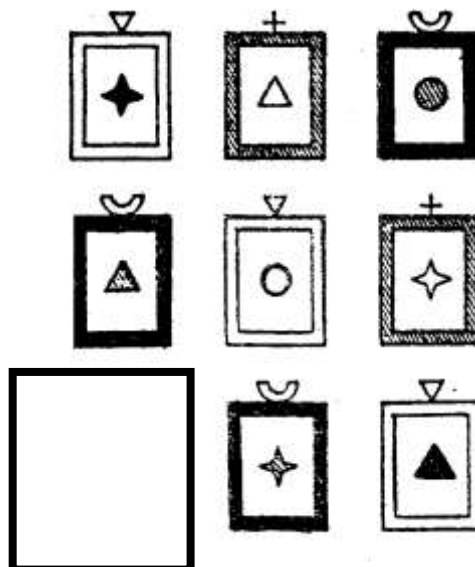
A partir de 8 figuras precedentes debemos determinar la 9na teniendo en cuenta las figuras en grupos de 3 en forma horizontal

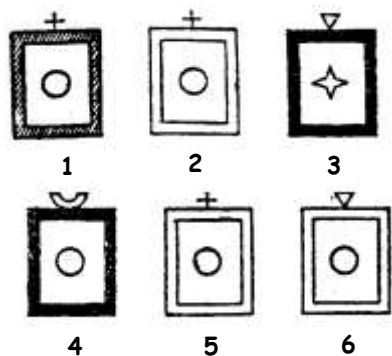
1.



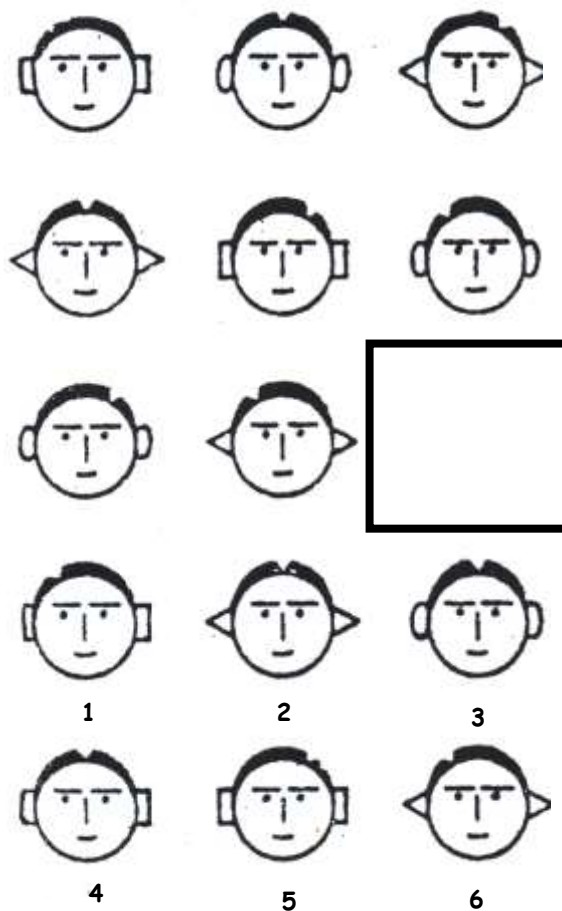
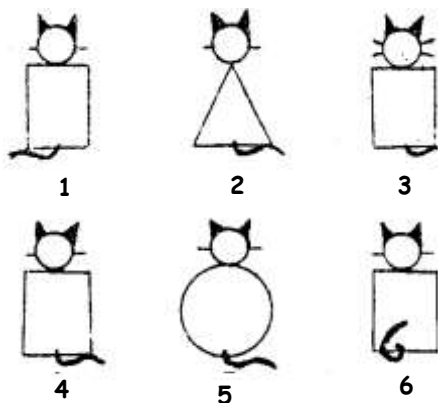
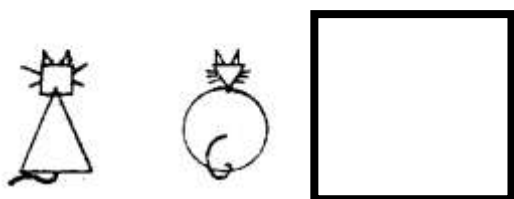
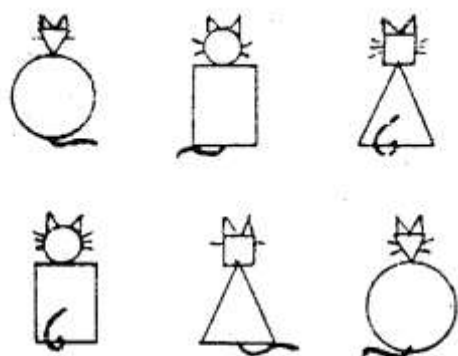
Rpta :

2.





3.

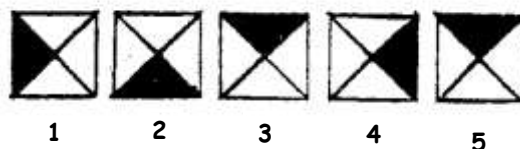


● **FIGURAS QUE NO CORRESPONDEN A LOS DEMÁS.**

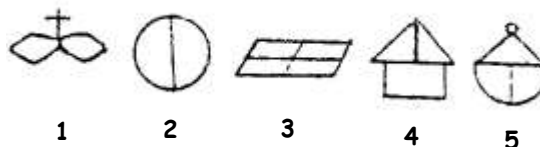
En un grupo de 5 figuras, hay 2 pares que tienen semejanza o parecido y una no corresponde al conjunto.



1.



2.



3.

4.

5.

FIGURAS ANÁLOGAS

A partir de las figuras numeradas con A, B y C; las primeras tienen semejanza. ¿Cuál de las 5 figuras tienen semejanza con la C siguiendo la misma semejanza que A y B.



BLOQUE I

1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		
7.		
8.		
9.		
10.		

BLOQUE II

1. A B C

2. A B C

3. A B C

4. A B C

5. A B C

6. A B C

7. A B C

8. A B C

9. A B C

10. A B C

1. 1 2 3 4 5

2. 1 2 3 4 5

3. 1 2 3 4 5

4. 1 2 3 4 5

5. 1 2 3 4 5

6. 1 2 3 4 5

7. 1 2 3 4 5

8. 1 2 3 4 5

9. 1 2 3 4 5

10. 1 2 3 4 5



TAREA DOMICILIARIA

1. Identificar el par de figuras iguales en cada caso.

a)

1 2

3 4

5 6

- a) 1 y 2 b) 3 y 4 c) 2 y 5
 d) 1 y 6 e) 5 y 6

b)

1 2

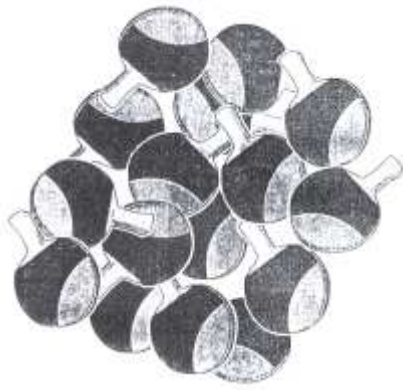
3 4

5 6

- a) 1 y 2 b) 2 y 6 c) 2 y 4
 d) 3 y 6 e) 1 y 5

2. Hallar el número de objetos en cada caso.

a)



- a) 14 b) 15 c) 16
d) 17 e) 18

b)



- a) 10 b) 11 c) 12
d) 13

3. Señale el lado de la figura en cada caso:

a)



b)



c)

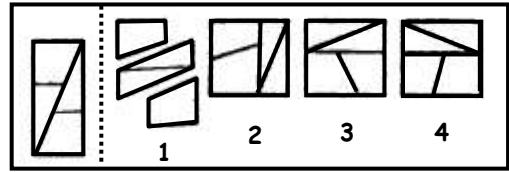


d)

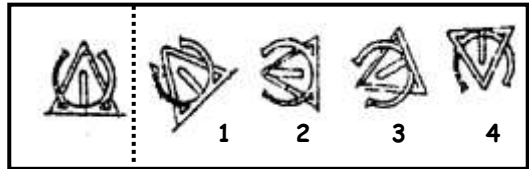


4. Señala la posición de la figura en cada caso.

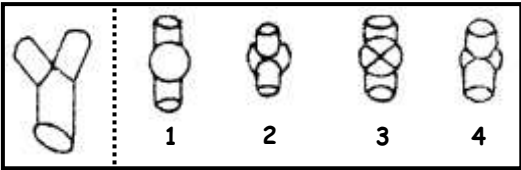
a)



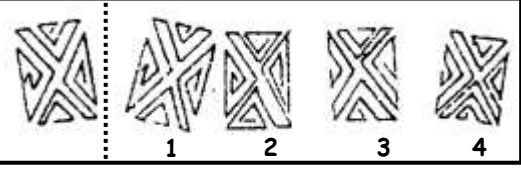
b)



c)

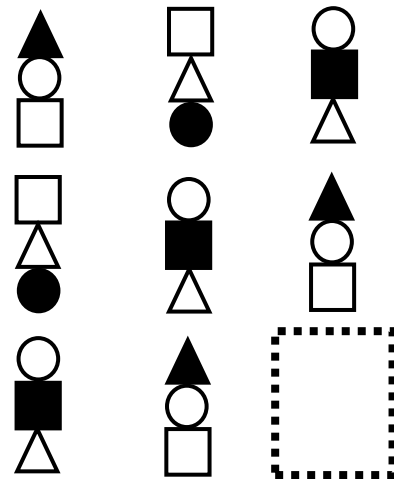


d)

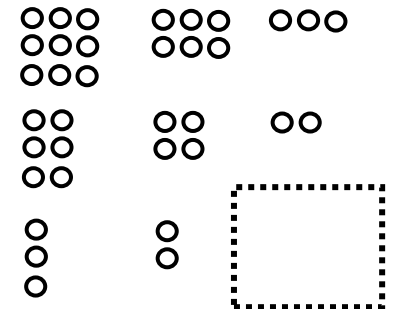


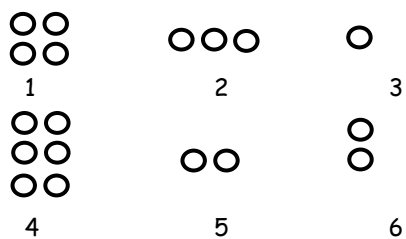
5. Hallar la 9na figura en cada corral gráfico

a)

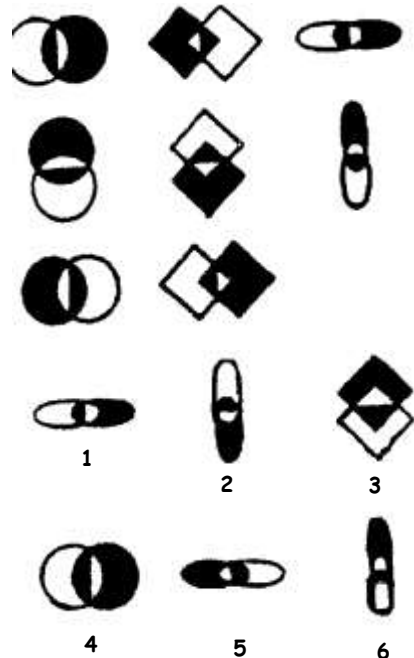


b)

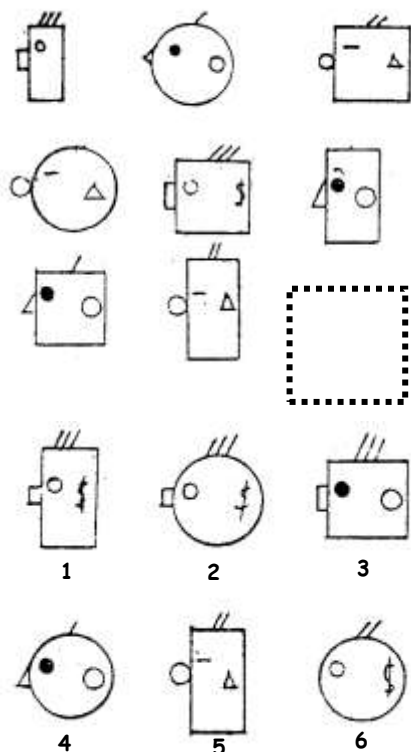




c)

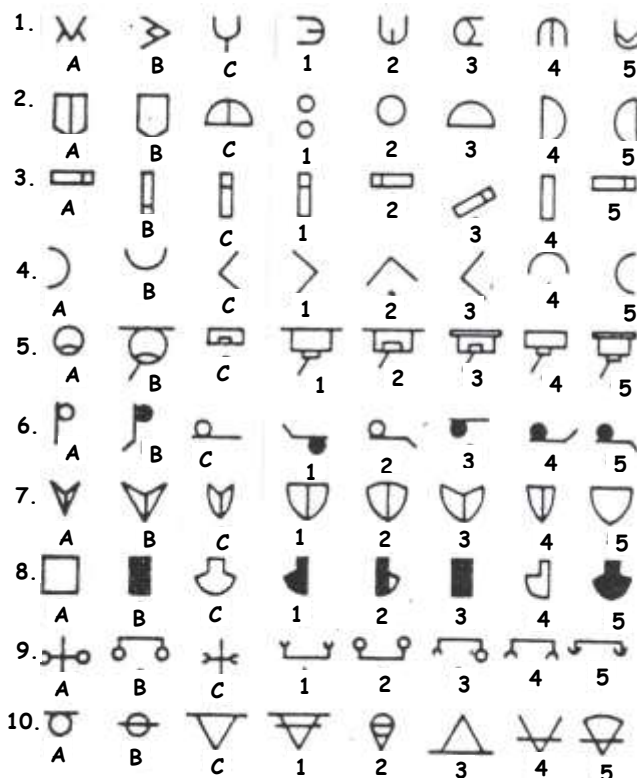


d)

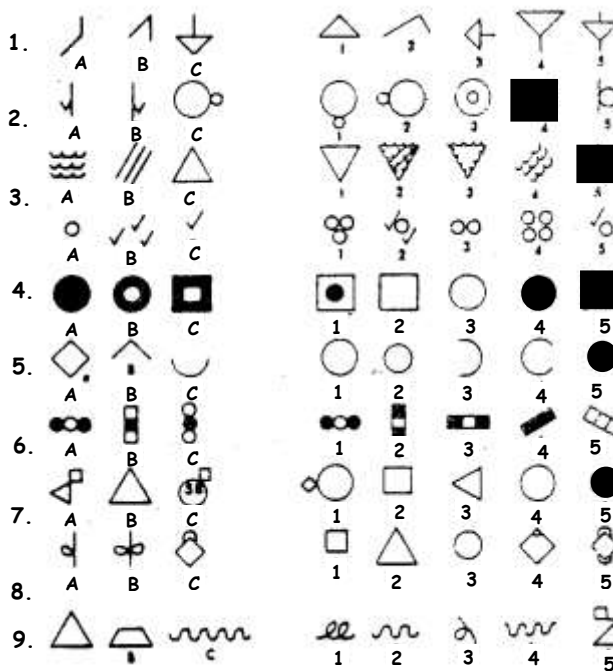


6. Señale las figuras análogas para cada bloque.

BLOQUE I

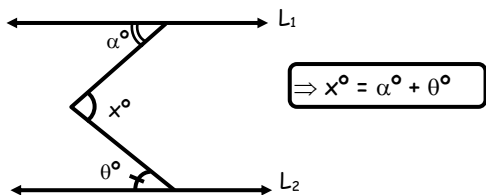


BLOQUE II

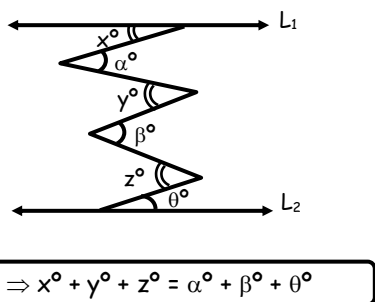


PROPIEDADES

a) Si: $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

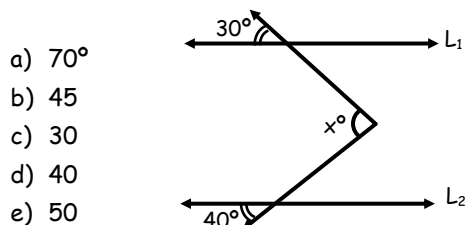


b) Si: $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$



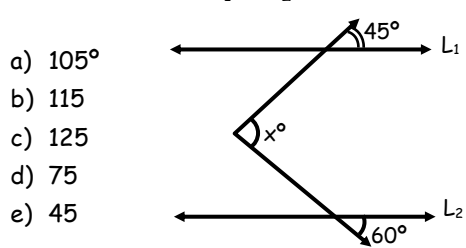
EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Calcular "x"; si: $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$



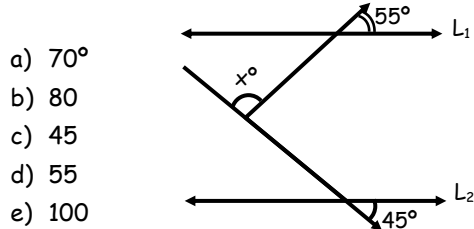
- a) 70°
- b) 45
- c) 30
- d) 40
- e) 50

2. Calcular "x"; si: $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$



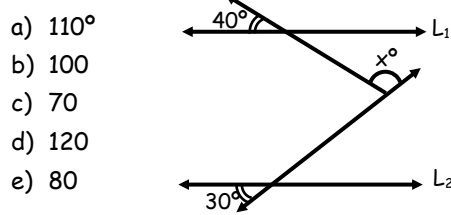
- a) 105°
- b) 115
- c) 125
- d) 75
- e) 45

3. Calcular "x", si: $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$



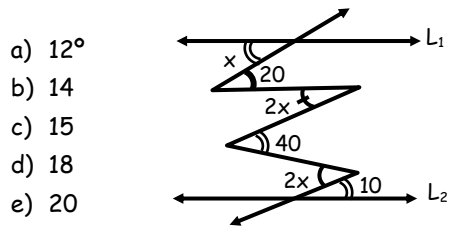
- a) 70°
- b) 80
- c) 45
- d) 55
- e) 100

4. Calcular "x"; $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$



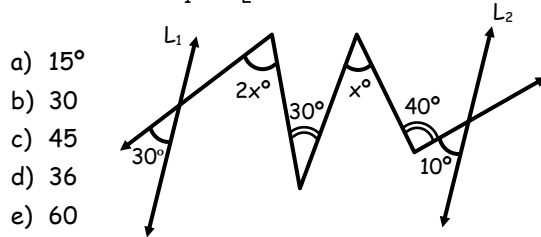
- a) 110°
- b) 100
- c) 70
- d) 120
- e) 80

5. Calcular "x", $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$



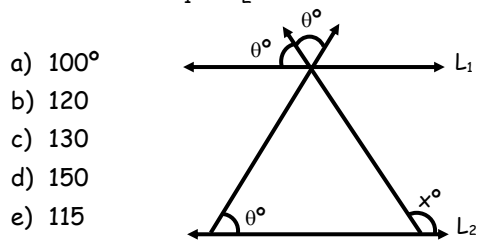
- a) 12°
- b) 14
- c) 15
- d) 18
- e) 20

6. Calcular "x"; $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$



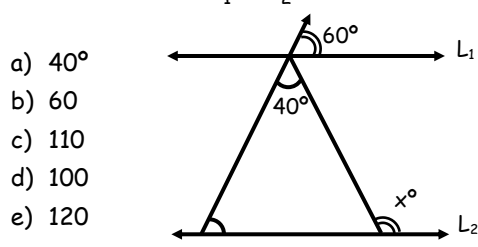
- a) 15°
- b) 30
- c) 45
- d) 36
- e) 60

7. Calcular "x"; $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$



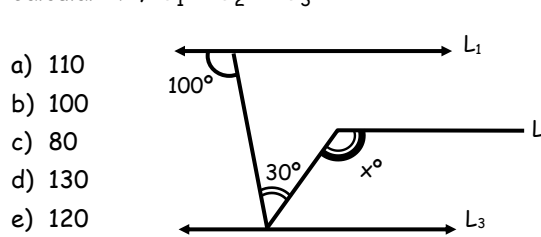
- a) 100°
- b) 120
- c) 130
- d) 150
- e) 115

8. Calcular "x"; si: $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$



- a) 40°
- b) 60
- c) 110
- d) 100
- e) 120

9. Calcular "x"; $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2 \parallel \vec{L}_3$



- a) 110
- b) 100
- c) 80
- d) 130
- e) 120

TAREA DOMICILIARIA

10. Calcular "x" ; $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2 \parallel \vec{L}_3$

a) 120°
b) 100
c) 80
d) 70
e) 110

11. Calcular "x" ; $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

a) 30°
b) 60
c) 90
d) 120
e) 100

12. Calcular "x" ; $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

a) 30°
b) 60
c) 90
d) 100
e) 120

13. Calcular "x" ; si : $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

a) 100°
b) 120
c) 70
d) 80
e) 110

14. Calcular "x" ; si ; $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

a) 70°
b) 60
c) 40
d) 30
e) 110

15. Calcular "x" ; si : $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2 \parallel \vec{L}_3$

a) 60°
b) 30
c) 90
d) 45
e) 120

1. Calcular "x" , Si : $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2 \parallel \vec{L}_3$

a) 108°
b) 72
c) 36
d) 54
e) 144

2. Calcular "x" ; si : $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2 \parallel \vec{L}_3$

a) 45°
b) 50
c) 90
d) 36
e) 30

3. Calcular "x" ; $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

a) 12°
b) 24
c) 36
d) 48
e) 54

4. Calcular "x" ; $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

a) 10°
b) 20
c) 30
d) 40
e) 50

5. Calcular "x" ; si : $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

a) 110°
b) 70
c) 140
d) 150
e) 170

6. Calcular "x" ; si $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

a) 90°
b) 45
c) 180
d) 75
e) 30

7. Calcular "x"; si $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

a) 50°
 b) 40
 c) 45
 d) 60
 e) 70

8. Calcular "x"; $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

a) 50°
 b) 20
 c) 80
 d) 30
 e) 40

9. Calcular "x"; $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

a) 25°
 b) 35
 c) 55
 d) 45
 e) 20

10. Calcular "x"; $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

a) 50°
 b) 45
 c) 60
 d) 120
 e) 100

11. Calcular "x"; $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

a) 70°
 b) 110
 c) 80
 d) 100
 e) 30

12. Calcular "x"; $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

a) 35°
 b) 25
 c) 55
 d) 85
 e) 45

13. Calcular "x"; Si: $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$

a) 20°
 b) 40°
 c) 60°
 d) 80°
 e) 160°

14. Del gráfico, calcular "x + y"

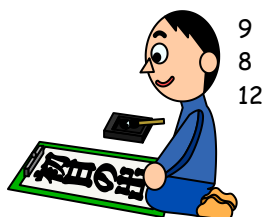
a) 150°
 b) 130°
 c) 260°
 d) 160°
 e) 100°

15. Si: $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$: Calcular "x"

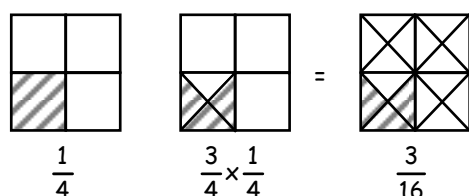
a) $16^\circ 40'$
 b) $8^\circ 40'$
 c) 32°
 d) $50^\circ 40'$
 e) $\frac{50^\circ}{6}$

MULTIPLICACIÓN EN Q

Observemos que sucede cuando multiplicamos una fracción con otra.



✂ OBSERVA



✂ EN FORMA PRÁCTICA

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{6} = \frac{4 \times 2}{5 \times 6} = \frac{8}{30}$$

✂ HAZLO TÚ TAMBIÉN

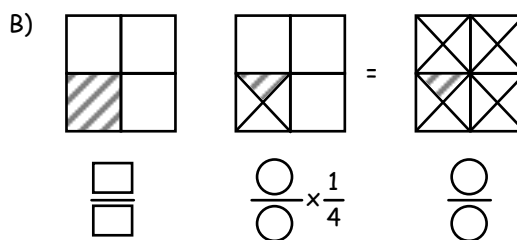
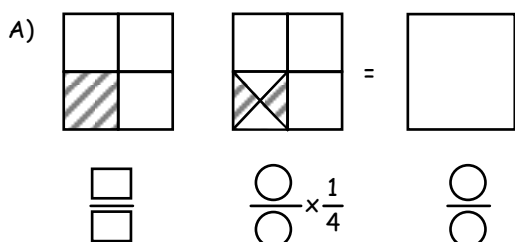
$$\frac{5}{3} \times \frac{2}{7} = \frac{5 \times \square}{\square \times 7} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{\square \times 2}{3 \times \square} = \frac{\square}{\square}$$

ATENCIÓN

Solo tiene que multiplicar numerador con numerador y denominador con denominador.

✂ SIGAMOS PRACTICANDO:



¡Mira este método práctico para multiplicar!



$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1 \times 1 \times 1}{1 \times 1 \times 5} = \frac{1}{5}$$

ATENCIÓN

Podemos simplificar antes de multiplicar. Recuerda que se simplifica numerador con denominador.

¡Que fácil!



Práctica isólo practicando aprenderás!

A)

$$\frac{2}{4} \times \frac{6}{8} \times \frac{4}{3} = \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

B) $\frac{5}{6} \times \frac{2}{10} \times \frac{3}{4} = \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

C) $\frac{2}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{6}{5} = \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

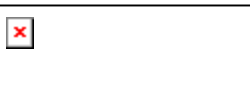
✂ AHORA APRENDAMOS ...

☑ PROPIEDADES Y APLICACIONES



A) Asociativa

$$\begin{aligned} \left(\frac{4}{6} \times \frac{2}{5}\right) \times \frac{5}{4} &= \frac{4}{6} \times \left(\frac{2}{5} \times \frac{5}{4}\right) \\ \frac{8}{30} \times \frac{5}{4} &= \frac{4}{6} \times \frac{10}{20} \\ \frac{40}{120} &= \frac{40}{120} \end{aligned}$$



ATENCIÓN

Para aplicar la Prop. Asociativa se agrupan las 2 primeras fracciones y luego las 2 últimas.

PRACTICA:

a) $\frac{1}{2} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{4} =$

b) $\frac{2}{4} \times \frac{6}{7} \times \frac{1}{3} =$

c) $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7} \times \frac{6}{8} =$

B) Prop. Distributiva

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \left(\frac{2}{6} + \frac{4}{9}\right) &= \frac{3}{4} \left(\frac{2}{6}\right) + \frac{3}{4} \left(\frac{4}{9}\right) \\ &= \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \\ &= \frac{3+4}{12} = \frac{7}{12} \end{aligned}$$

solo multiplica el factor con cada sumando y luego sumas y simplifica. ¡no te olvides!

OKEY



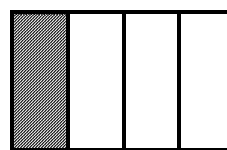
a) $\frac{2}{4} \left(\frac{6}{5} + \frac{2}{3}\right)$

b) $\frac{3}{9} \left(\frac{2}{7} + \frac{6}{2}\right)$

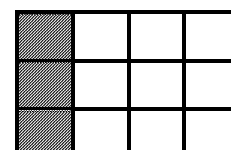


Ejercicios de Aplicación

1. Opera las relaciones y completa:



$\frac{1}{4}$



$\frac{3}{3}$ de $\frac{\square}{4} = \frac{1}{\square}$

2. Marca lo incorrecto:

a) $\frac{7}{8} \left(\frac{6}{14}\right)$ significa $\frac{7}{8} \times \frac{6}{14}$ ()

b) $\frac{7}{3} \left(\frac{2}{5}\right)$ significa $\frac{7}{3} \times \frac{5}{2}$ ()

c) $\frac{6}{10} \left(\frac{2}{5}\right)$ significa $\left(\frac{6}{10}\right) \left(\frac{2}{5}\right)$ ()

3. Resuelve y expresa en su mínima expresión:

a) $\left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{9}{20}\right)$

b) $\left(\frac{2}{7}\right)\left(\frac{3}{7}\right)$

c) $\left(\frac{6}{9}\right)\left(\frac{18}{21}\right)$

4. Aplica la propiedad asociativa

a) $\frac{4}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{6}{9}$

b) $\frac{5}{7} \times \frac{6}{8} \times \frac{3}{9}$

c) $\frac{4}{10} \times \frac{6}{8} \times \frac{2}{9}$

5. Aplica la propiedad distributiva

a) $\frac{8}{7} \left(\frac{3}{4} + \frac{7}{2} \right)$

b) $\frac{2}{5} \left(\frac{6}{8} - \frac{3}{10} \right)$

c) $\frac{6}{7} \left(\frac{8}{9} + \frac{2}{3} \right)$

6. Coloca el inverso multiplicativo

a) $\frac{2}{8} \rightarrow$

b) $\frac{5}{7} \rightarrow$

c) $\frac{8}{9} \rightarrow$

7. Relaciona, el inverso multiplicativo de:

a) $\frac{7}{4}$ $\frac{10}{2}$

b) $\frac{2}{10}$ $\frac{13}{11}$

c) $\frac{11}{13}$ $\frac{7}{4}$

8. Coloca V o F según corresponda:

a) $\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{15}{42} \dots$ ()

b) $\frac{5}{2} \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{6}{7} = \frac{5}{3} \dots$ ()

c) $\frac{7}{8} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{7}{9} = \frac{49}{16} \dots$ ()

9. Completa:

a) $\frac{4}{3} \times \frac{5}{\square} = \frac{\square}{7} \times \frac{4}{\square}$

b) $\frac{2}{7} \times \frac{\square}{2} = \square$

c) $\frac{3}{2} \times \frac{\square}{\square} = \frac{9}{\square}$

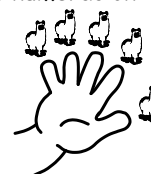
10. Desarrollar:

a) $\frac{2}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{2} = \frac{\square}{\square}$

b) $\frac{1}{5} \times \frac{5}{8} \times \frac{8}{5} \times \frac{10}{8} = \frac{\square}{\square}$

c) $\frac{14}{5} \times \frac{27}{7} \times \frac{8}{5} \times \frac{2}{8} = \frac{\square}{\square}$

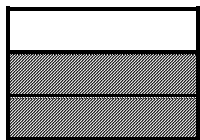
"Los dedos de la mano en los inicios de la comparación de conjuntos y los sistemas de numeración"



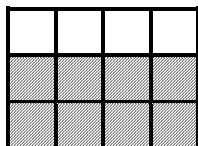
11. Completa:

$$\frac{\square}{\square} \times \frac{-6}{15} \times \frac{1}{3} = \frac{-24}{135}$$

12. Observa las regiones y completa:



$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{2}{\square} \times \frac{\square}{3} = \frac{\square}{\square}$$

13. Un joven profesor tiene 26 años si se disminuye la edad en sus $\frac{2}{13}$. ¿Qué edad dice tener?

- a) 21 b) 22 c) 23
d) 24 e) N.A.

14. Patty tiene 15 años, le gusta aumentar su edad en sus $\frac{2}{5}$ frente a sus amigos. ¿Qué edad dice tener?

- a) 16 b) 17 c) 18
d) 21 e) N.A.

15. En una ciudad de cada 12 habitantes 7 usan carro si hay 1200 habitantes. ¿Cuántos usan carro?

- a) 700 b) 800 c) 900
d) 100 e) N.A.



Tarea Domiciliaria

1. Resolver aplicando la propiedad distributiva

a) $\frac{4}{6} \times \left(\frac{2}{8} + \frac{6}{3} \right) =$

b) $\frac{10}{12} \times \left(\frac{6}{4} + \frac{2}{5} \right) =$

c) $\frac{3}{7} \times \left(\frac{14}{6} - \frac{2}{9} \right) =$

2. Resuelve:

a) $\frac{2}{4} \times \left(\frac{5}{6} \right) = \frac{\square}{\square}$

e) $\frac{3}{5} \times \frac{6}{3} = \frac{\square}{\square}$

b) $\frac{6}{8} \times \frac{7}{6} = \frac{\square}{\square}$

f) $\frac{8}{5} \times \frac{6}{7} = \frac{\square}{\square}$

c) $\frac{5}{9} \times \frac{9}{4} = \frac{\square}{\square}$

g) $\frac{6}{4} \times \frac{3}{3} \times \frac{9}{9} = \frac{\square}{\square}$

d) $\frac{8}{4} \times \frac{20}{5} = \frac{\square}{\square}$

h) $\frac{5}{4} \times \frac{6}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{\square}{\square}$

3. Resuelve aplica propiedad asociativa

a) $\frac{2}{4} \times \frac{3}{5} \times \frac{15}{6}$

b) $\frac{6}{8} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$

c) $\frac{3}{2} \times \frac{3}{3} \times \frac{2}{5}$

4. Desarrollar:

$$\frac{8}{4} \times \frac{5}{25} \times \frac{81}{9} \times \frac{144}{12} = \frac{\square}{\square}$$

5. Efectuar:

$$-\frac{1}{2} \times \frac{\square}{\square} \times -\frac{-1}{4} = \frac{1}{24}$$

6. Completar:

a) $\frac{4}{3} \times \frac{5}{\square} = \frac{\square}{7} \times \frac{4}{\square}$

b) $\frac{2}{7} \times \frac{\square}{2} = \square$

c) $\frac{3}{5} \times \frac{\square}{\square} \times \frac{5}{3} = 1$

7. Colocar verdadero o falso:

a) $\frac{4}{10} \times \frac{7}{3} = \frac{6}{30}$ ()

b) $\frac{2}{3} \times \frac{11}{10} = \frac{22}{30}$ ()

c) $\frac{25}{5} \times \frac{81}{81} \times \frac{144}{144} = 5$ ()

8. Relaciona el inverso multiplicativo:

a) $\frac{5}{3}$ $\frac{3}{6}$

b) $\frac{6}{5}$ $\frac{2}{7}$

c) $\frac{7}{2}$ $\frac{3}{5}$

9. Colocar V ó F según corresponda:

a) $\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{15}{42}$ ()

b) $\frac{4}{9} \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{8}{4} = \frac{24}{7}$ ()

c) $\frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{8}{3} = \frac{29}{5}$ ()

10. 7 de cada 9 alumnos poseen reloj, si en un salón asistieron 90 alumnos. ¿Cuántos usan reloj?

- a) 20 b) 70 c) 80
d) 30 e) N.A.

11. Calcular el número cuyos $\frac{2}{3}$ es 34.

- a) 26 b) 62 c) 51
d) 63 e) N.A.

12. ¿Cuál es el número cuyos $\frac{5}{7}$ es 85?

- a) 117 b) 129 c) 119
d) 139 e) N.A.

13. ¿De qué número es 78 sus $\frac{3}{4}$?

- a) 89 b) 93 c) 102
d) 104 e) N.A.

14. Los $\frac{4}{7}$ de la propina de Luis equivalen a 52 nuevos soles, ¿Cuánto es la propina?

- a) S/. 103 b) 90 c) 91
d) 97 e) N.A.

15. Un tanque tiene agua hasta la séptima parte de su capacidad, total si se añadimos 100 litros ahora el tanque tiene la quinta parte. ¿Cuál es la capacidad del tanque?

- a) 240 b) 300 c) 320
d) 1750 e) N.A.



POLINOMIOS COMPLETO Y ORDENADO

POLINOMIO COMPLETO

Es aquel polinomio que presenta todos los términos algebraicos, desde el mayor, hasta el menor.

Ejemplo:

$P(x) \equiv 5x^3 + 2x - 4x^2 + 7$ **Ojo:** Presenta todos los términos desde el mayor grado ($5x^3$) hasta el menor (7).

⊗ $P(x) = 2x + 3$ Es polinomio completo.

⊗ $P(x) = 2x^5 - 4x^2 + 5x^4 - 2x + 7 - x^3$ Es polinomio completo.

⊗ $P(x) = x^4 - 2x^3 + 5x - 4$ Es polinomio completo.

POLINOMIO ORDENADO

Es aquel que guarda un orden ascendente o descendente referido a los grados relativos.

Ejemplo:

⊗ $P(x) = x^2 + 2x^3 - x^5$ (Polinomio ordenado en forma ascendente)

⊗ $P(x) = x^7 - 4x + 3$ (Polinomio ordenado en forma descendente)

⊗ $P(x) = x^{17} - x^{25} + x^{50}$ (Polinomio en forma)

⊗ $P(x) = 14x - 2$ (Polinomio en forma)

Si el polinomio es de dos variables se ordena con respecto solo a una.

⊗ $P(x, y) = 4x^3y^7 - 5x^2y^9 + 2xy^4$ (Polinomio ordenado en forma descendente con respecto a "x")

⊗ $P(x, y) = -5x^2y^9 + 4x^3y^7 + 2xy^4$ (Polinomio ordenado en forma descendente con respecto a "y")

POLINOMIO COMPLETO Y ORDENADO

Es aquel polinomio que cumple los dos criterios anteriores.

Ejemplo:

⊗ $P(x) = 5x^4 - 3x^3 + x^2 + x + 3$ (Observemos que es completo por que presenta todos los exponentes de "x" y además están ordenados en forma descendente)

⊗ $P(x) = 2 + 3$

$x - 4x^2 + 15x^3$

(Polinomio completo y ordenado en forma ascendente)

hora completa (MARCA CON UN ASPA)

Polinomio	Ordenado		Completo	Completo y Ordenado	
	Ascendente	Descendente		Ascendente	Descendente
$P(x) = 4x^2 + 5 - 3x$					
$P(x) = x^7 \cdot x + 6$					
$P(x) = 5x^2 - 3x + 2$					
$P(x) = x^{1000} - x^{10} + 1$					
$P(x) = 1 + 2x + x - x^3$					
$P(x) = 4x^5 - x + 5$					
$P(x) = x^{102} - x^{101} - 2$					

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

I. Calcular el valor de "a" en los siguientes polinomios completos:

1. $P(x) = 4x^a + 4x^2 + 3 - 2x$

2. $Q(x) = 2x + x^{a+2} + x^2 - 4$

3. $R(x) = 3x^{a+2} + x^{a+1} + 5x^{a+3} - 2x + 1$

4. En el polinomio completo:

$$P(x) = ax^{a+3} + 3x^{a+1} + 5x^3 - 2ax + a^2$$

Calcule la suma de coeficientes:

- a) 8 b) 9 c) 10
d) 11 e) N.A.

5. Dado el polinomio completo:

$$P(x) = mx^m + nx^n + mnp + px^p$$

Calcular: $m + n + p$

- a) 1 b) 6 c) 5
d) 4 e) N.A.

II. Ordenar en forma ascendente y descendente los siguientes polinomios:

6. $P(x) = 25x^5 + 3x^7 - 2x + 4$

7. $R(x) = 1 - x + x^3 - x^7 + 2x^2$

8. $Q(x) = ax + nx^3 - bx^2 + abc$

III. Ordene en forma ascendente y descendente los siguientes polinomios primero relativo a "x" y luego a "y".

9. $P(x, y) = x^3y^4 - 5xy^2 + 2x^7y^3 - 2ab$

10. $P(x, y) = ax^{m+1}y^{n-2} + bx^my^n + cx^{m-2}y^{n+1} - abc$

11. Dado el polinomio completo y ordenado.

$$P(x) = 2ax^{a+3} + 5x^3 - 7x^2 + ax + 3$$

Calcule la suma de coeficientes.

- a) 1 b) 2 c) 4
d) 5 e) N.A.

12. Dado el polinomio completo y ordenado:

$$P(x) = 3x^{2a-1} + 4x^4 + 2x^{b+1} + 3x^2 - x + ab$$

Calcule el término independiente.

- a) 4 b) 6 c) 9
d) 12 e) N.A.

13. Si el polinomio es completo y ordenado en forma ascendente.

$$P(x) = ax^{c-1} + bx^b + cx^a$$

Calcular la suma de coeficientes.

- a) 1 b) 4 c) 3
d) 2 e) N.A.

14. Si el polinomio:

$$P(x) = abx^c + cax^b + bcx^a + abc$$

Es completo y ordenado:

Calcular: $a + b + c$

- a) 1 b) 6 c) 5
d) 4 e) N.A.

15. De la pregunta (14), calcule la suma de coeficientes y el término independiente.

- a) 17; 9 b) 17; 6 c) 15; 6
d) 15; 9 e) N.A.

TAREA DOMICILIARIA

I. Calcular El valor de "b" en los siguientes polinomios completos:

1. $P(x) = x^{2b-4} + x^3 + 2x - 4 + 3x^2$

2. $P(x) = 3x^{b+1} + x^3 - 8 + 5x + 7x^{b+3}$

3. $Q(x) = 4 + 5x^3 + 2x^{b^2} + 12x - x^{b^2-2}$

4. En el polinomio completo:

$$P(x) = 2x + 4a - x^{3a+1} + 5x^2 - x^3$$

Calcular el término independiente.

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

5. Dado el polinomio completo:

$$P(x) = 5x + 2x^2 - 3a + 4x^{2a} - x^3$$

Calcular la suma de coeficientes.

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

II. Ordenar en forma ascendente y descendente los siguientes polinomios respecto a "x" luego con respecto a "y".

6. $P(x, y) = 5x^4y^2 + 3xy^3 - 2x^5y^7$

7. $P(x, y) = 2xy - 5x^2y^3 + 4x^7y^4$

8. $P(x, y) = 3 + 4x^7 - 5x^2 + 7x$

9. $P(x, y) = 3x^3y^4 - x^8y^2 + 2x^2y^3$

10. $P(x, y) = -7 + 2x^3y^4 + xy - 2x^8y^{14}$

11. Dado el polinomio completo y ordenado:

$$P(x) = x^{3a-2} + 3x^3 - 2x^2 + x + 4$$

Calcular: "a"

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

12. Dado el polinomio completo y ordenado:

$$P(x) = x^4 - 3x^{a+2} + 2x^b - x^c + 5$$

Calcular: $a + b + c$

- a) 1 b) 2 c) 4
d) 5 e) N.A.

13. Dado el polinomio completo y ordenado:

$$P(x) = 3x^3 - ax^a - bx^b + ab$$

Calcular el término independiente

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

14. Dado el polinomio completo y ordenado:

$$P(x) = abx^a + bcx^b + cax^c + abc$$

Calcular: $a + b + c$

- a) 1 b) 4 c) 5
d) 6 e) N.A.

15. Del problema anterior calcular el término independiente.



a) 2

b) 4

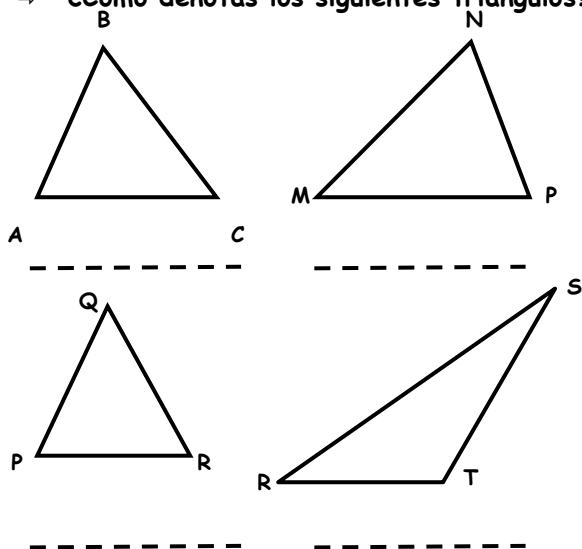
c) 6

d) 8

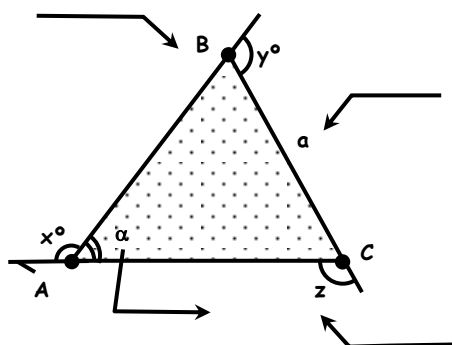
e) N.A.

TRIÁNGULOS I

⇒ ¿Cómo denotas los siguientes triángulos?

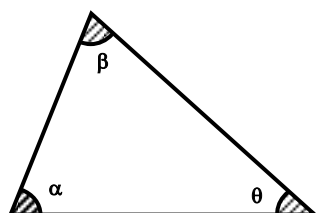


⇒ Indicar los elementos:



⊕ **PROPIEDADES BÁSICAS:**

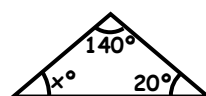
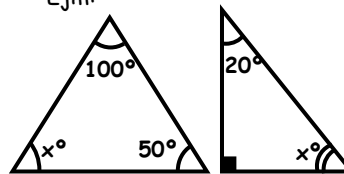
a) Suma de Ángulos Internos:



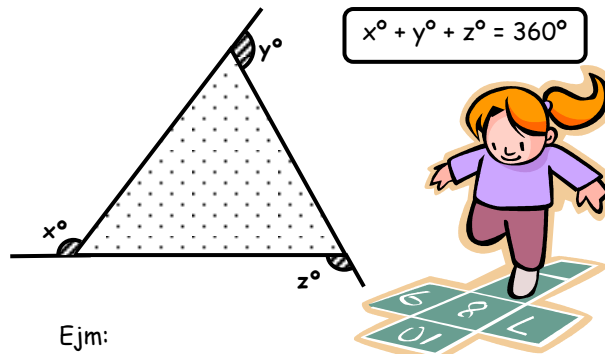
$$\alpha^\circ + \beta^\circ + \theta^\circ = 180^\circ$$



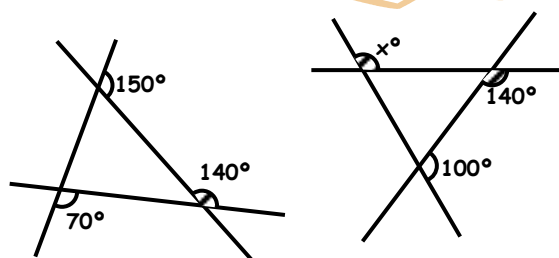
Ejm:



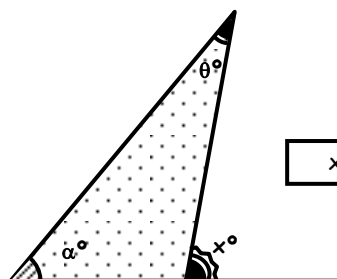
b) Suma de Ángulos Externos:



Ejm:

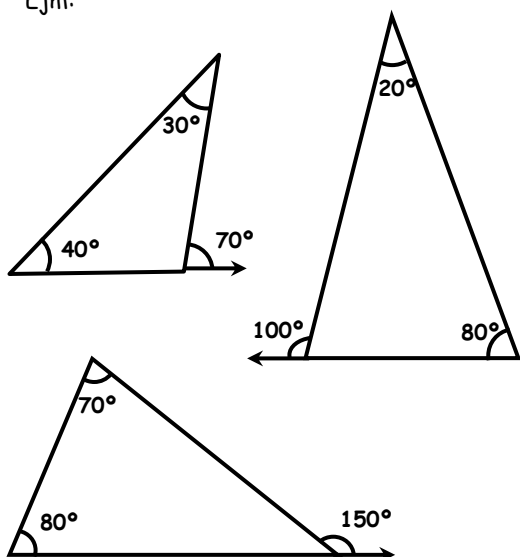


c) Calculo del Ángulo Exterior:



$$x^\circ = \alpha^\circ + \theta^\circ$$

Ejm:

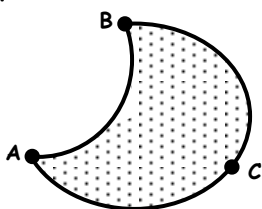


TRIÁNGULOS

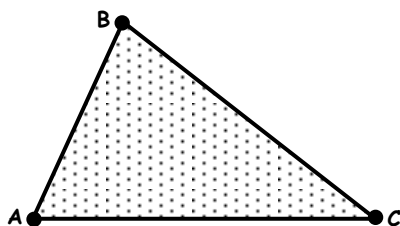
CONCEPTO

Es aquella figura geométrica, formada por la reunión de tres puntos no colineales. Ya sea mediante líneas curvas, líneas rectas y líneas mixtas.

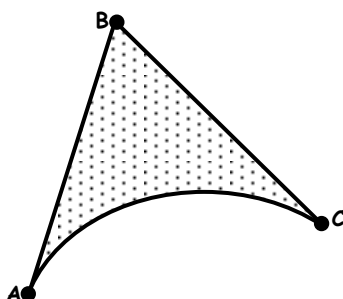
Δ Curvilíneo:



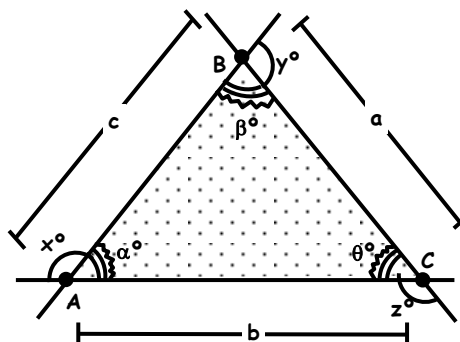
Δ Rectilíneo:



Δ Mitilíneo:



TRIÁNGULO RECTILÍNEO



Notación :

→ ΔABC : Triángulo A,B,C

→ Lados : \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{AC}

→ Ángulos Internos : α° , β° y θ°

→ Ángulos Externos : x° , y° y z°

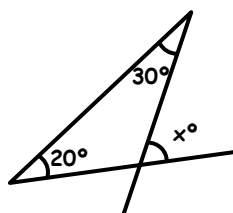
→ Perímetro (2p) : $p = a + b + c$

¡Hola! Sabías que había un Matemático, Físico e inventor griego de la Escuela de Alejandría. No se sabe casi nada de su vida, fue Herón de Alejandría conocido como "Heron el Viejo". Se discute hasta el siglo en que vivía y su nacionalidad de origen. (Quizás egipcia, aunque escribió en griego).

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

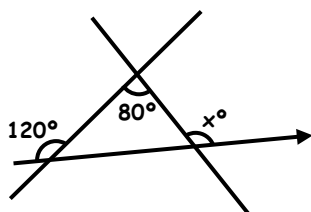
1) Calcular "x":

- a) 30°
- b) 40
- c) 50
- d) 60
- e) 70



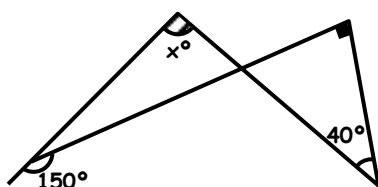
2) Calcular "x":

- a) 100°
- b) 140
- c) 80
- d) 180
- e) 120



3) Calcular "x":

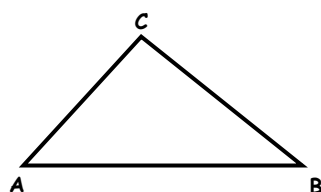
- a) 50°
- b) 100
- c) 180
- d) 90
- e) 120



4) Calcular el perímetro del ΔABC .

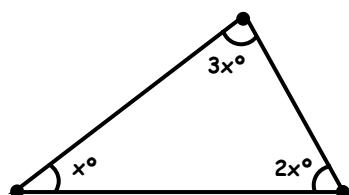
Si: $AB = 2$, $BC = 1$, $AC = 1,5$

- a) 2°
- b) 3
- c) 4
- d) 3,5
- e) 4,5



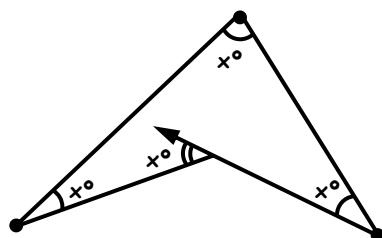
5) Calcular "x":

- a) 50°
- b) 40
- c) 30
- d) 20
- e) 10



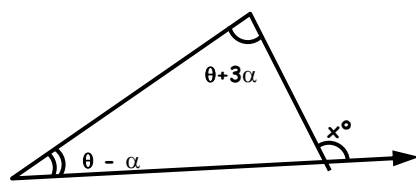
6) Calcular "x":

- a) 60°
- b) 135
- c) 45
- d) 30
- e) 10



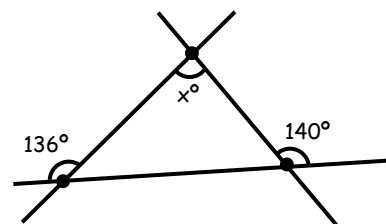
7) Calcular "x", si: $\alpha + \theta = 60^\circ$

- a) 150°
- b) 120
- c) 100
- d) 20
- e) 10



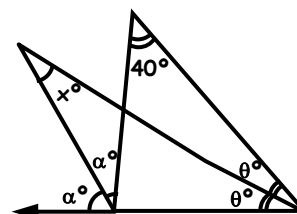
8) Calcular "x", si es entero:

- a) 180°
- b) 94
- c) 86
- d) 96
- e) 84



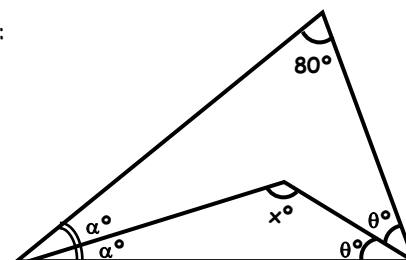
9) Hallar "x":

- a) 30°
- b) 40
- c) 20
- d) 15
- e) 60



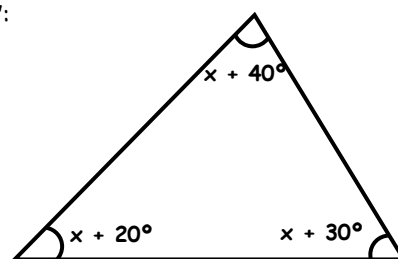
10) Hallar "x":

- a) 100°
- b) 130
- c) 120
- d) 180
- e) 90



11) Calcular "x":

- a) 30°
- b) 10
- c) 15
- d) 60
- e) 90



12) Hallar el mayor ángulo exterior del ΔABC

Si: $m \sphericalangle A = m \sphericalangle B = 2m \sphericalangle C$

- a) 72°
- b) 108°
- c) 144°
- d) 36°
- e) 98°

13) Calcular el menor ángulo agudo del ΔABC rectángulo. Si: $m \sphericalangle A = 2m \sphericalangle B$ y $m \sphericalangle C = 90^\circ$

- a) 90°
- b) 60°
- c) 30°
- d) 20°
- e) 10°

14) Determine el semiperímetro del triángulo cuyos lados forman una serie de tres números consecutivos. Si el mayor es 10m

- a) 27
- b) 27/2
- c) 13
- d) 28
- e) 14

15) Construye en el cuaderno, un triángulo con palitos de chupete, palitos de fósforo y regla. Pegados en tu cuaderno.

